



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ДИПЛОМСКЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **I година / I семестар**

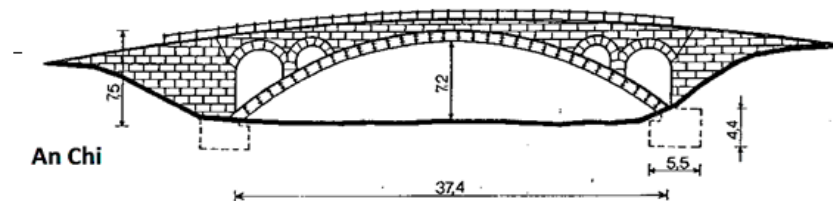
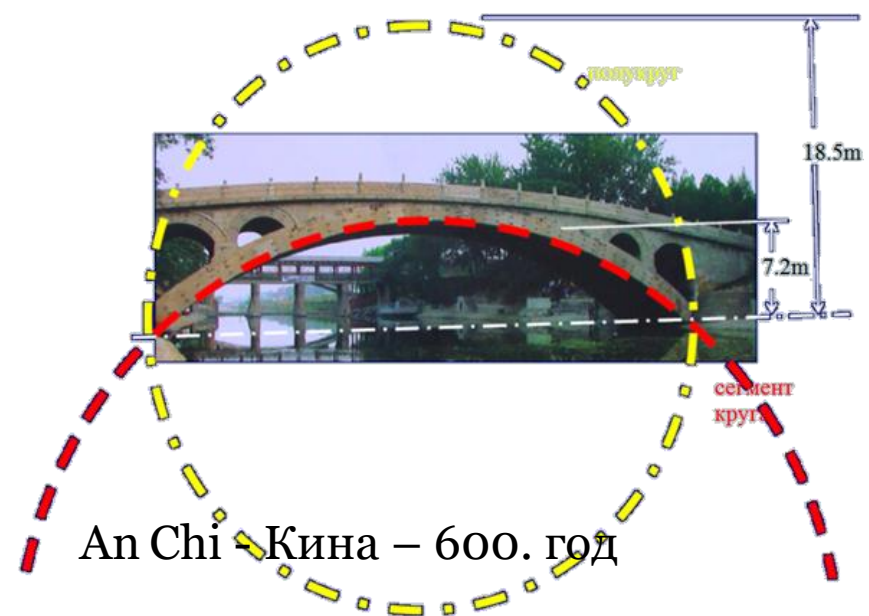
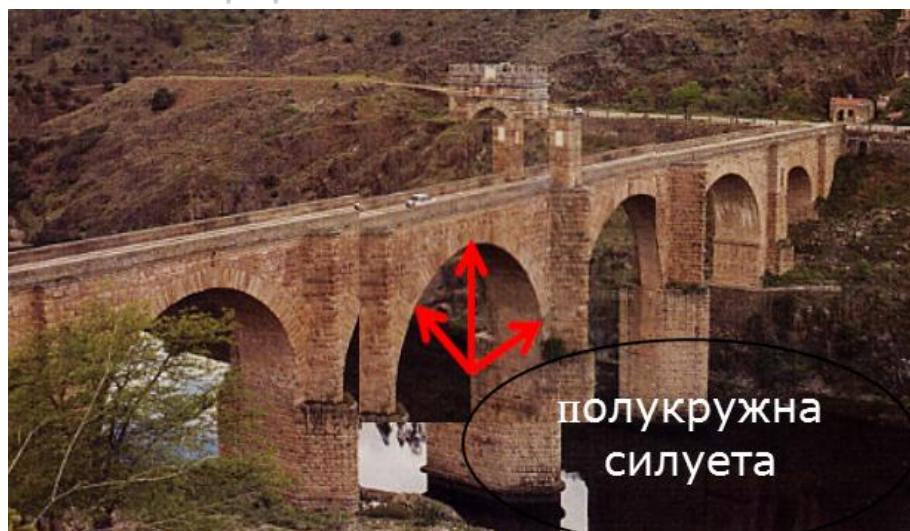
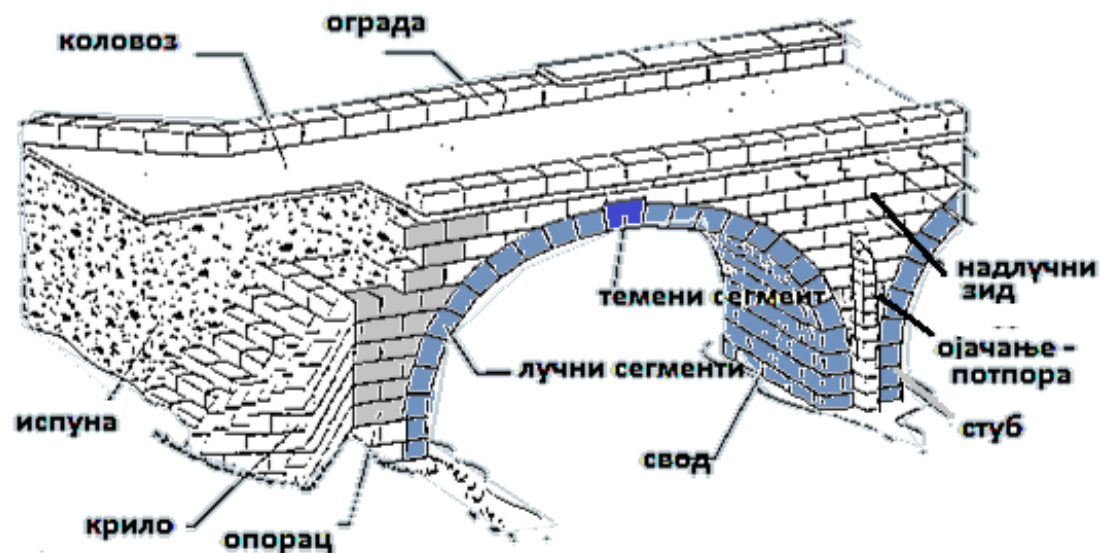
Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ (М2К1БМ/М1К1БМ)**

Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**

Наслов предавања: **Лучни бетонски мостови и њихово
извођење; Специфични проблеми
бетонских мостова 1**

Датум : **надокнада**

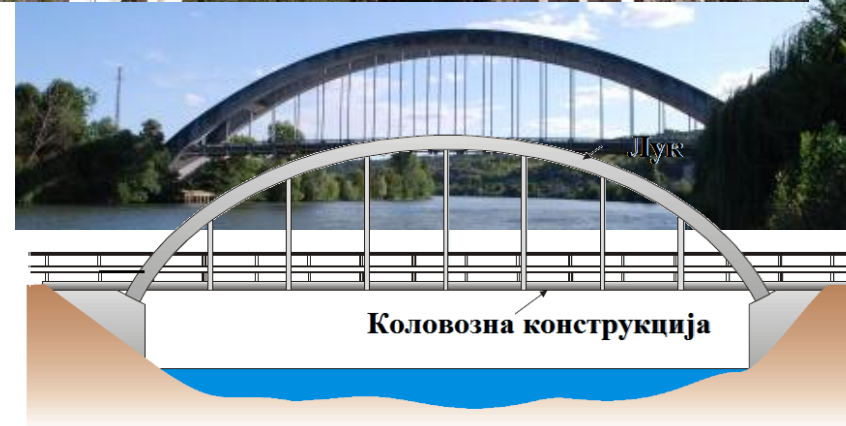
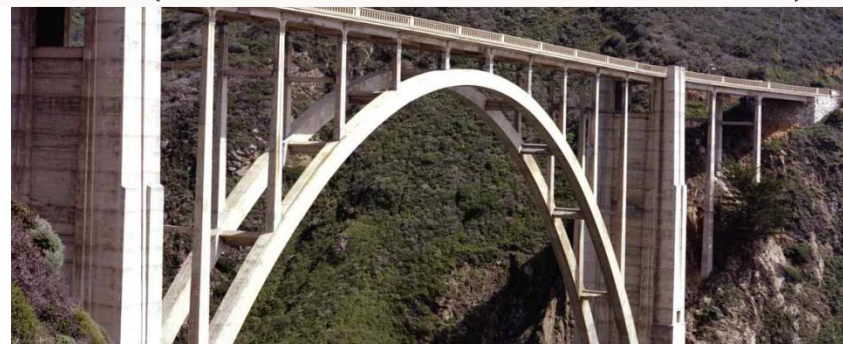
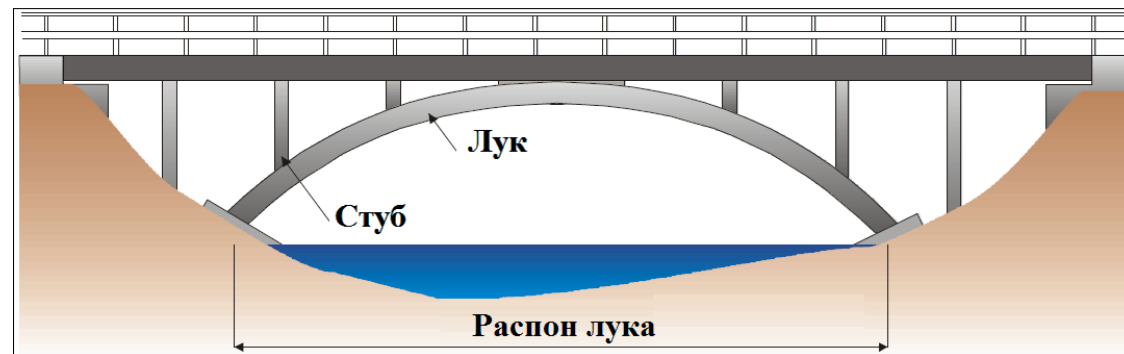
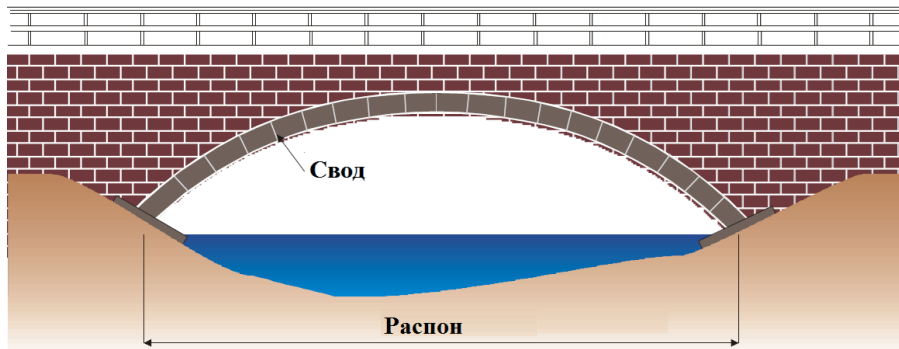
Елементи масивних лучних мостова



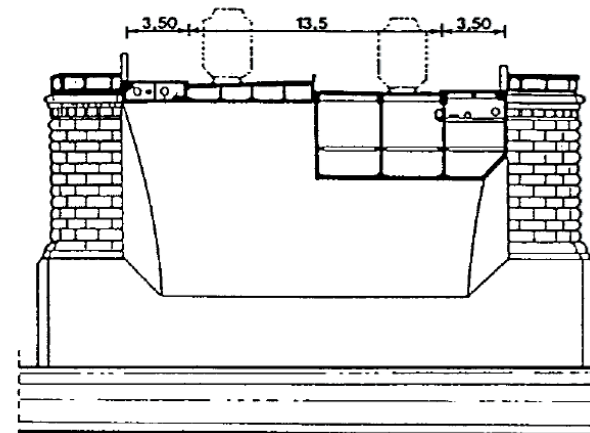
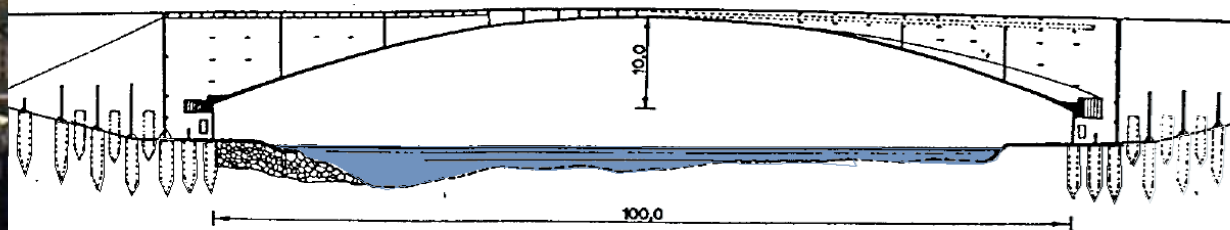
Масивни мостови ренесансе



Свод и лук



Мост Препорода 1910 – 100м



Лукови - Eugene Freyssinet



Veurdre 3 x 72 m 1910.

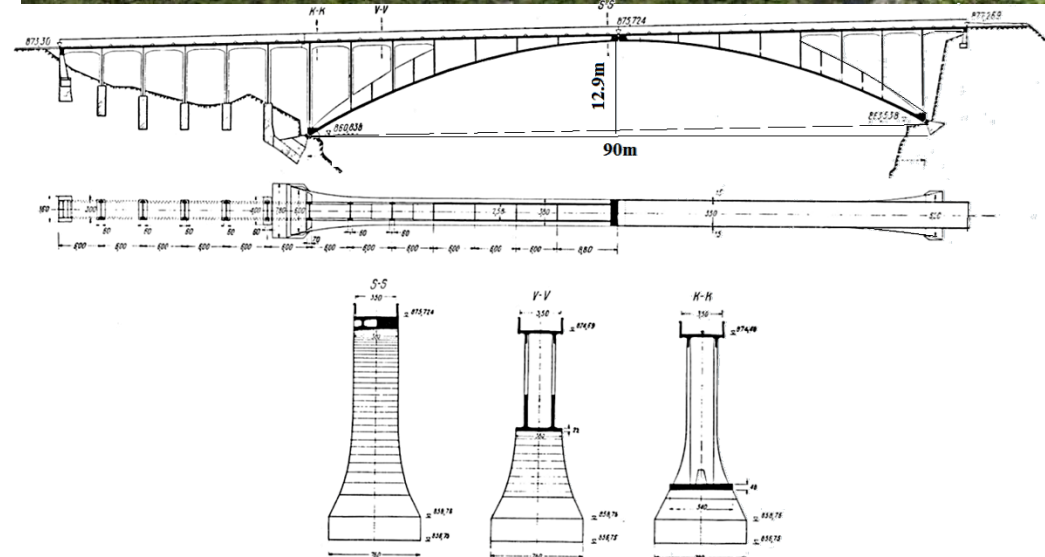
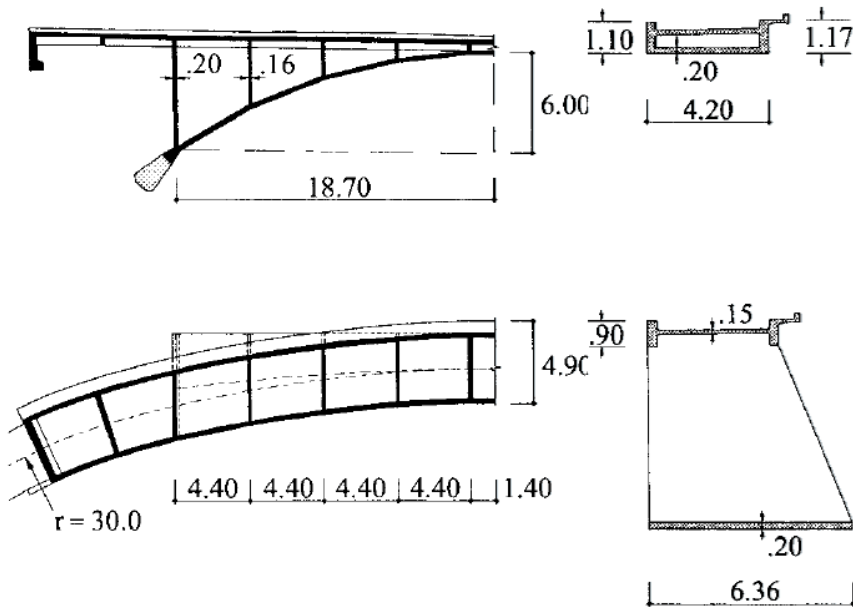


Saint Pierre du Vauvray – 131m, 1923.

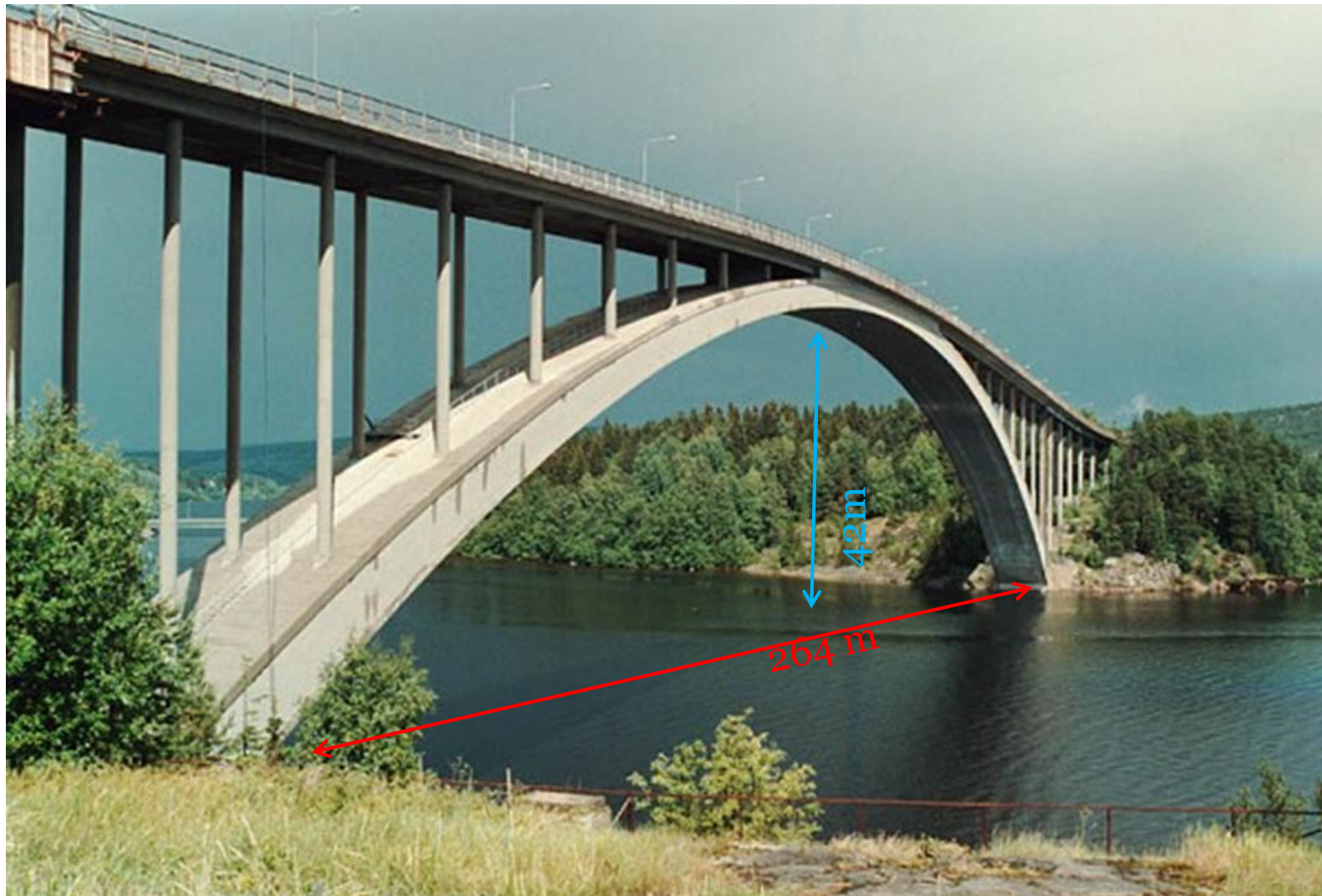


Albert Louppe – 3 x 188m, 1926.-1930.

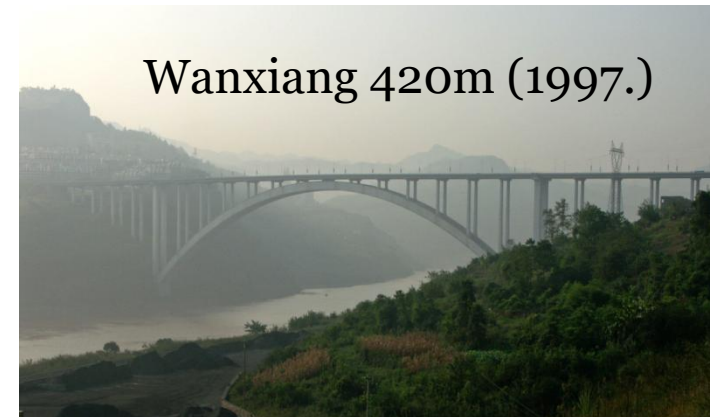
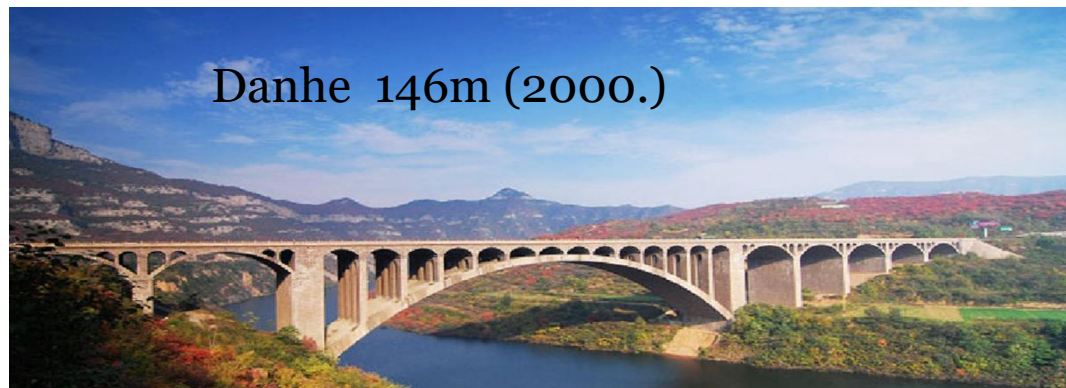
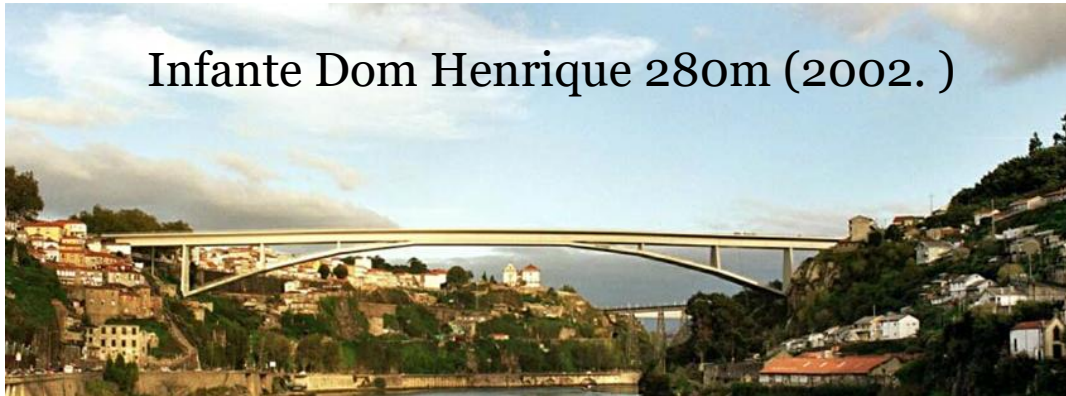
Лукови - Robert Maillart



Мост Sandö 1943.



Савремени бетонски лукови

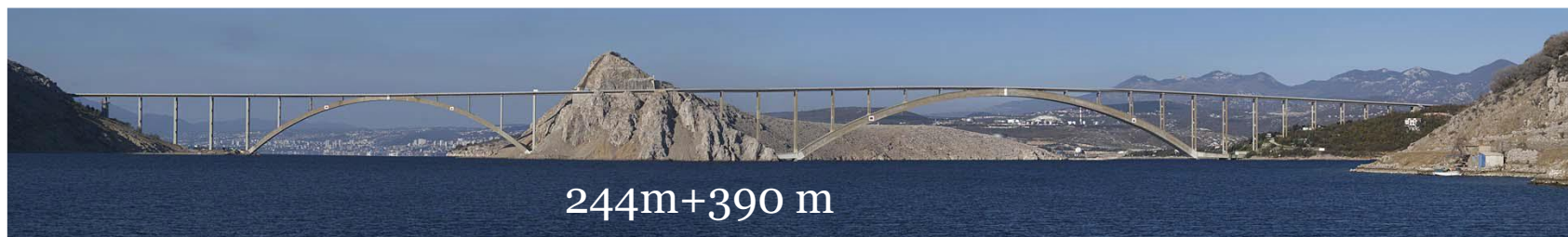
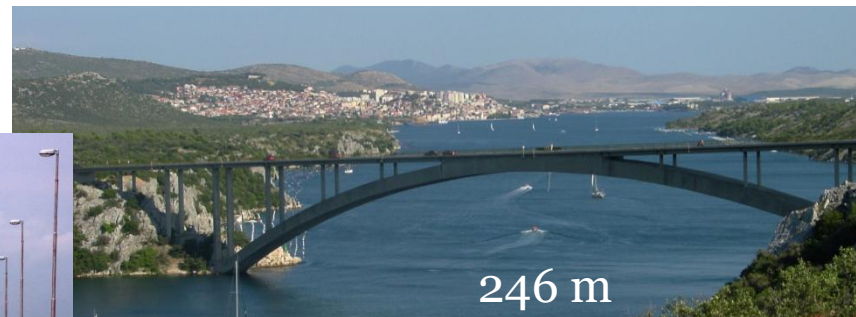


Shanghai–Kunming High-Speed Railway



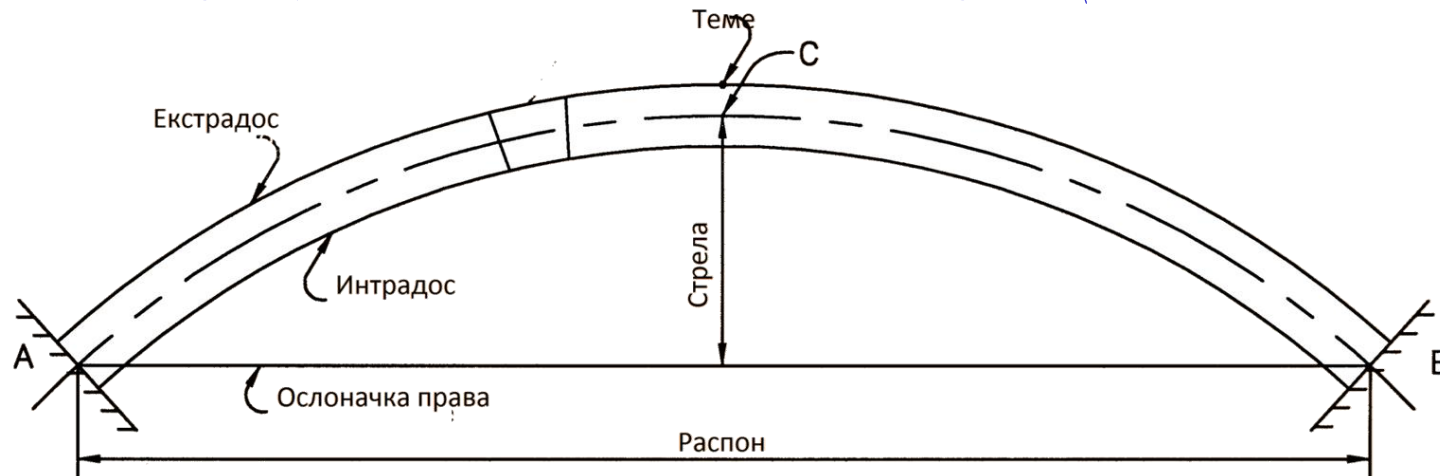
Распон 445m
(завршен 2016.)

Бетонски лучни мостови великих распона у бившој Југославији

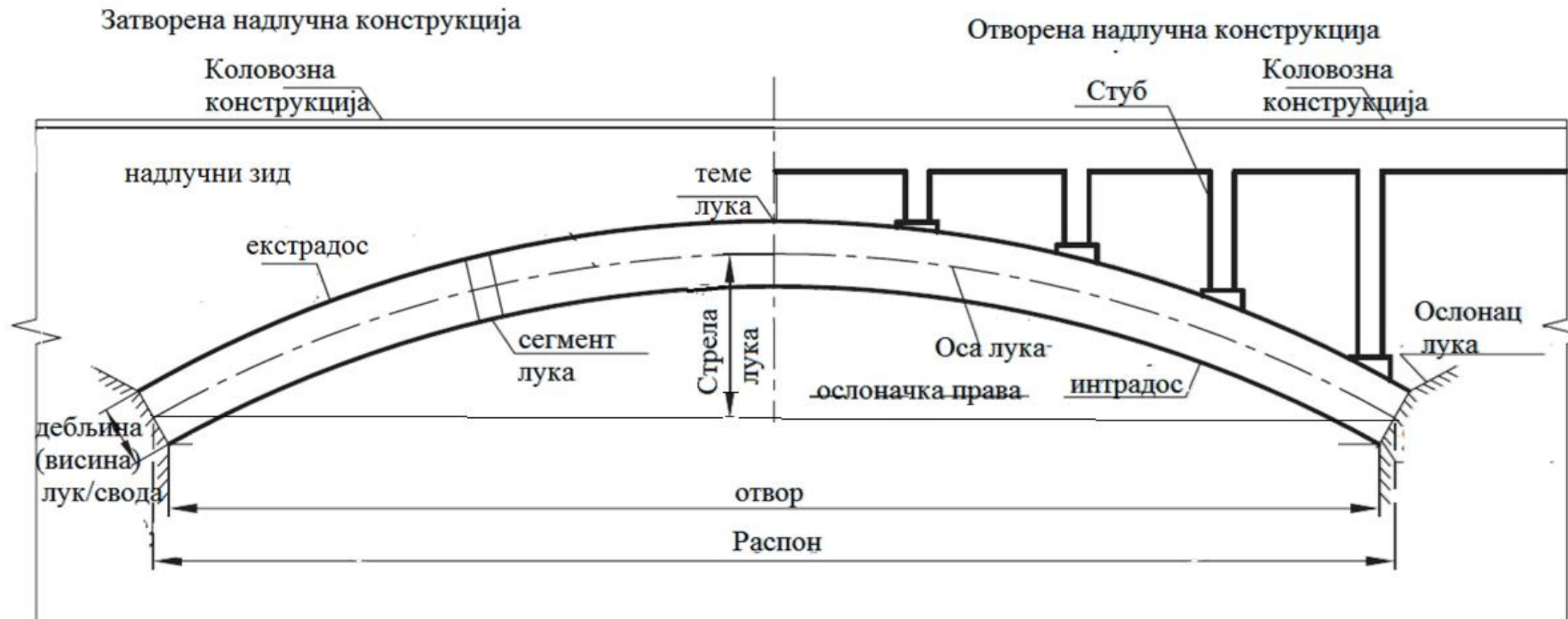


Дефиниције

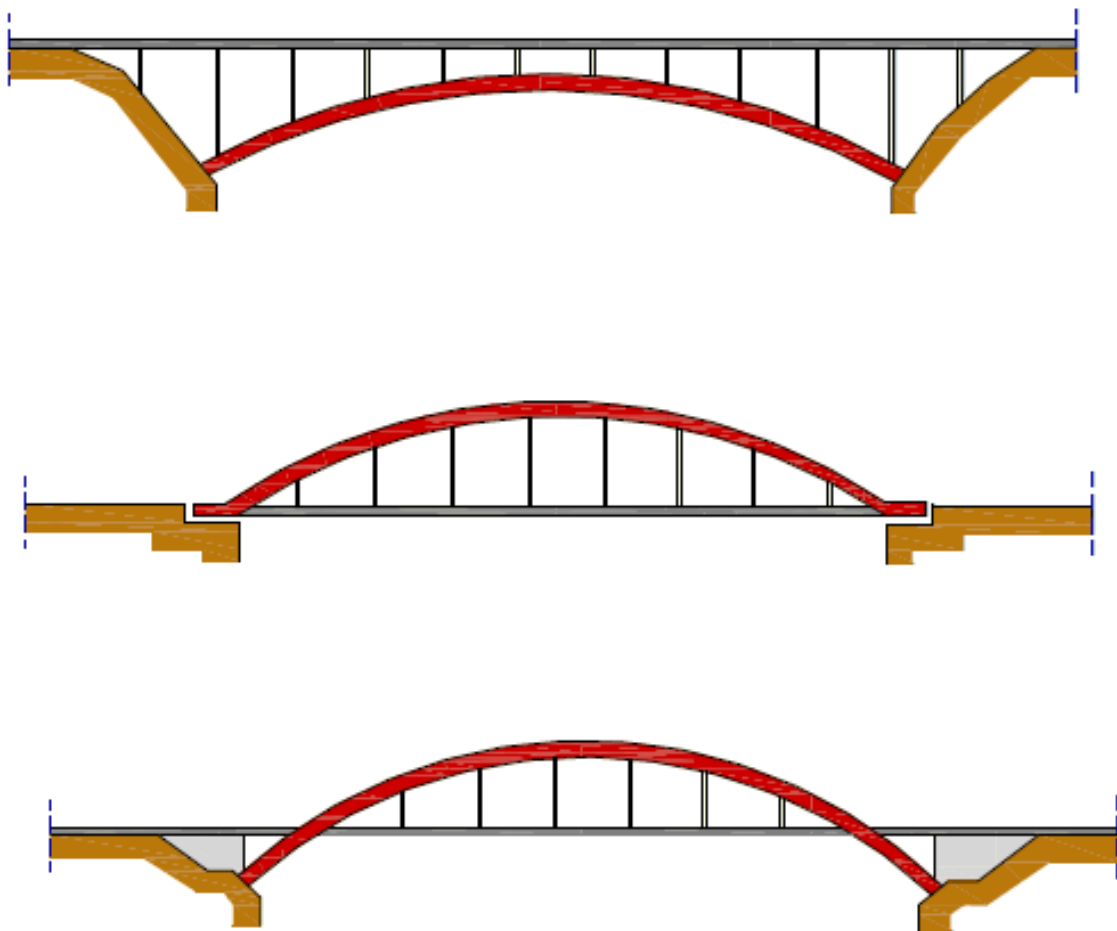
- Лук је крив еластичан штап, са непомерљивим ослонцима, постављен конвексном страном према горе, код кога је висина пресека мала у односу на радијус кривине
- Екстрадос лука је горња површина лучног носача
- Интрадос лука је доња површина лучног носача.
- Оса лука је ГМТ тежишта нормалног попречног пресека лука
- Ослоначка права – права која спаја тежишта ослоначких пресека
- Стрела – вертикално растојање од ослоначке праве и осе лука у половини распона
- Стињеност лука је онос стреле и распона лука (f/L)



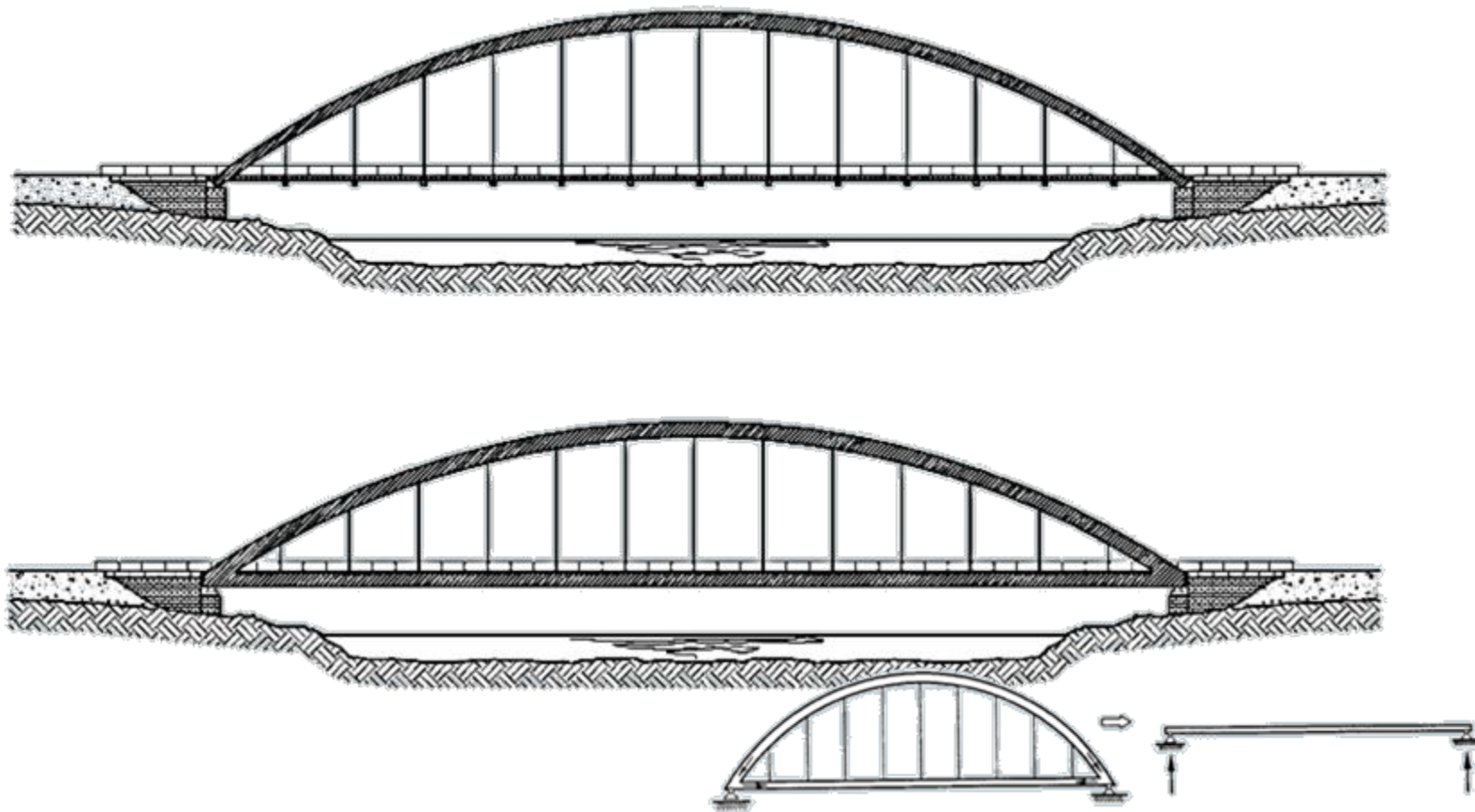
Појмови



Лук и коловозна конструкција



Прави лук и ЛангEROVA гРЕДА (лук са затегом)



Попречни пресеци лукова

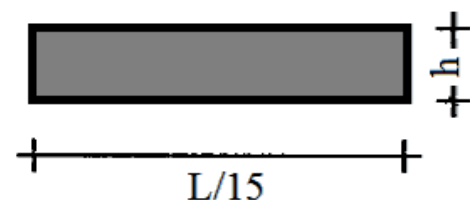
Пун свод

L : 40 - 100 m

h у темену лука

h : $L/40$ - $L/60$ (за мање распоне)

h : $L/60$ - $L/100$ (за веће распоне)

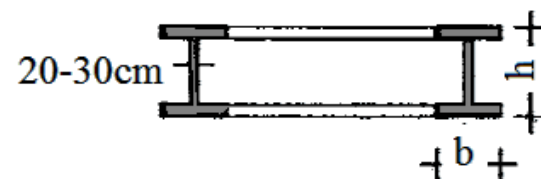


Удвојени разуђени лукови

L : 70-150 m

h : $L/40$ - $L/60$

h/b : 2-2.5

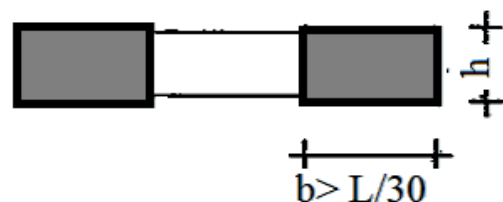


Удвојени свод

L : 40 - 100m

h у темену лука

h : $L/60$ - $L/100$

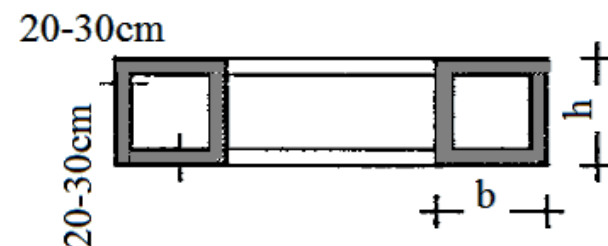


Удвојени сандучасти лукови

L : 100 - 200m

h : $L/50$ - $L/70$

h/b : 1 - 1.5

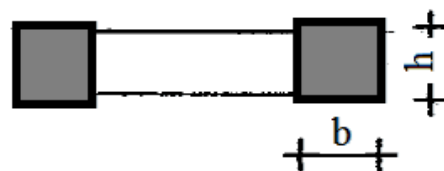


Удвојени пуни лукови

L : 40 - 100 m

h : $L/40$ - $L/60$

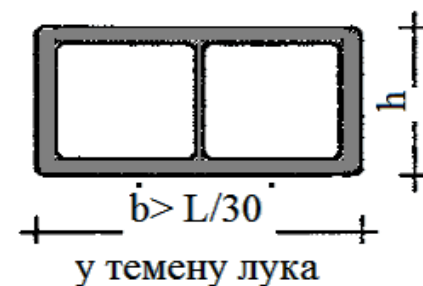
h/b : 1-2



Двоћелијски сандук

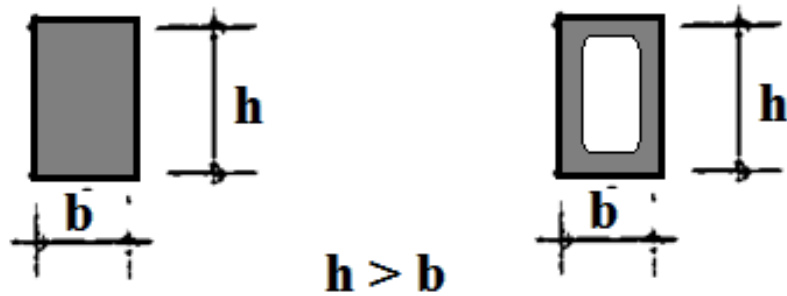
L : 150 - 200 m

h : $L/50$ - $L/100$



Попречно повезивање раздвојених лукова

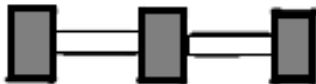
Пун лук (опционо шупљи лукови)



2 лука



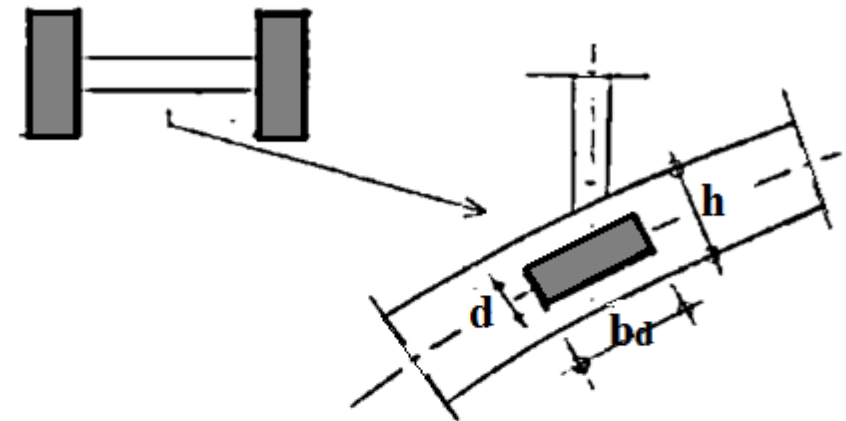
3 лука



4 лука (2 и 2 у пару)



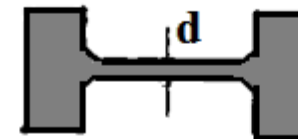
Укрупњење



$$d \sim h/3$$

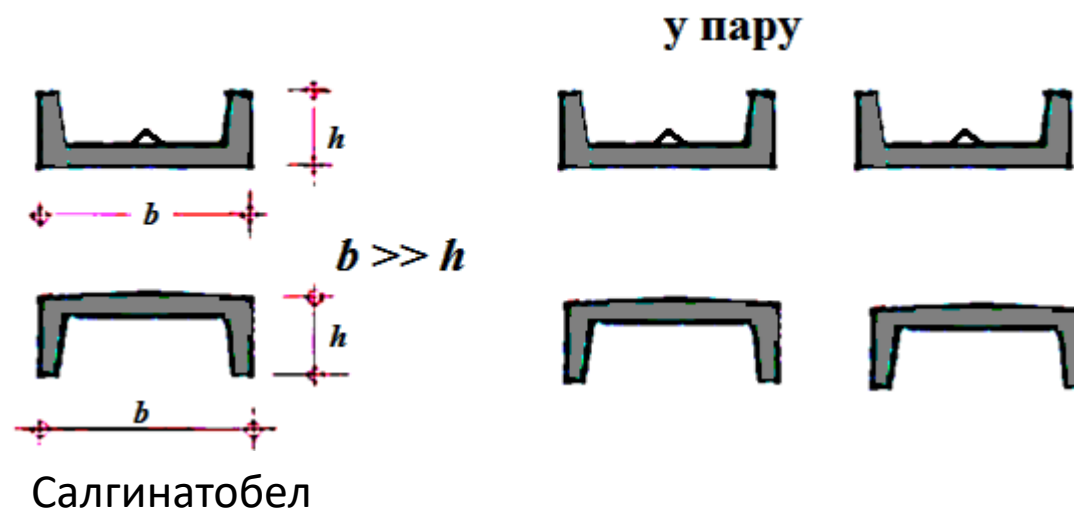
$$bd \sim (3-4)d$$

Континуална
дијафрагма

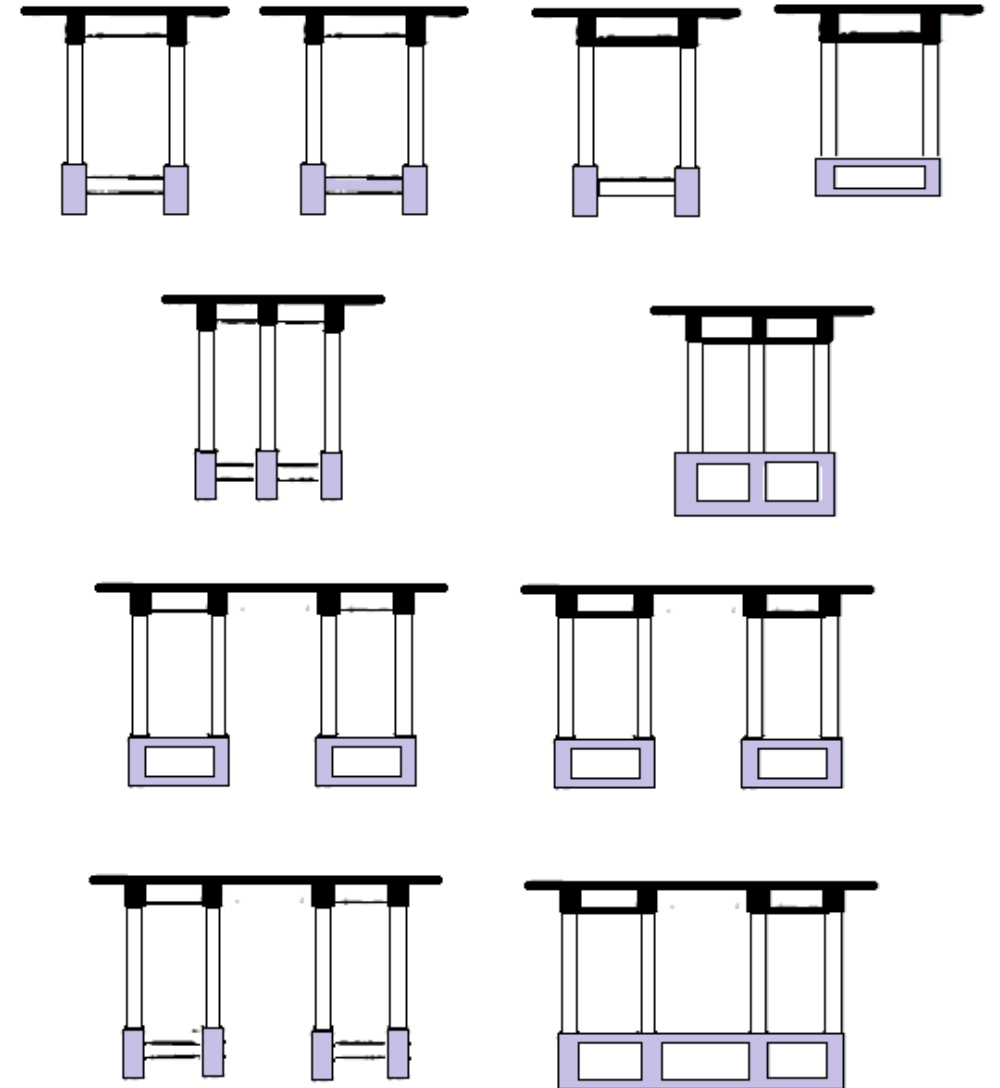
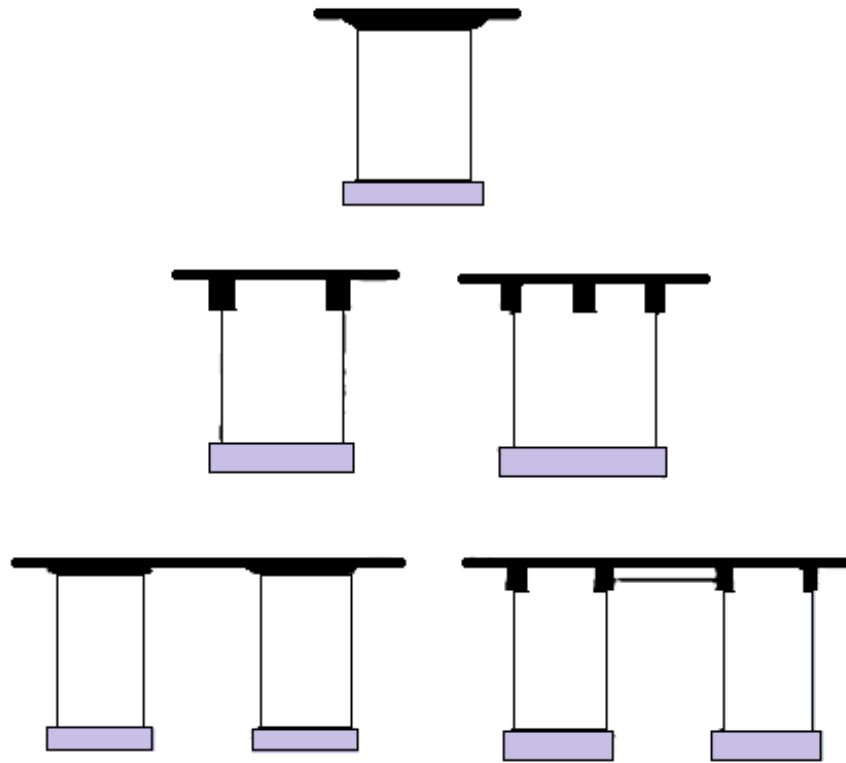


$d=15-20\text{ cm}$

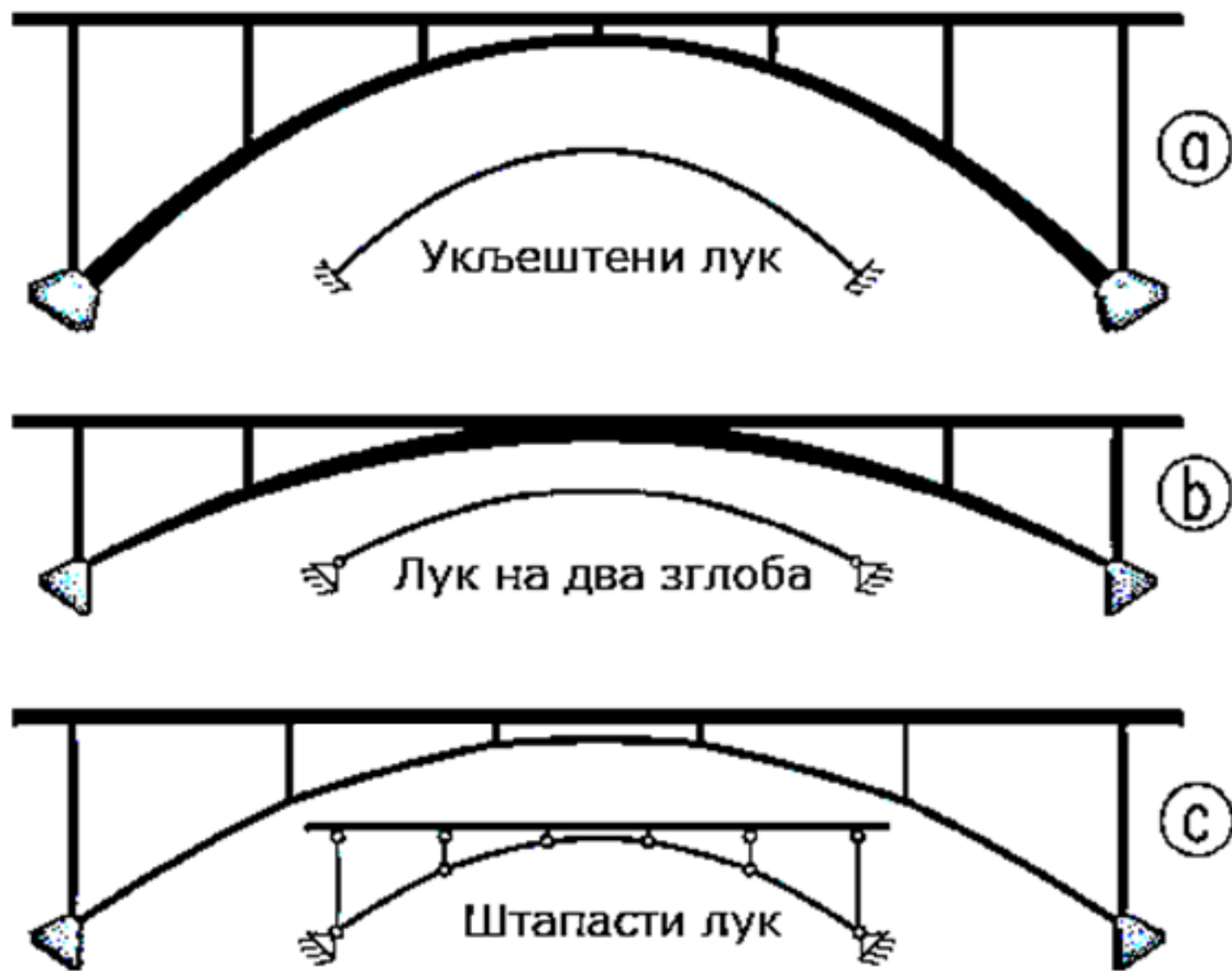
Разуђени пресеци лука



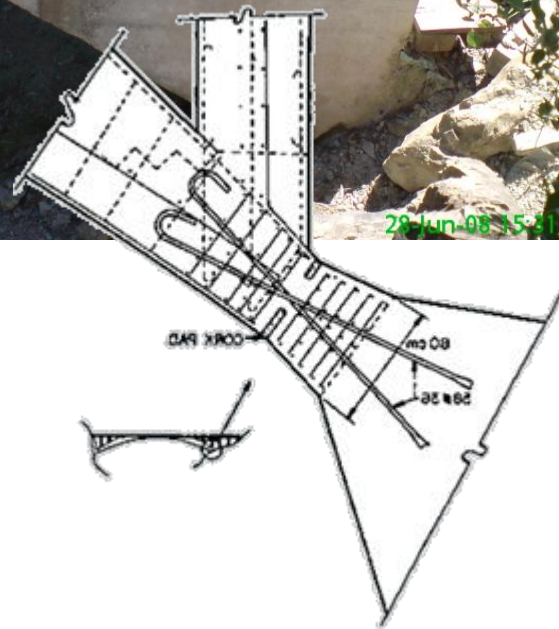
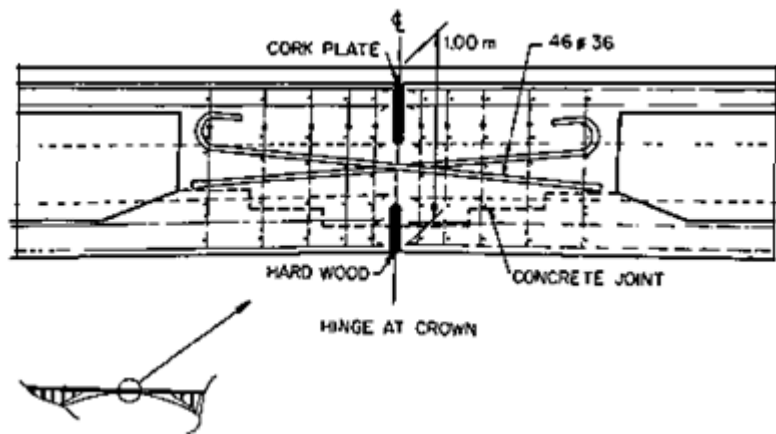
Усклађивање пресека лукова са пресецима коловозне конструкције



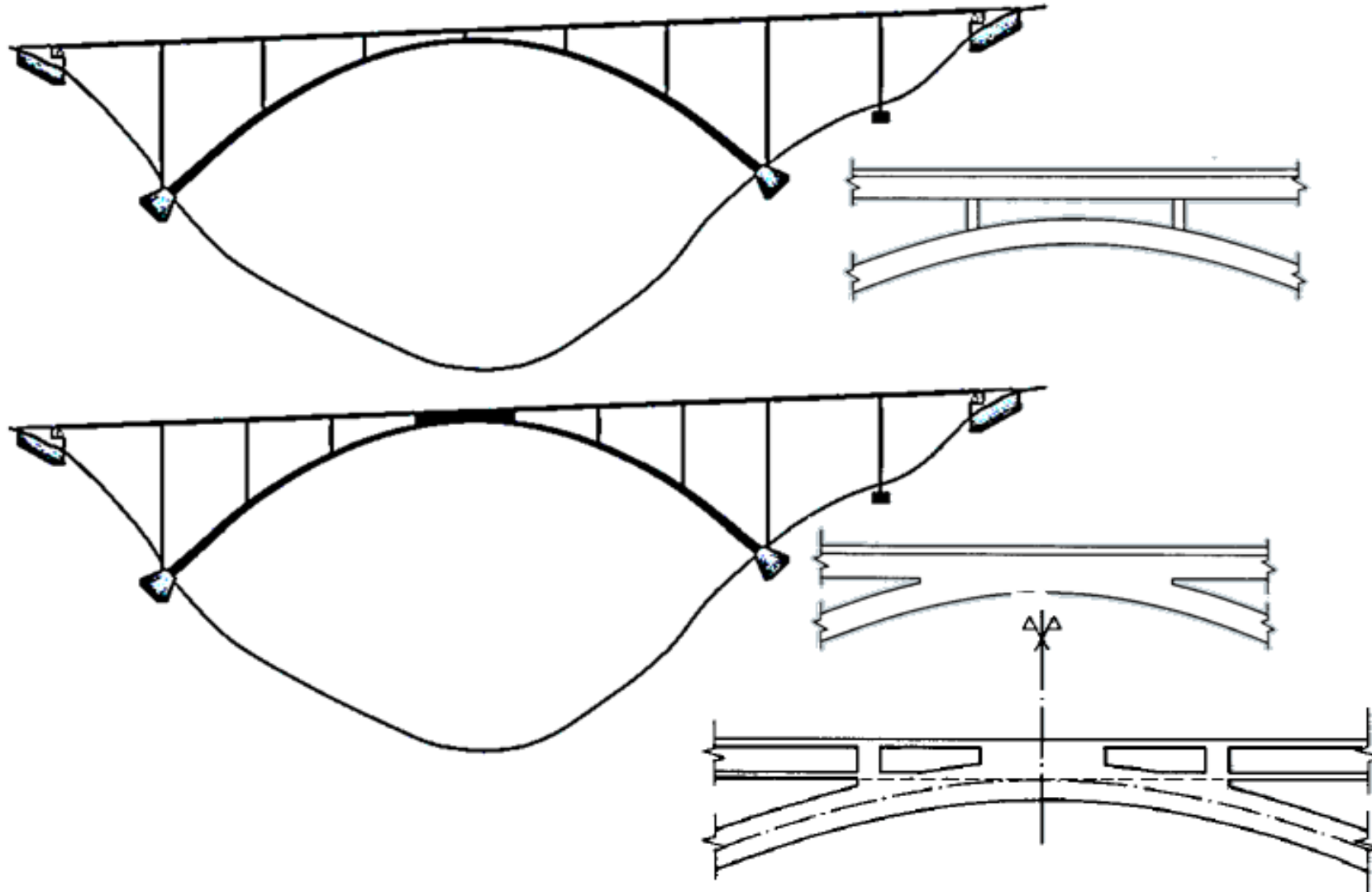
Статички системи и број зглобова



Статички систем - лук на три зглоба



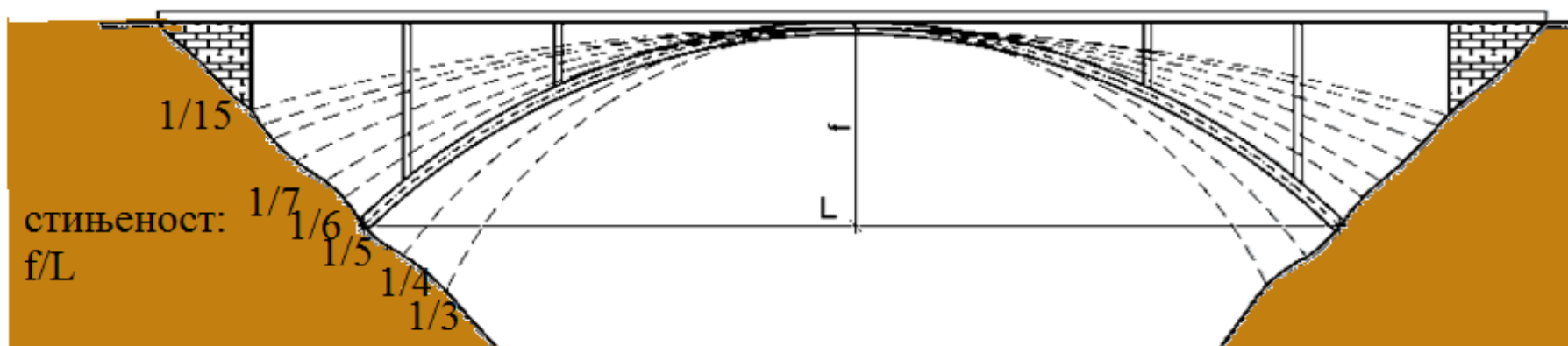
Веза лукова и коловозне конструкције у темену



Дубок и плитак лук - стињеност

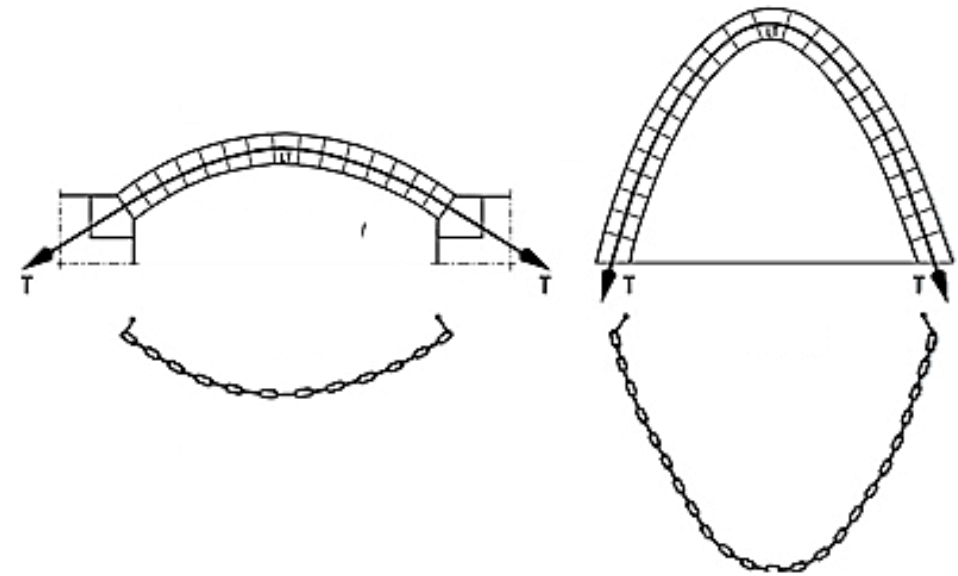
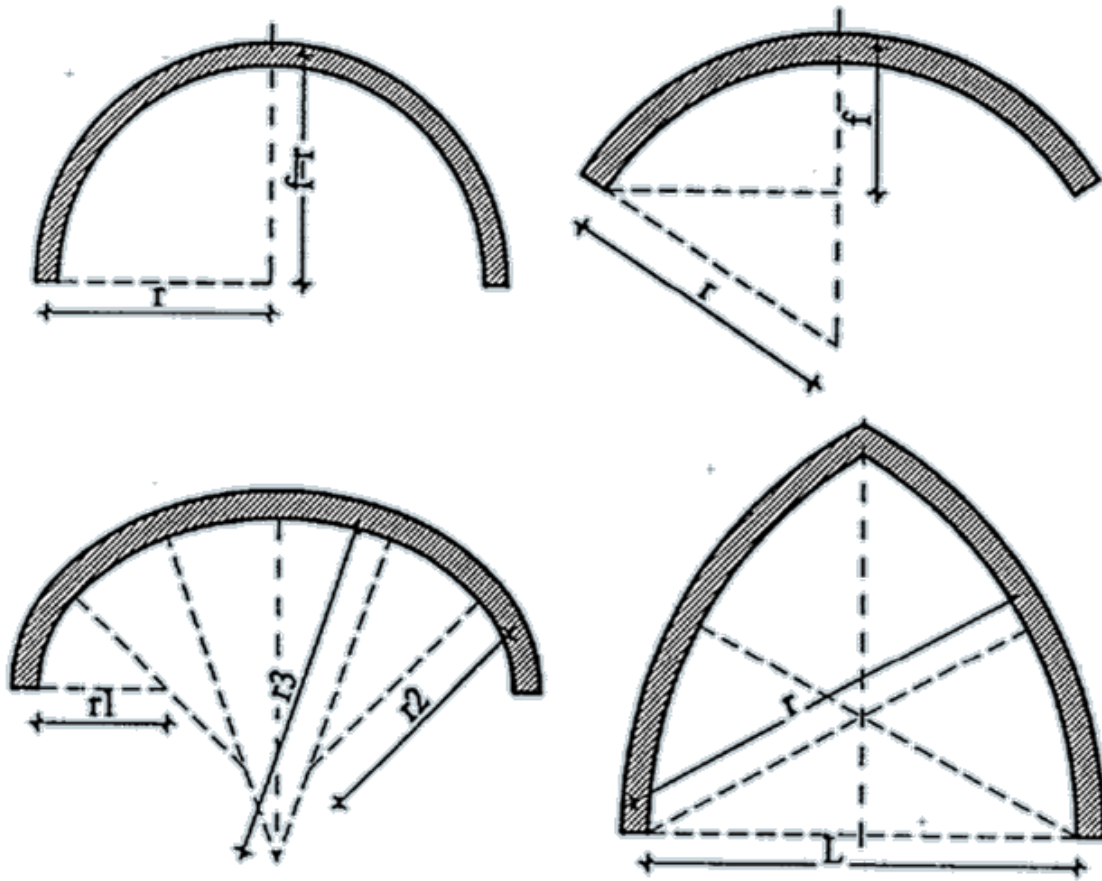


Однос стреле и распона $1/2-1/10$



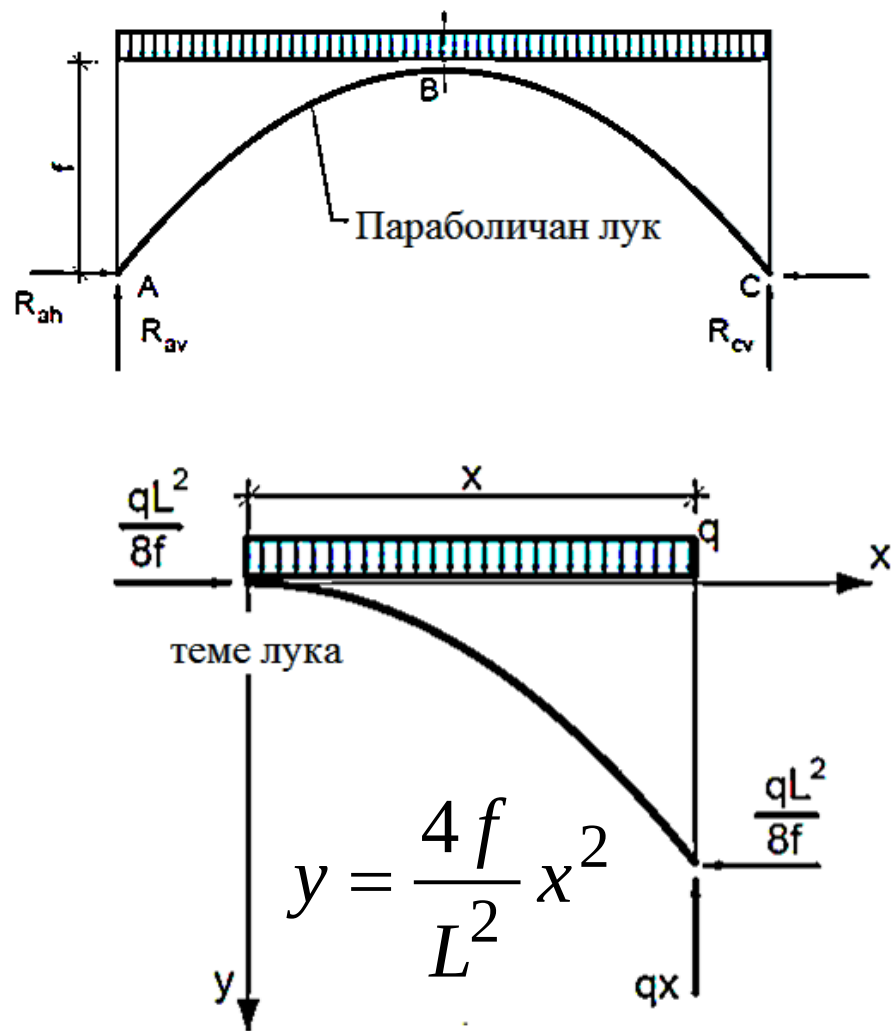
Избор осе лука

Верижно оптерећење и верижни лук



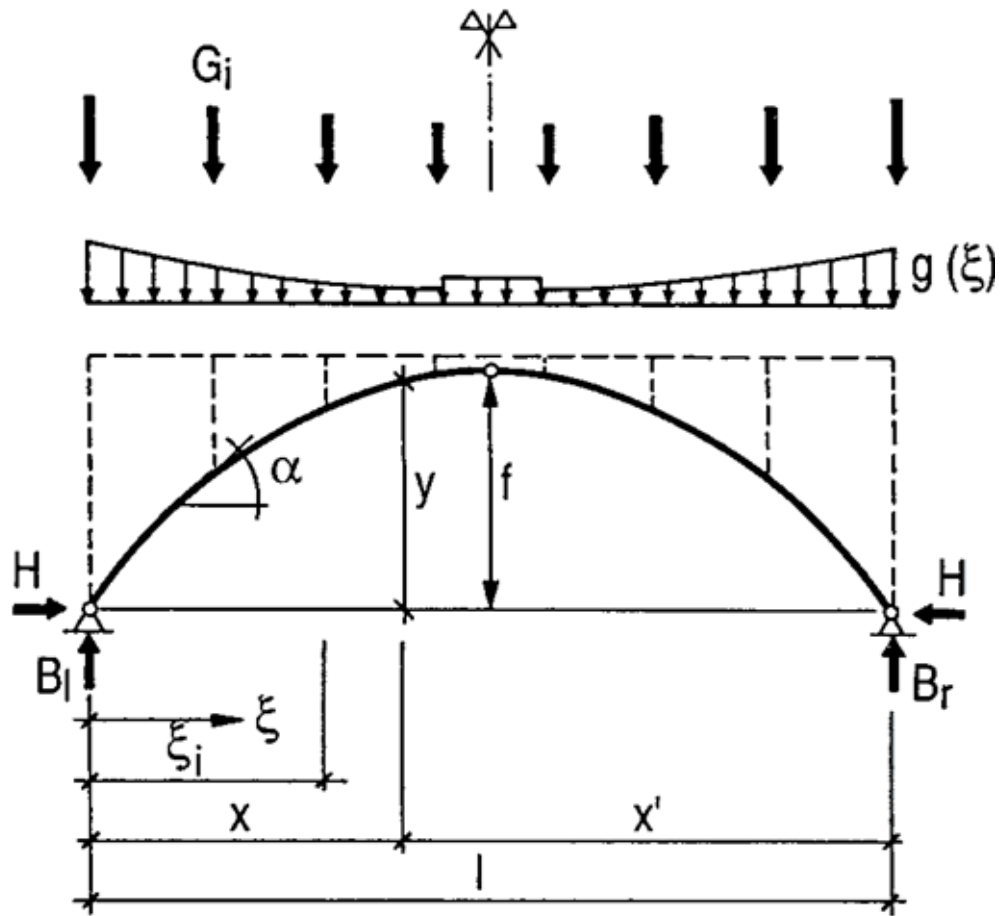
Облик осе верижног лука не зависи од величине оптерећења већ од закона промене оптерећења

Потпорна линија лука - одређивање

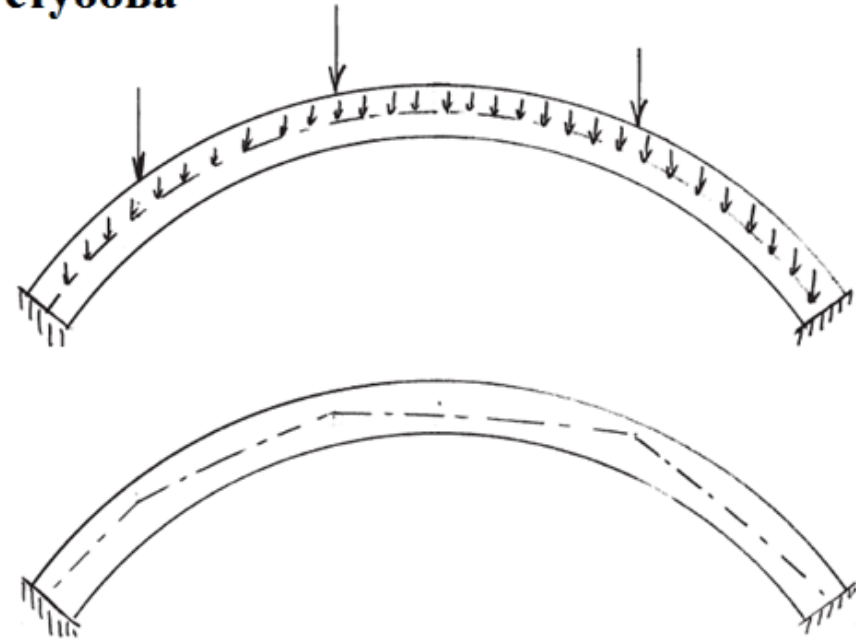


- Моменти савијања зависе од облика осе лука.
- Избором осе, за одређено оптерећење, по потпорној линији, моменти се свODE на нулу.
- Параболичан облик осе лука је најповољнији за случај једнако подељеног оптерећења.
- У првој апроксимацији се користи управо парабола.

Прорачун потпорне линије – реално оптерећење



Лук са сопственом тежином и осталим сталним теретом који се преноси преко стубова

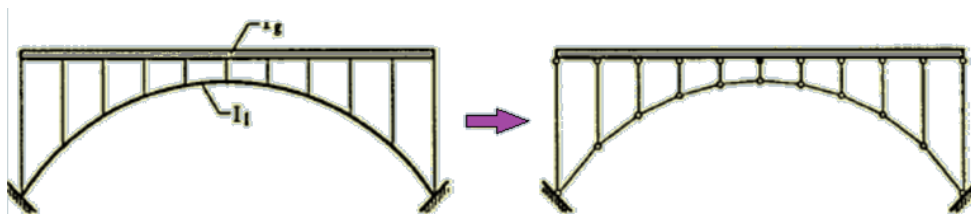


Линија притисака унутар дебљине лука

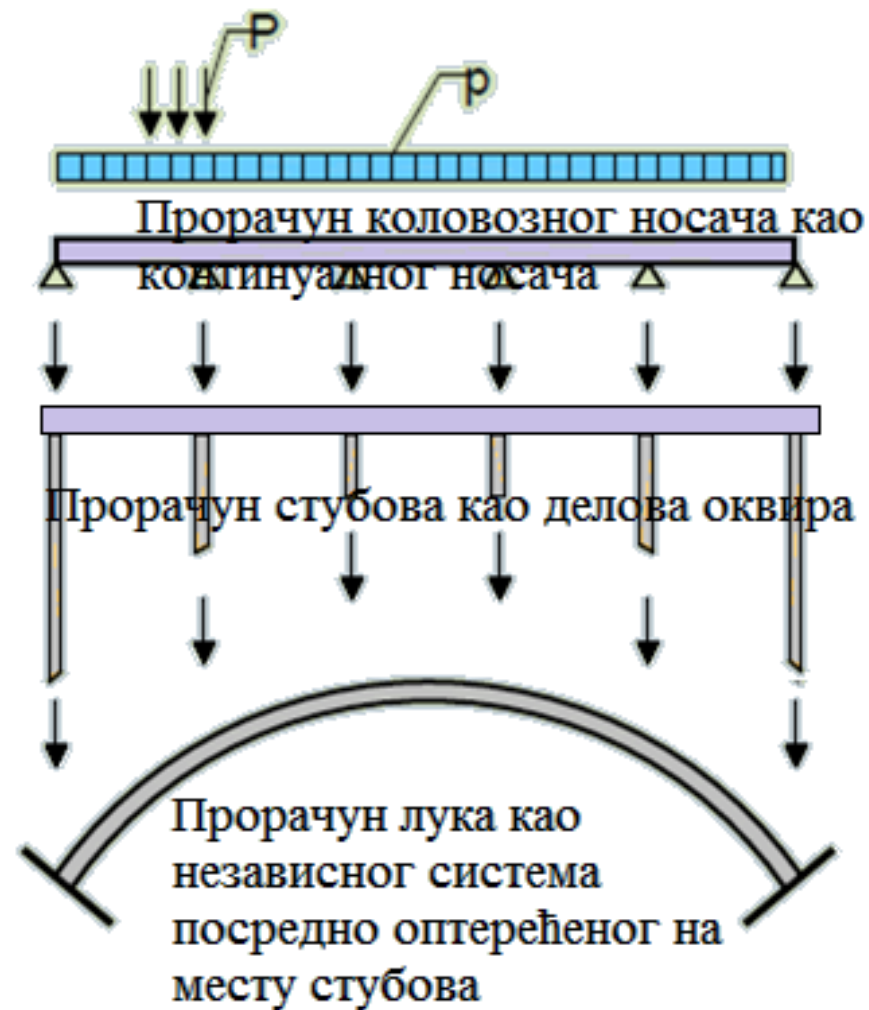
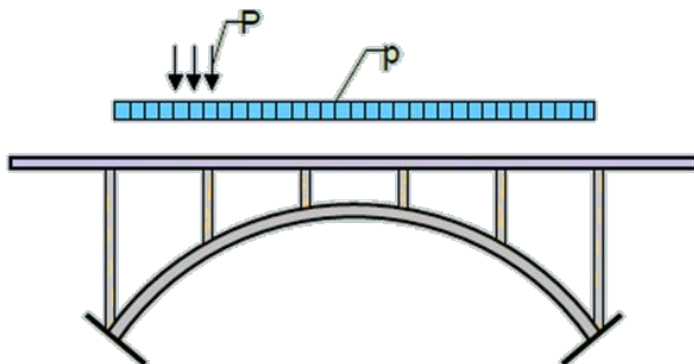
Статички третман лучних мостова

- Учешће коловозне конструкције у целокупном сложенем систему лука и коловозне конструкције:

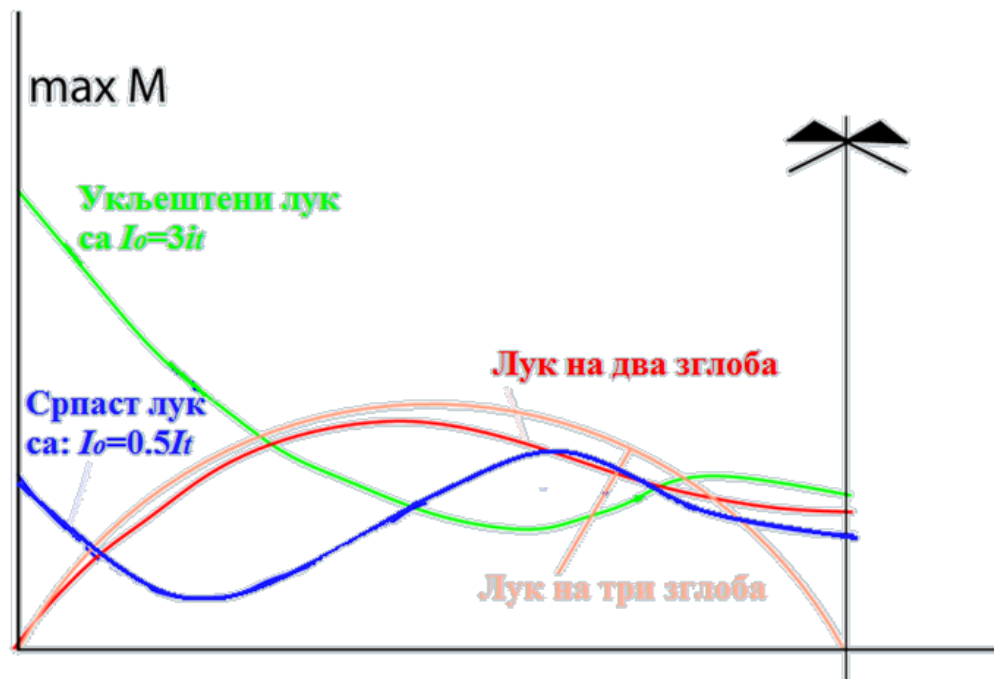
- Греда подупрta луком (Упрошћени модел $I_l/I_g \geq 20$)
- Лук укрупњен гредом ($I_l/I_g \leq 1$)



- Заједнички рад лука и греде



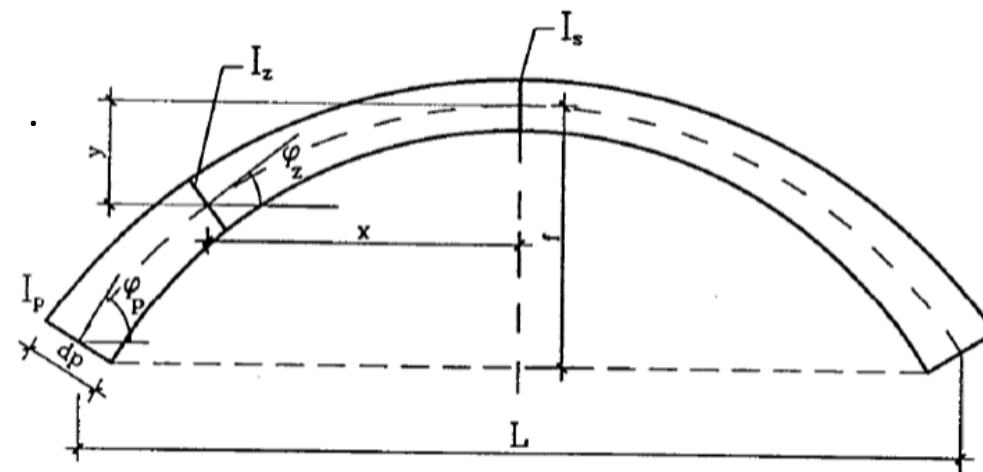
Закон промене попречног пресека лука



Пресек расте од темена ка ослонцима (укљештени лук)

Пресек опада од темена ка ослонцима – српаст лук – Vallete I (лук са ослончким зглобовима = лук на два зглоба)

Пресек расте од темена до извесне тачке а затим се смањује ка опорцима - Vallete II



Ritterov
израз

$$I_z = \frac{I_s}{(1 - (1 - n) \cdot \zeta) \cos \varphi_z}$$

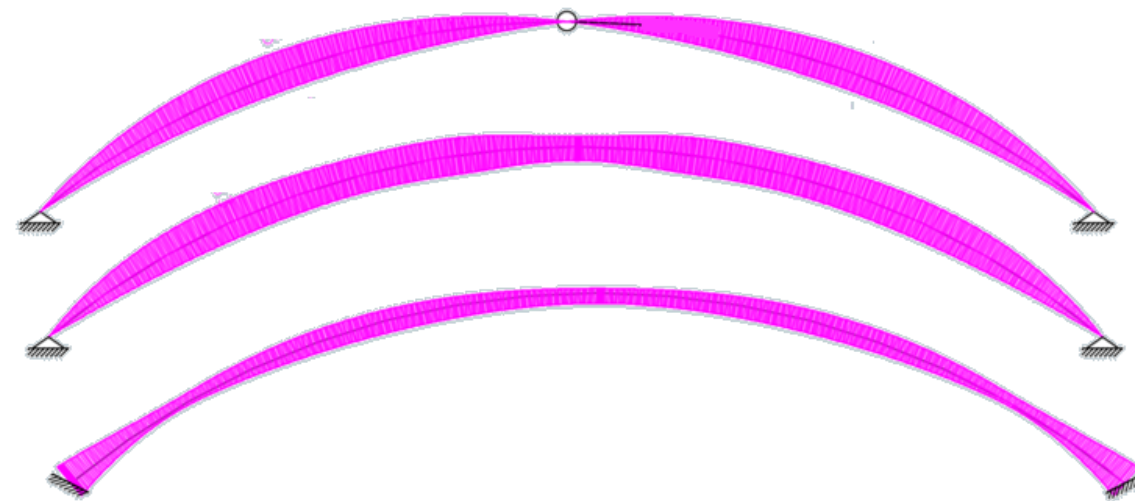
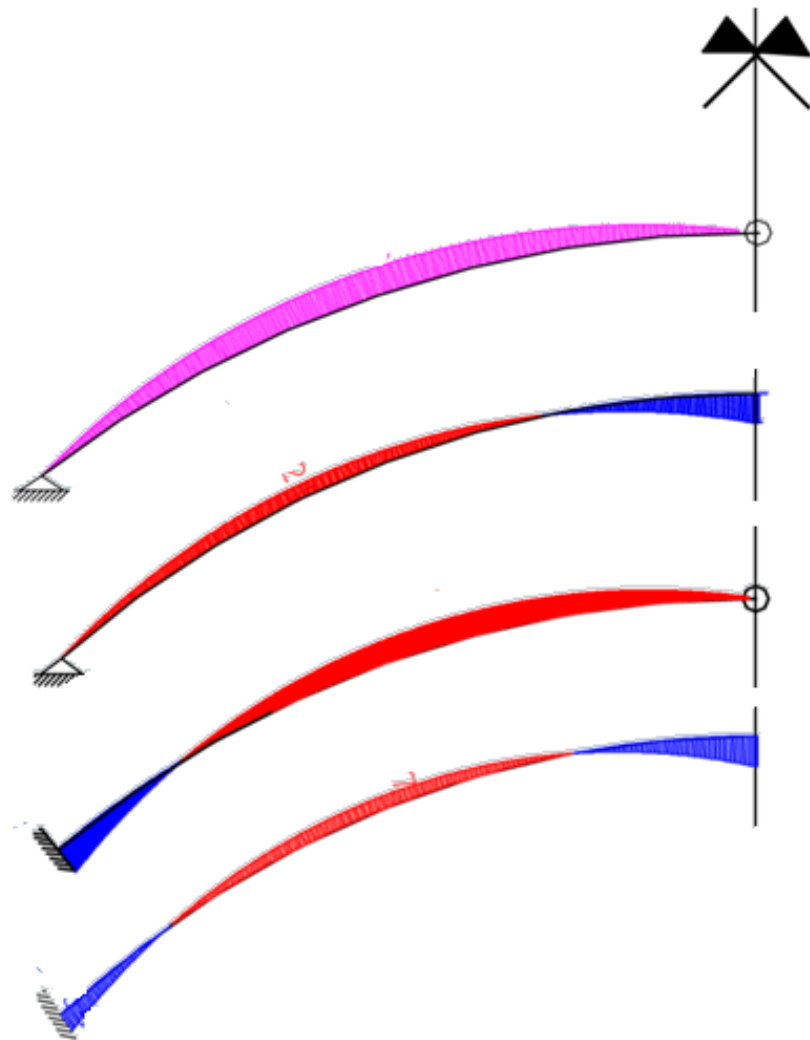
$$\zeta = \frac{x}{L/2}$$

n – коефицијент који зависи од односа сталног и покретног оптерећења уобичајено:

за друмске мостове 0,3

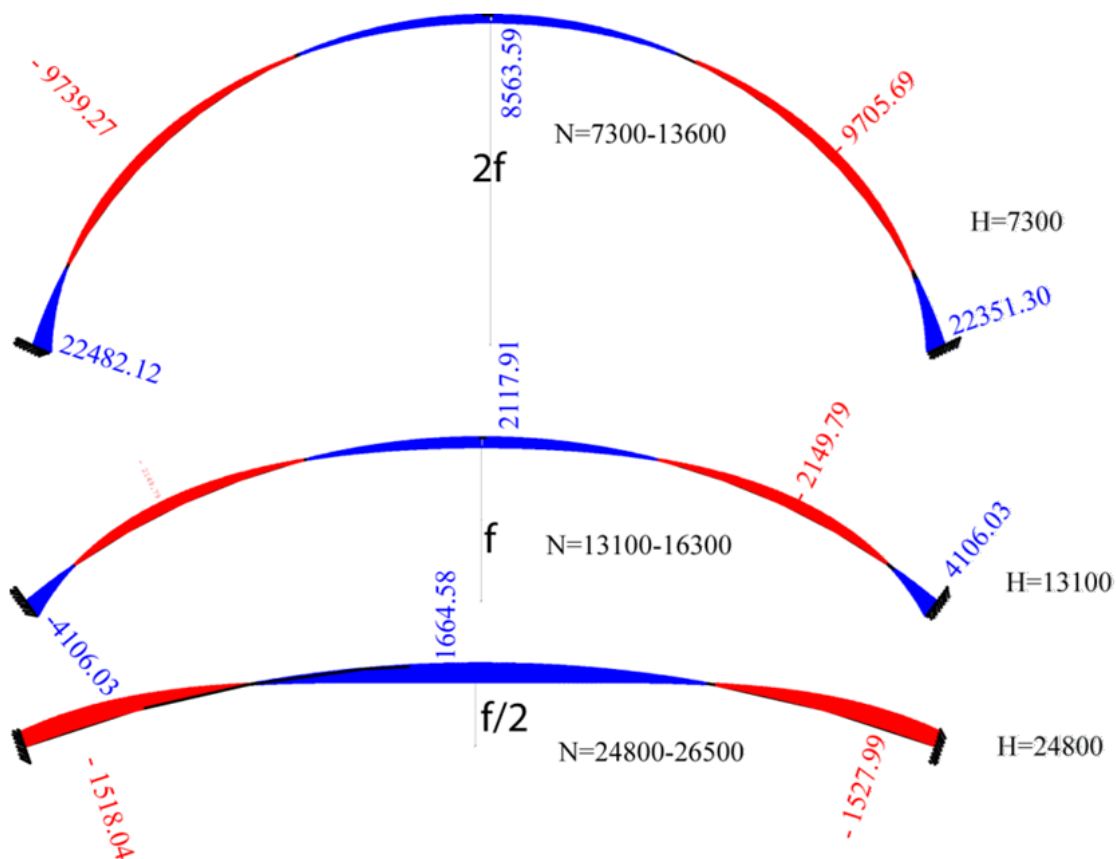
за железничке мостове 0,20- 0,25

Број зглобова и утицаји у луку



Величине момената расту са бројем зглобова, хоризонтални притисци имају приближно исту вредност

Оптималне стињености

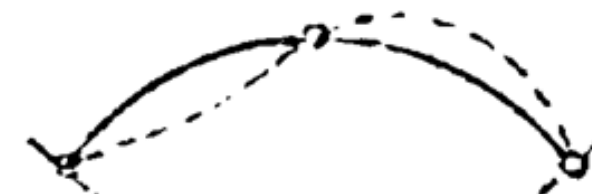
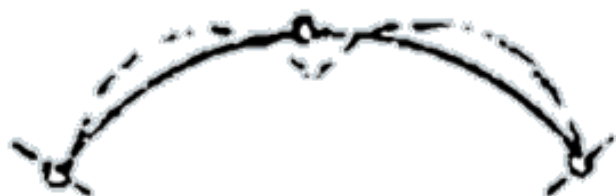


- Смањењем стреле при истом распону и истом закону промене момената инерције моменти од покретног оптерећења се не мењају значајно (сличне утицајне линије)
- Осетљивост лукова на скупљање, течење, температуру и размицање ослонаца расте са смањењем стињености и постају пресудни за стабилност плитких лукова.
- Нормалне силе расту, до одређене границе, приближно реципрочно смањењу стреле лука
- Дубоки лук има релативно малу нормалну силу, при приближно истим моментима од покретног оптерећења
- Оптимална стињеност лука опада са величином распона
- Секундарни ефекти расту са порастом статичке неодређености

Стабилност – извијање у својој равни

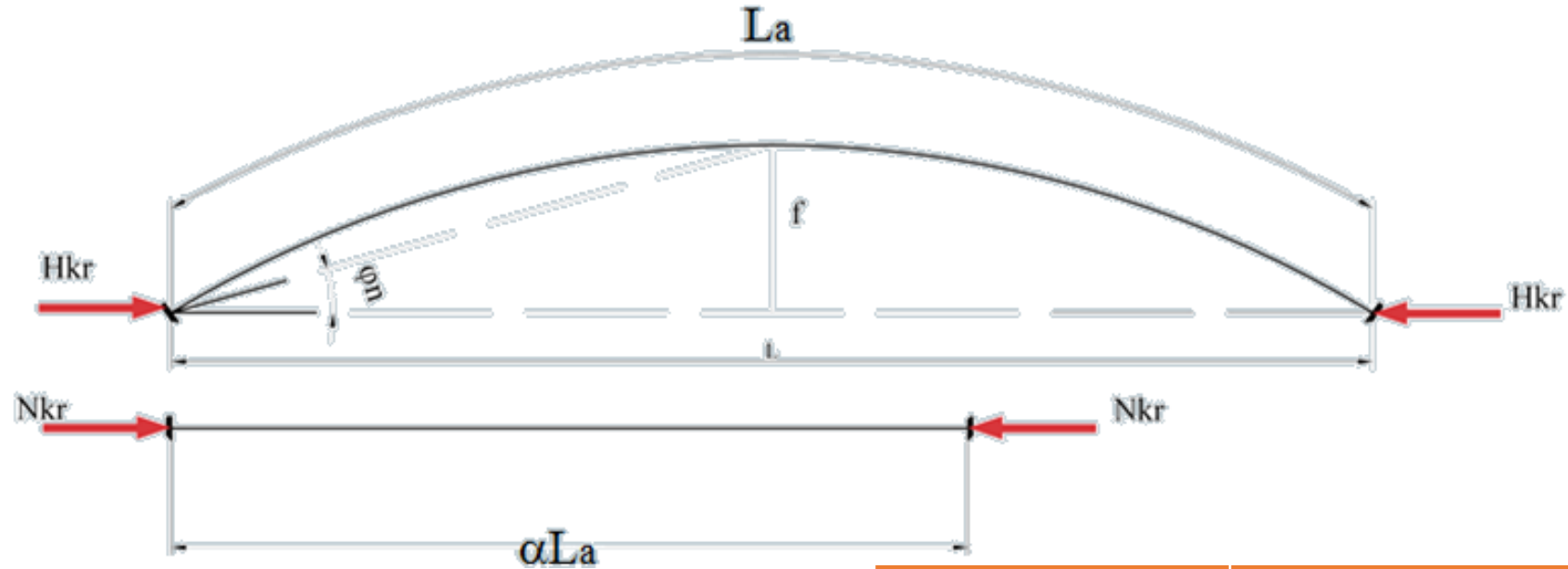
”Теорија другог реда је тачна (у границама претпоставки), али је дуга и приметна. Конструктор увек тежи да је учини излишном самом конструктивном концепцијом.”

Тројановић



Извијање лука

витак лук теорија II реда упрошћен метод



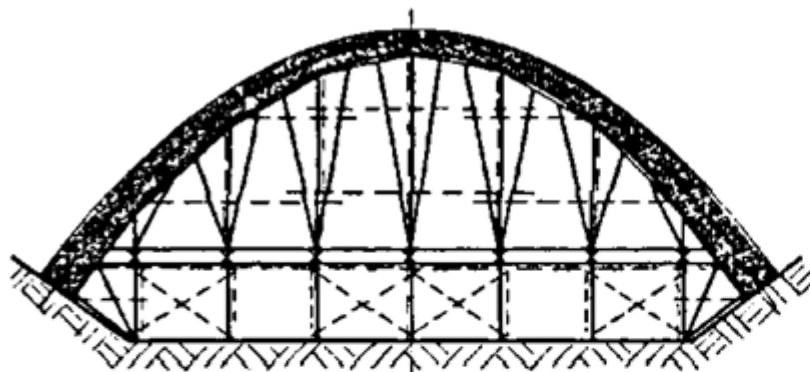
$$H_{kr} = N_{kr} \cdot \cos \phi_n$$

$$N_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{sr}}{(\alpha L_a)^2}$$

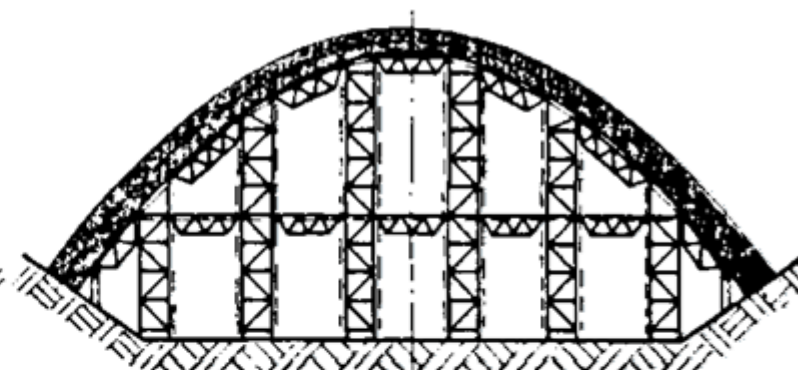
$$M^{II} = \frac{1}{1 - \frac{H}{H_{kr}}} M^I$$

Систем	α
Укљештени лук	0.36
Двозглобни лук	0.54
Трозглобни лук	0.58

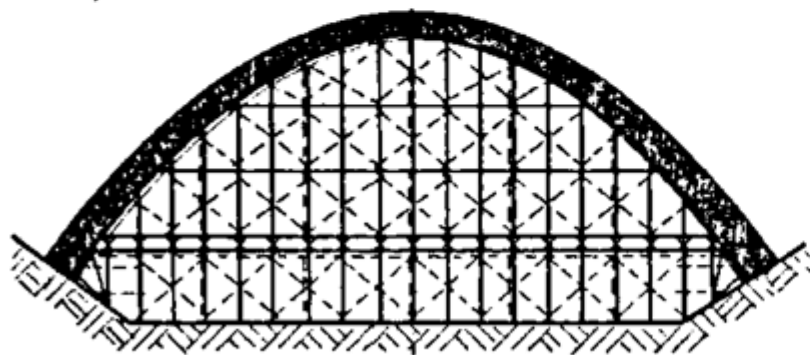
Скеле за лучне мостове



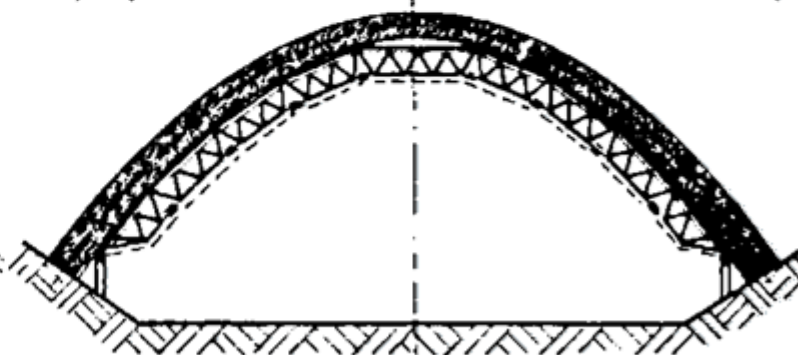
а.) Трапезна скела



б.) Јармови

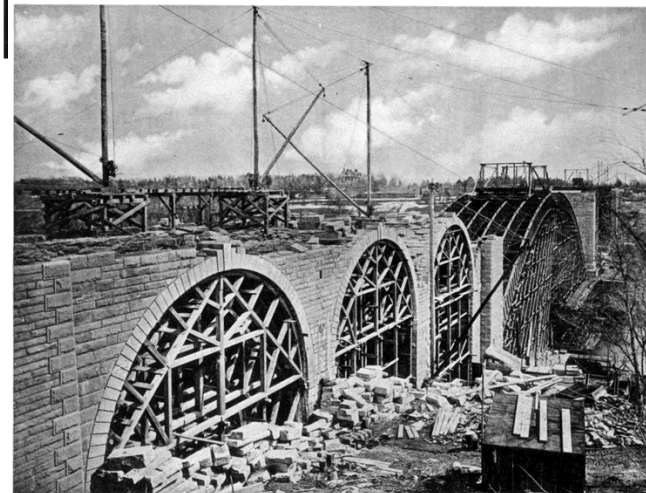
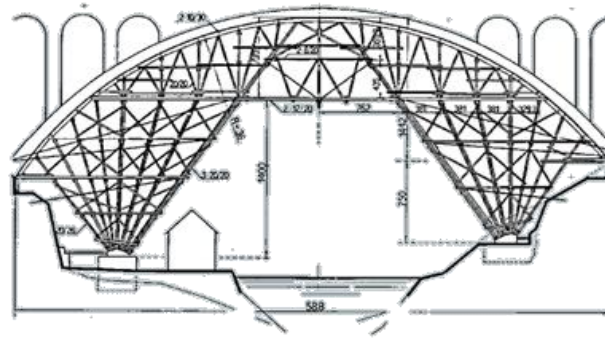
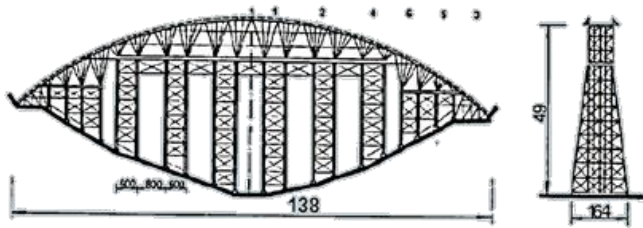


с.) Спратна скела



д.) Слободно носећа скела

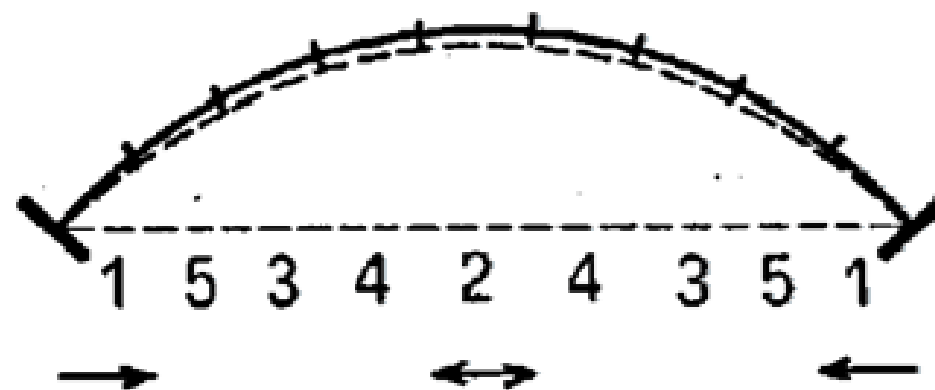
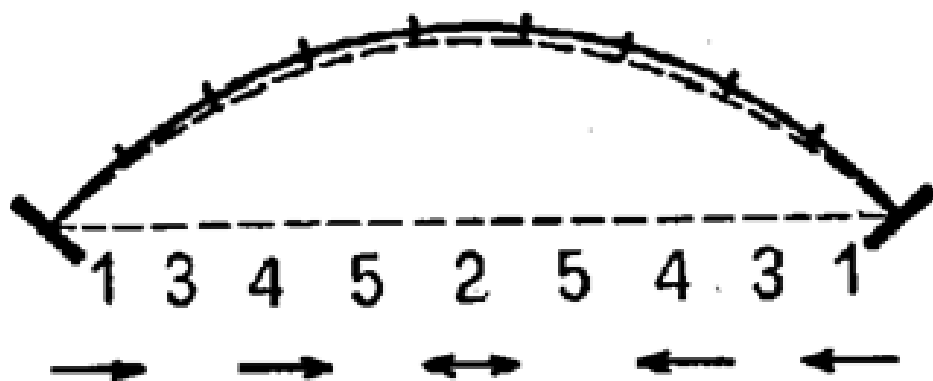
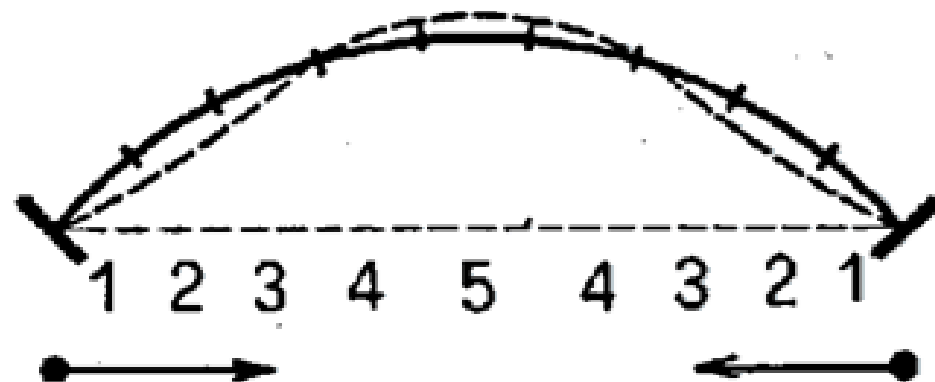
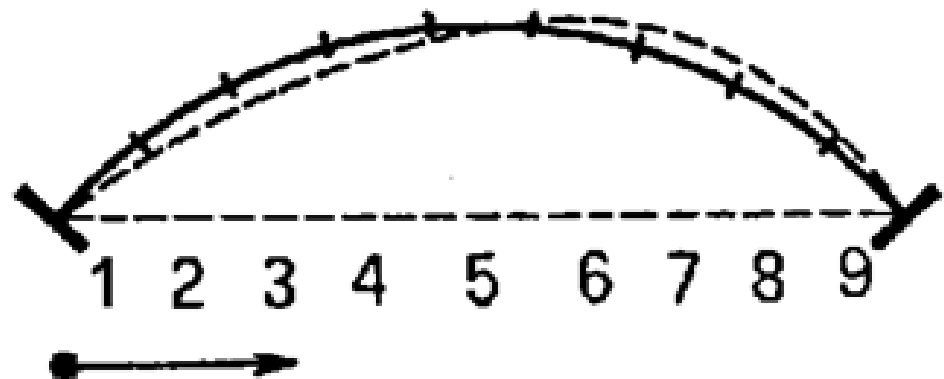
Скеле



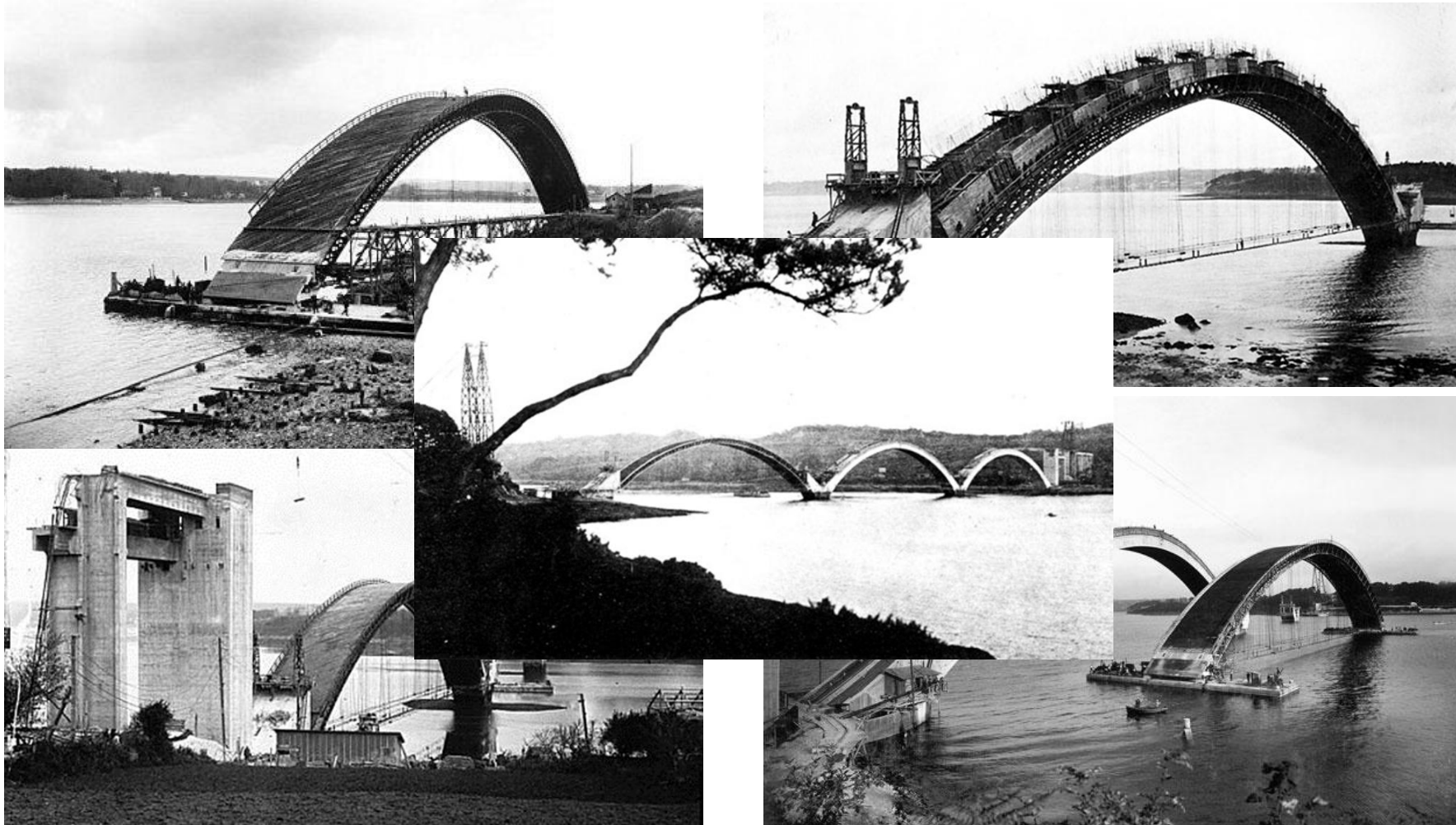
WEST SIDE, MARCH 23, 1888.



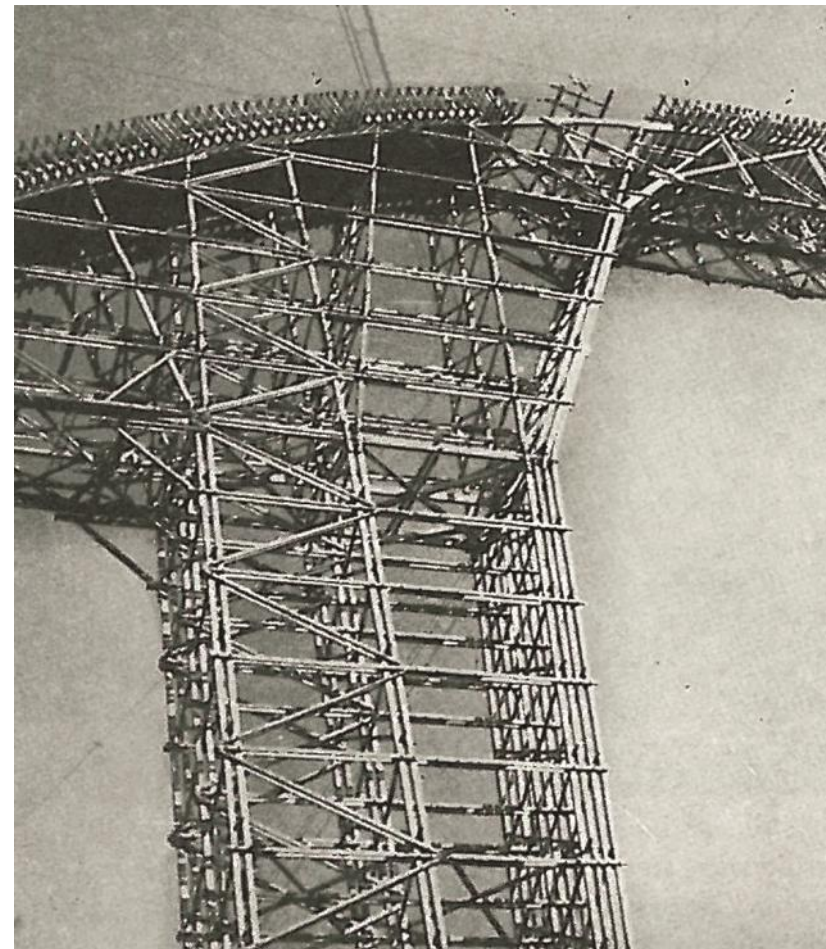
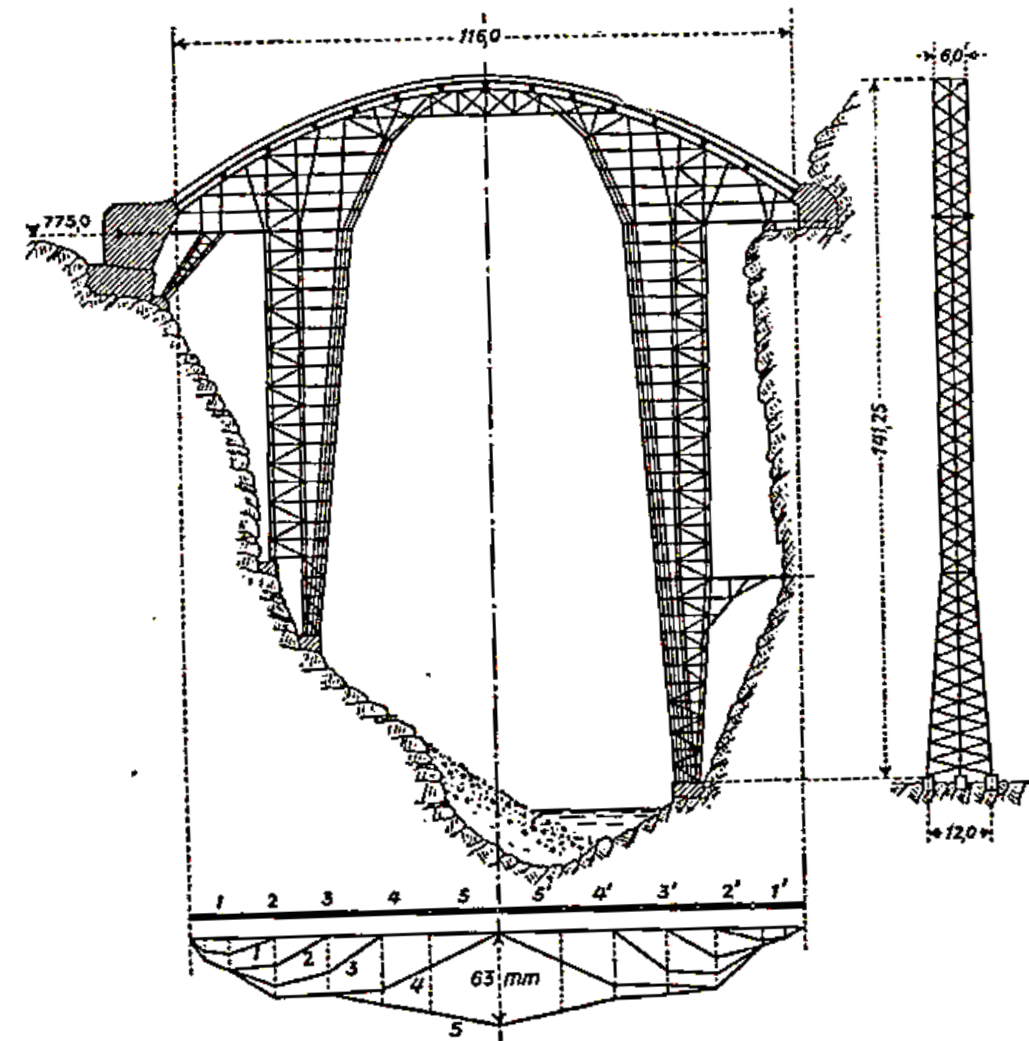
Распоред бетонирања



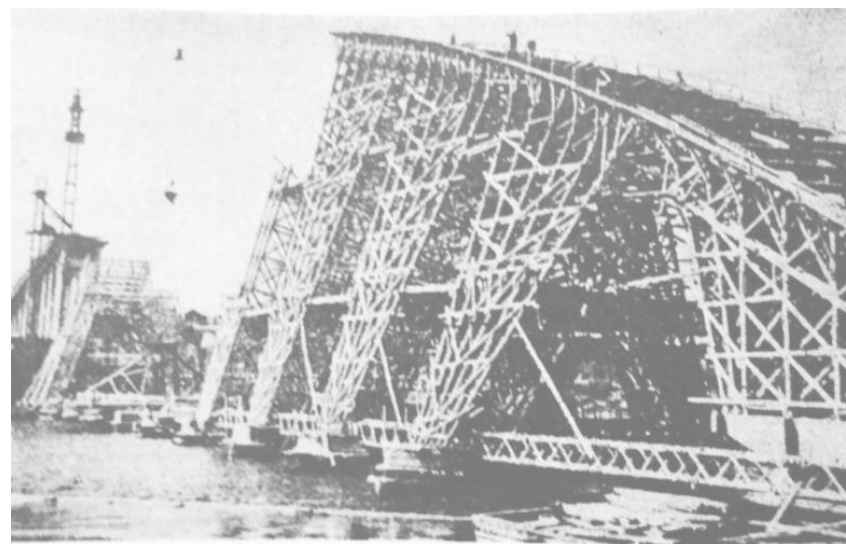
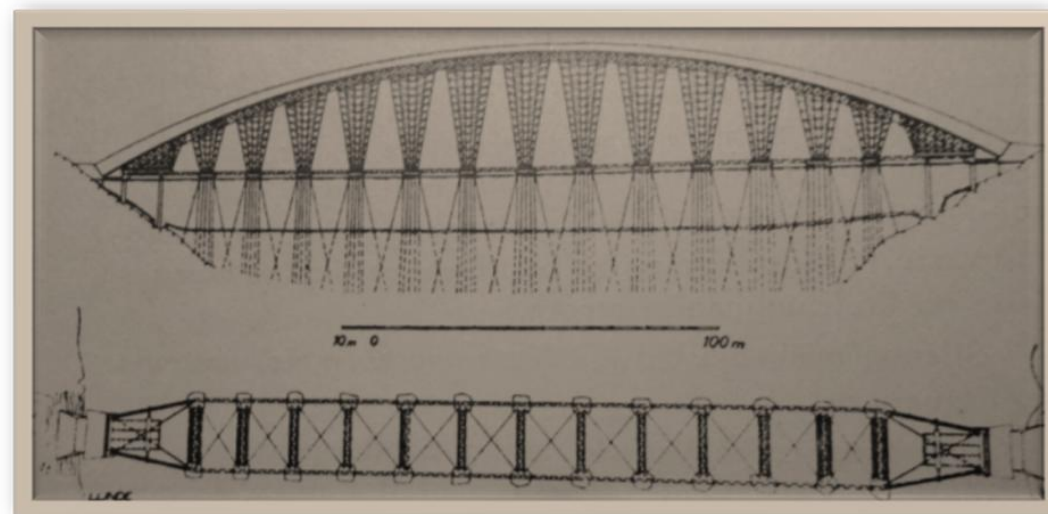
Извођење моста Albert Louppe



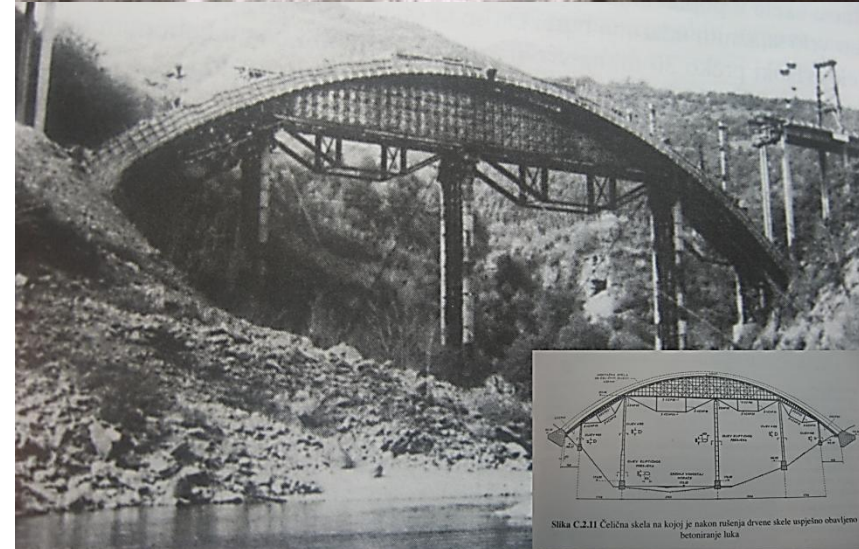
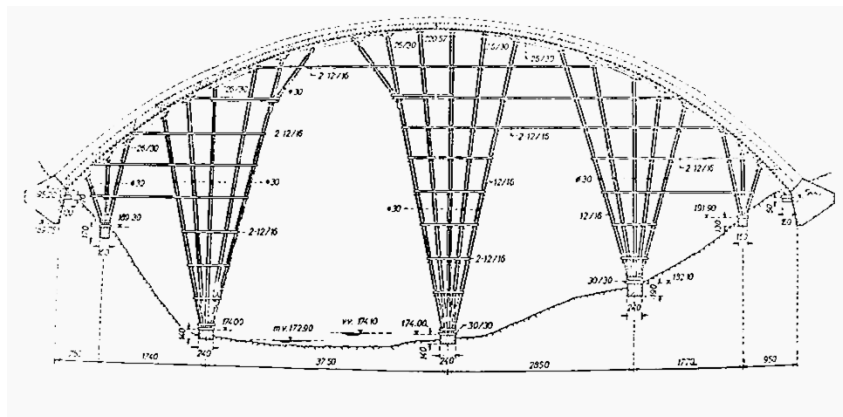
Скела главног отвора моста на Тари



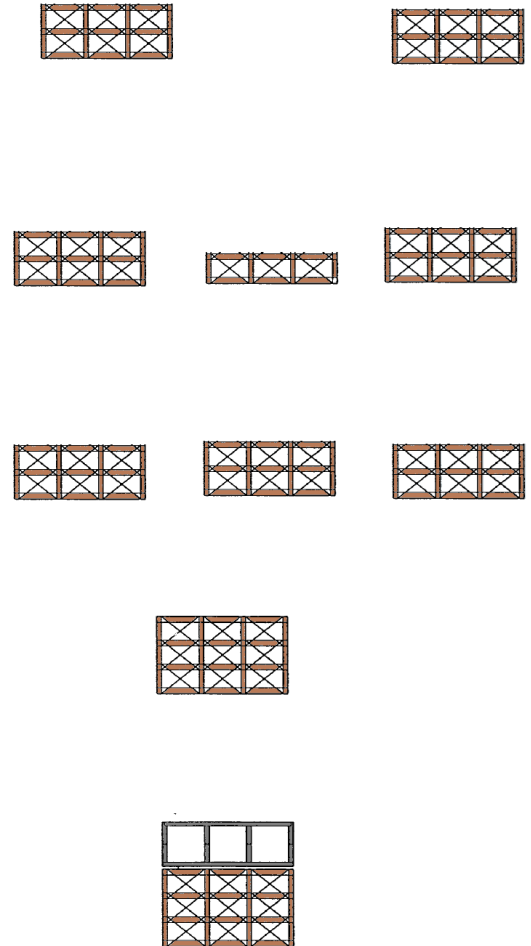
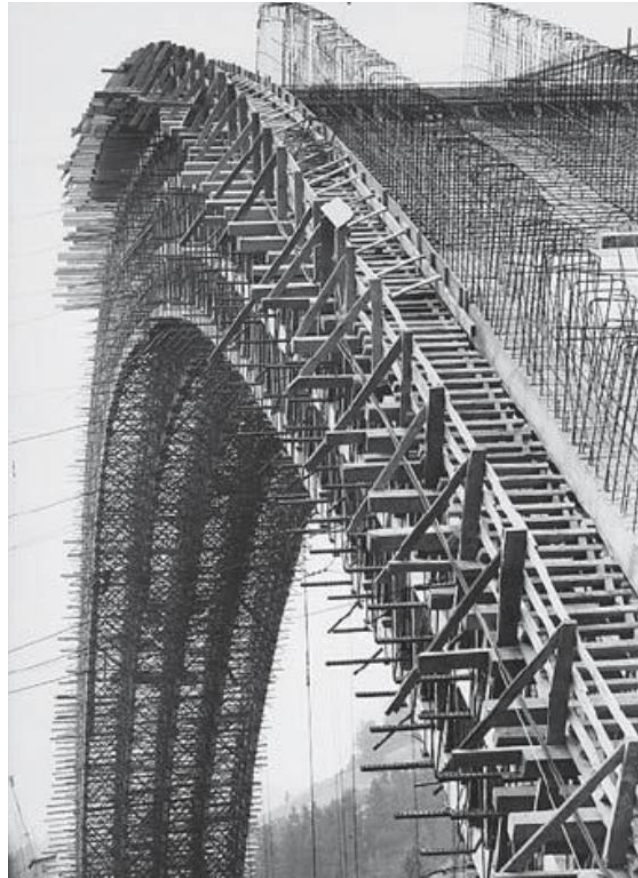
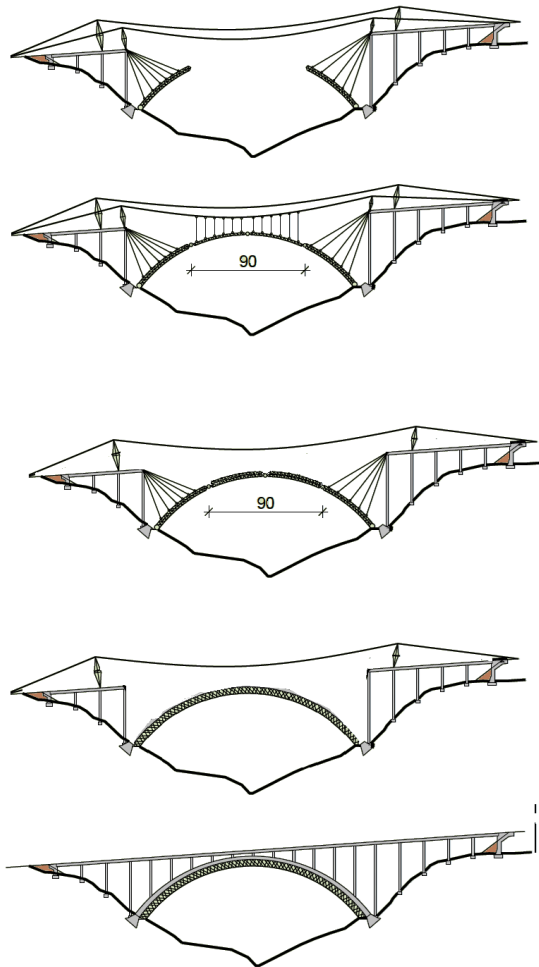
Мост Сандо (Шветска 1939-1943)



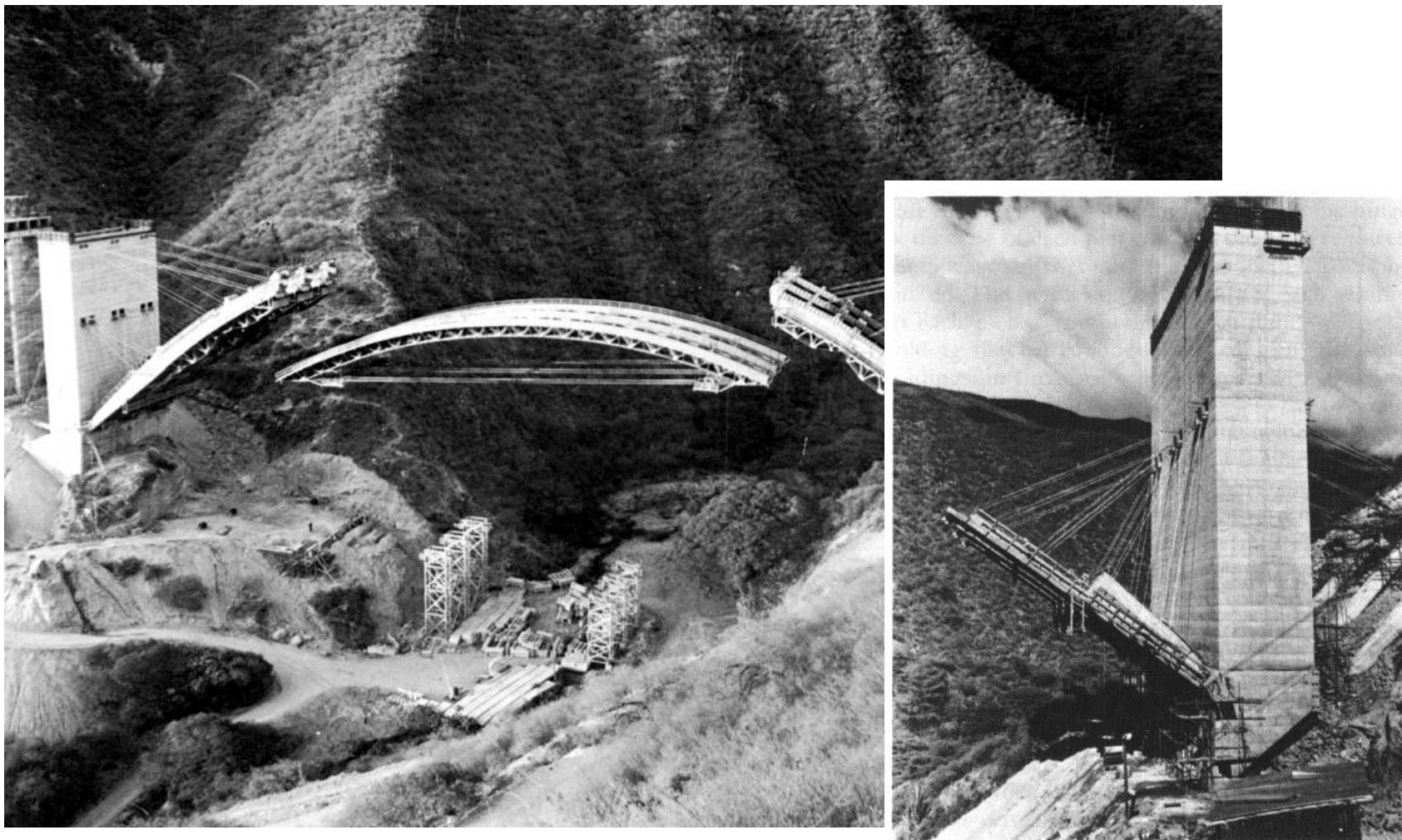
Мост Пјенавац (1962)



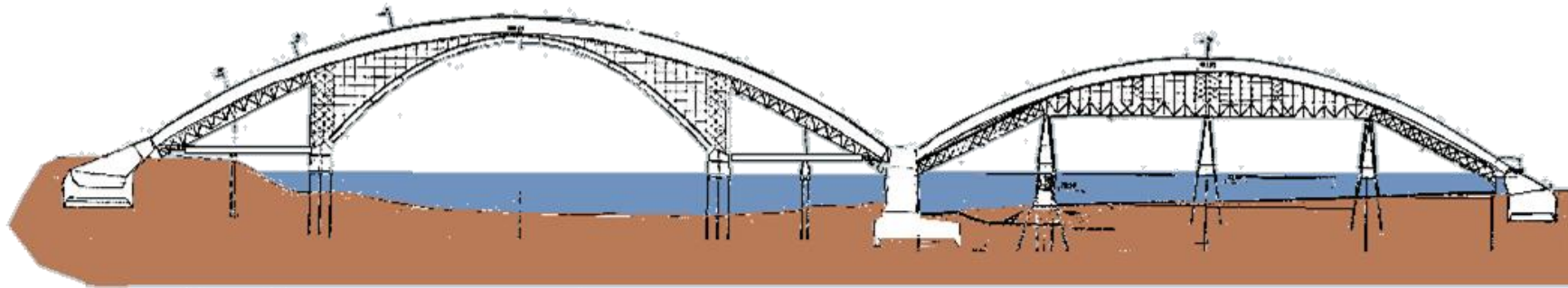
Монтажа слободно носеће скеле пример



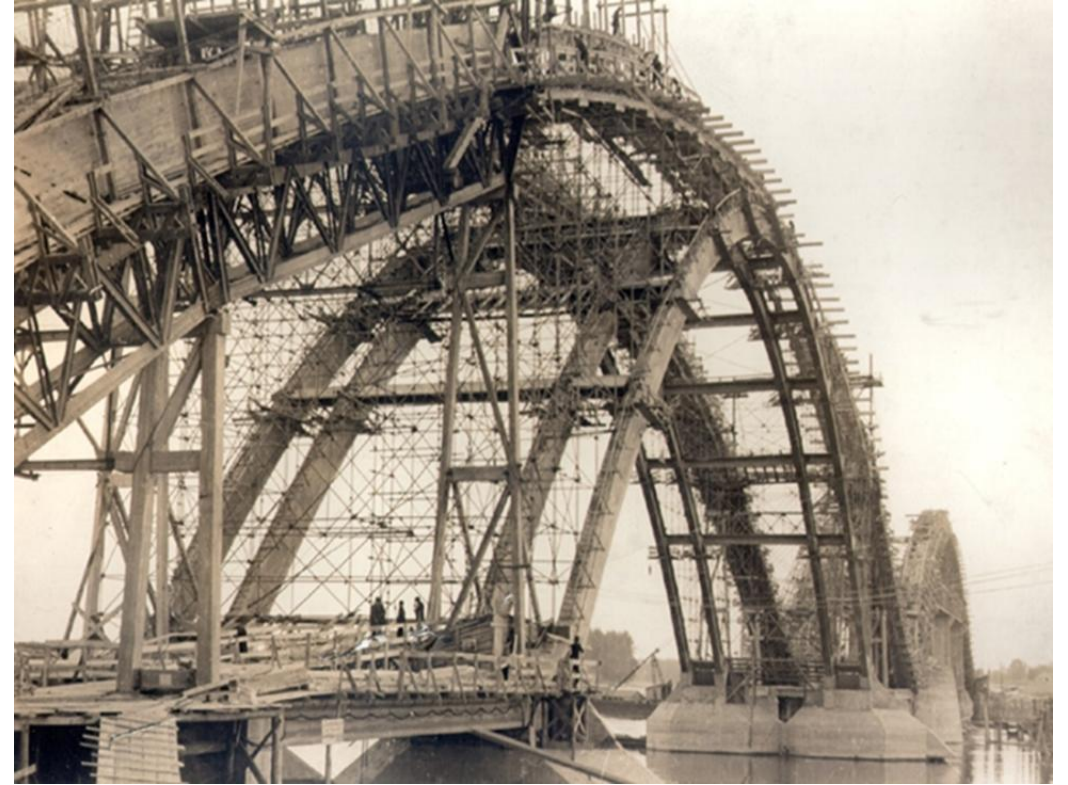
Монтажа слободно носеће скеле - Caracas Viaduct (1951-1953)



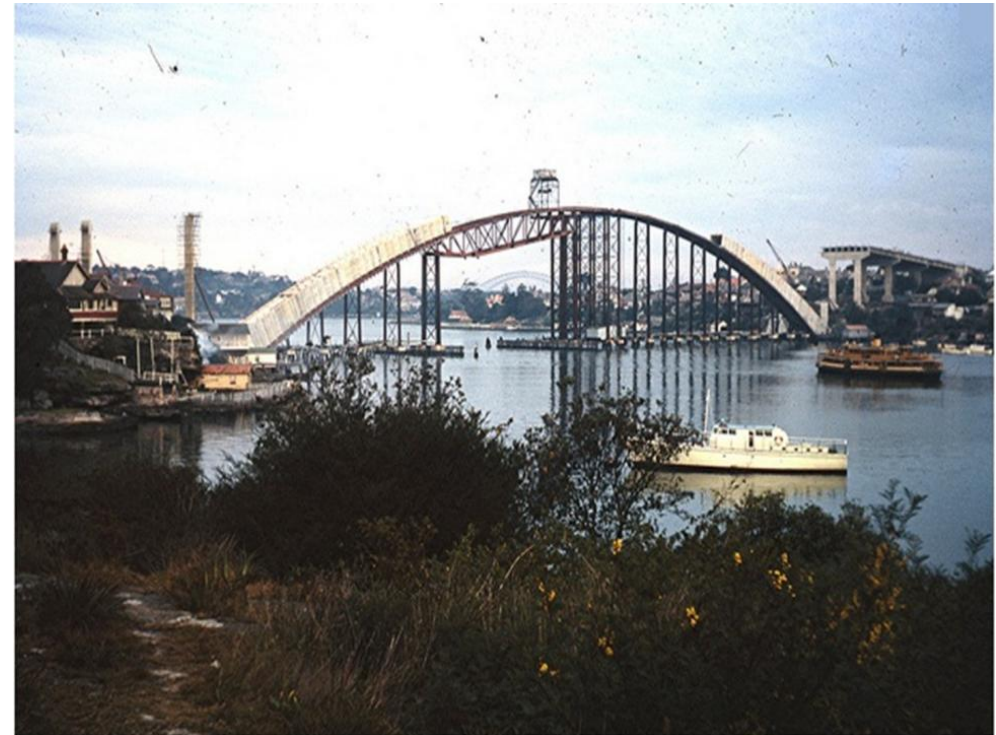
Мост преко Дунава у Новом Саду (1957-1961)



Скела под великим луком

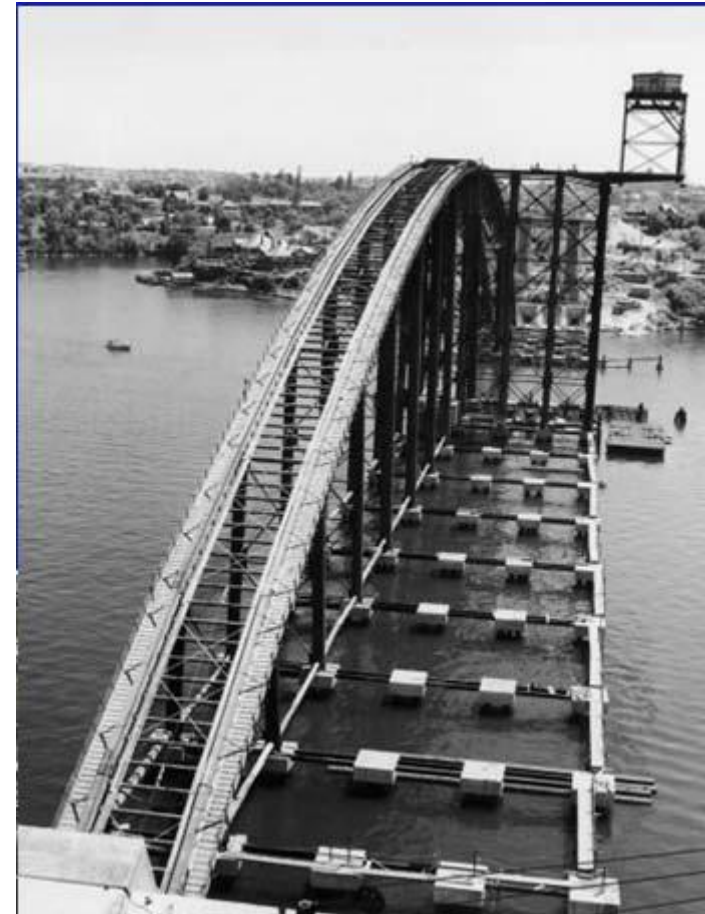


Gladesville 305m (1959-1964)

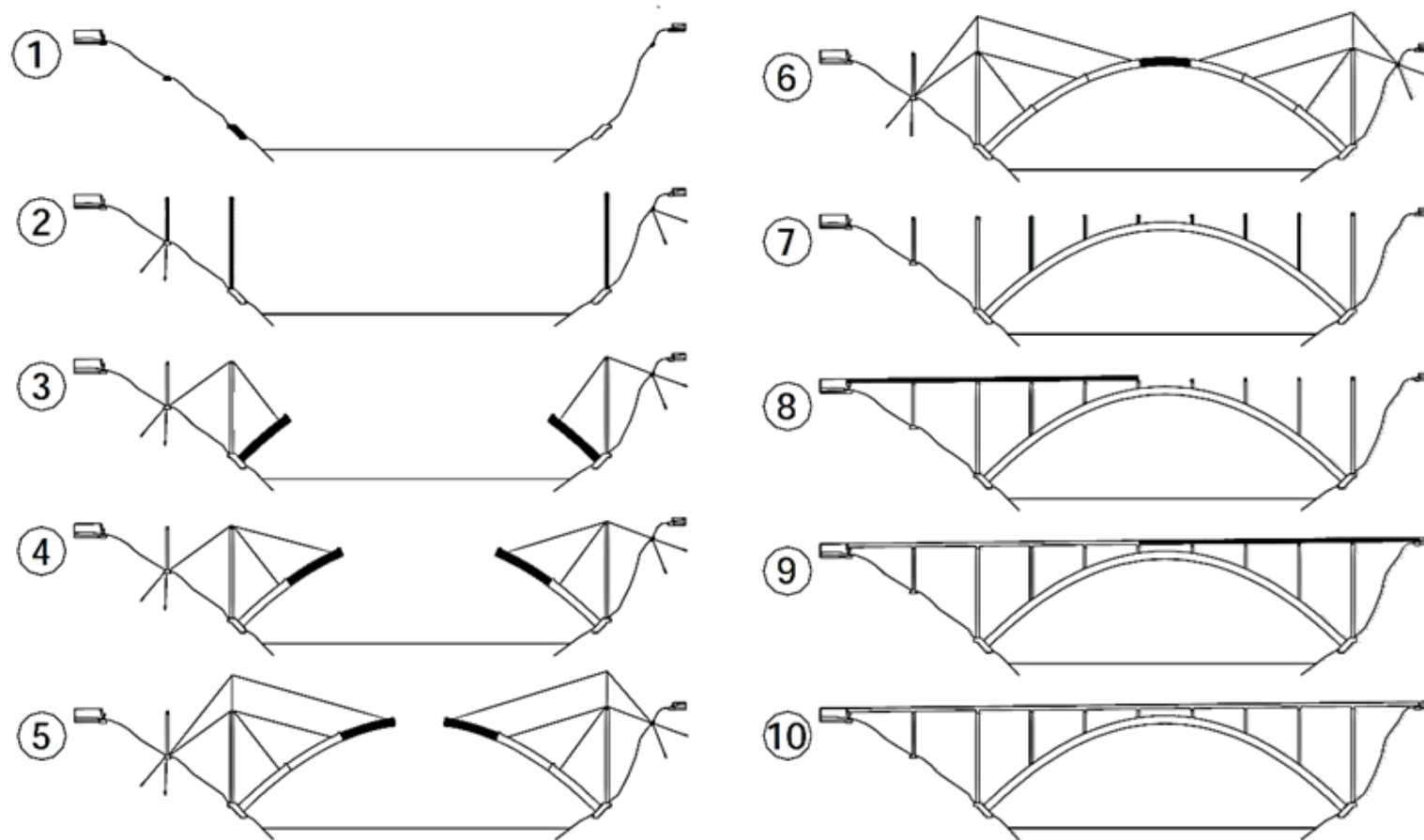


https://www.youtube.com/watch?v=Yat-CwdOpsg&ab_channel=NSWRoads

Формирање скеле

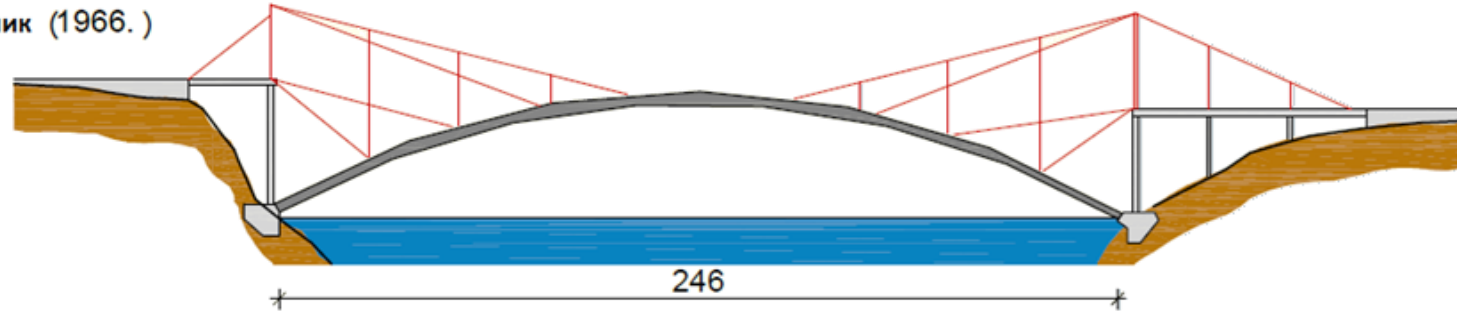


Принцип конзолног извођења лукова

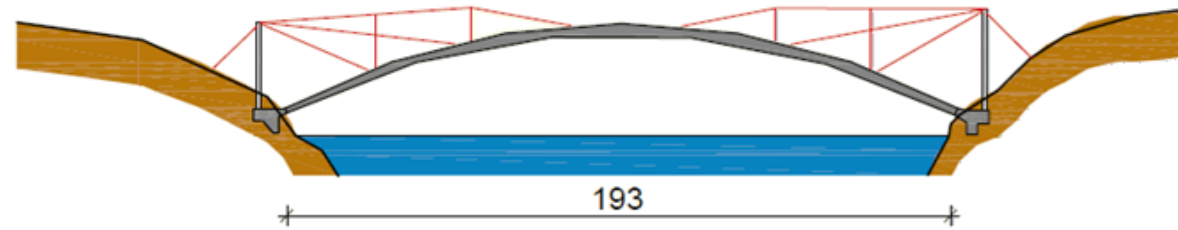


Велики Југословенки мостови

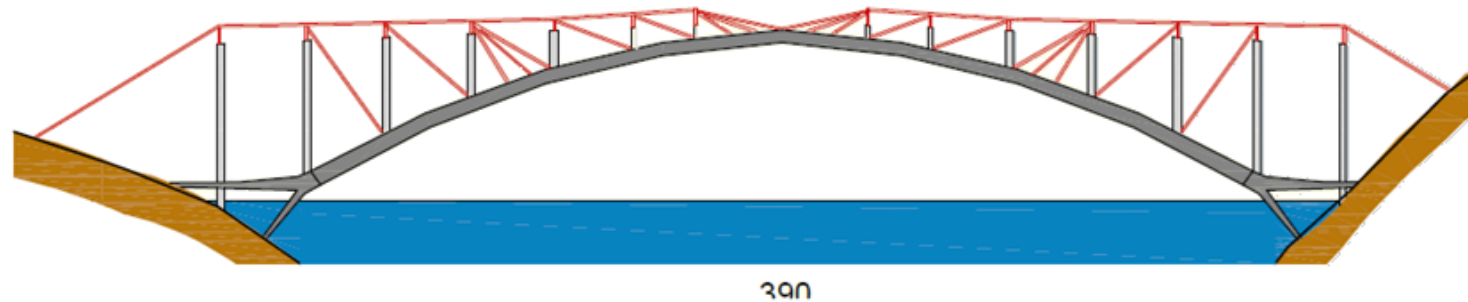
Шибеник (1966.)



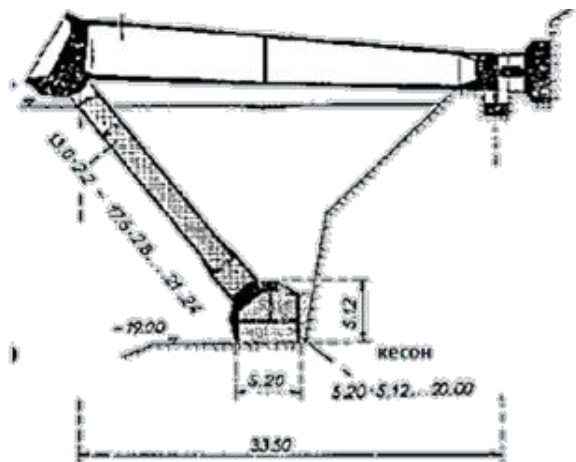
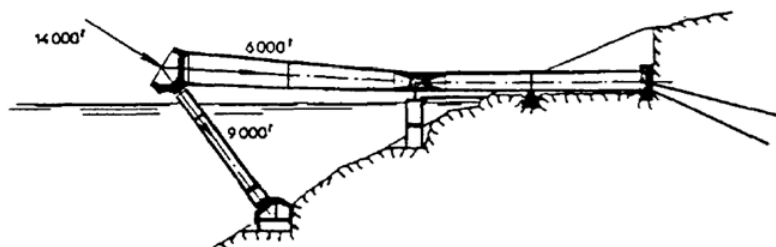
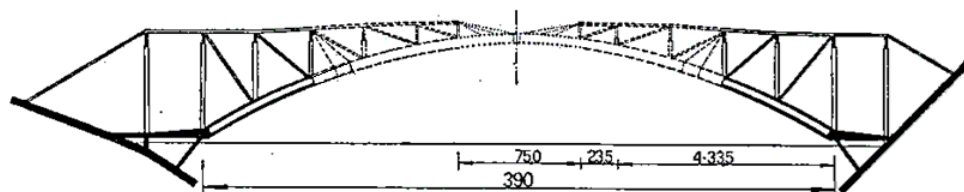
Паг (1968.)



Крк (1980.)



Мост Крк завршен 1979.



пловна дизалица
носивости 200 тона



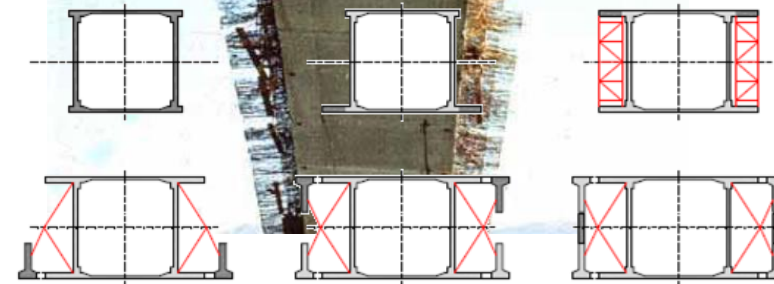
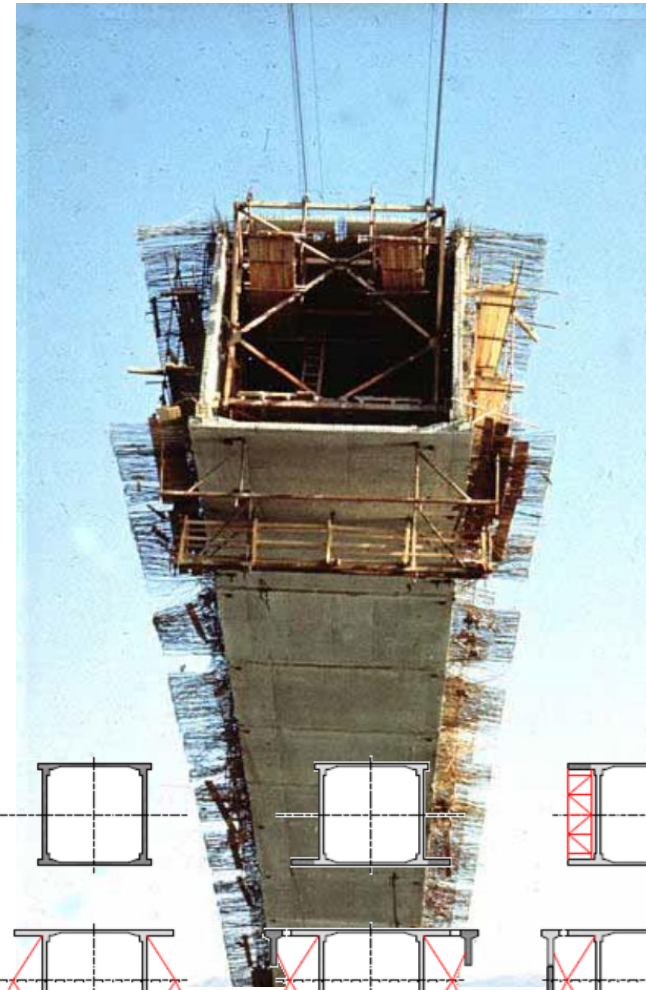
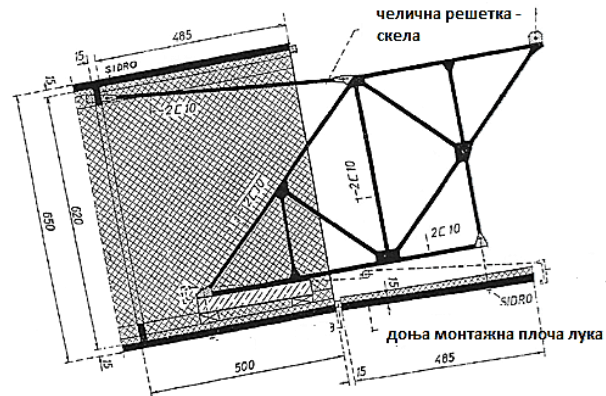
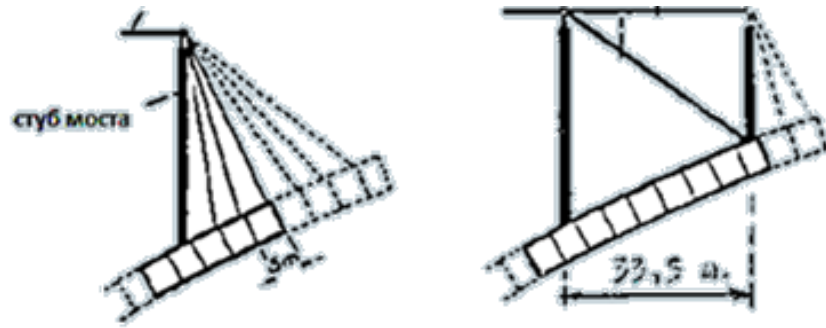
бетонски сегмент
лука тежине 500 тона

коса челична затега

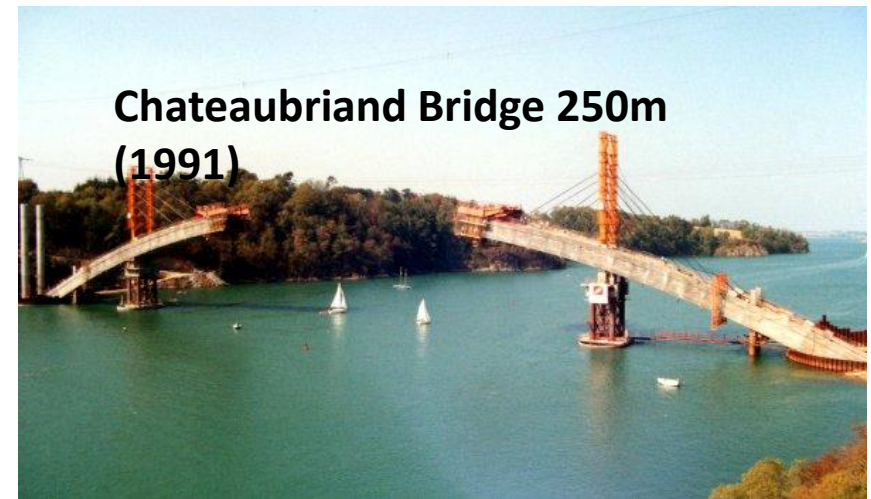
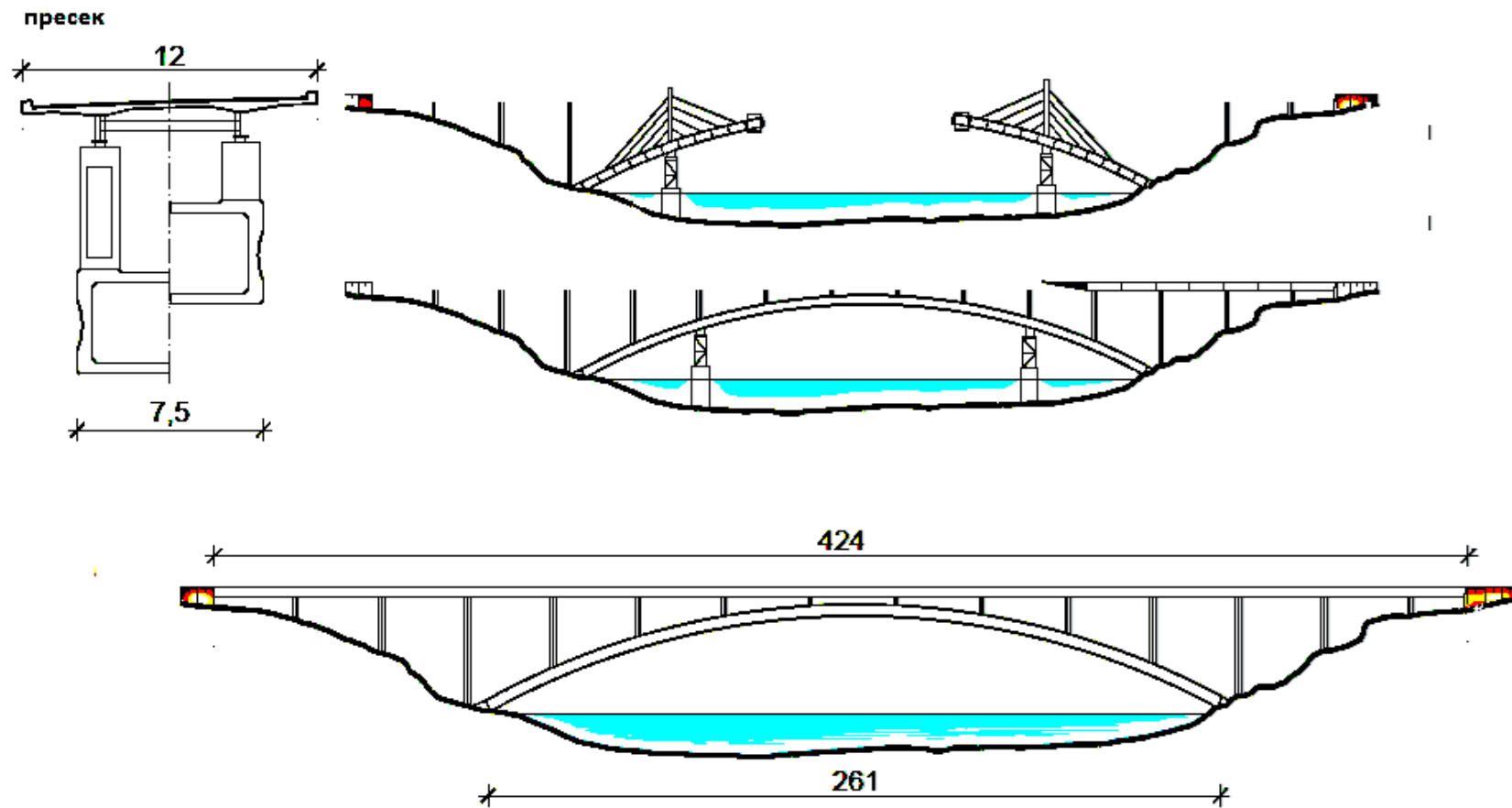
пловна дизалица
носивости 300 тона



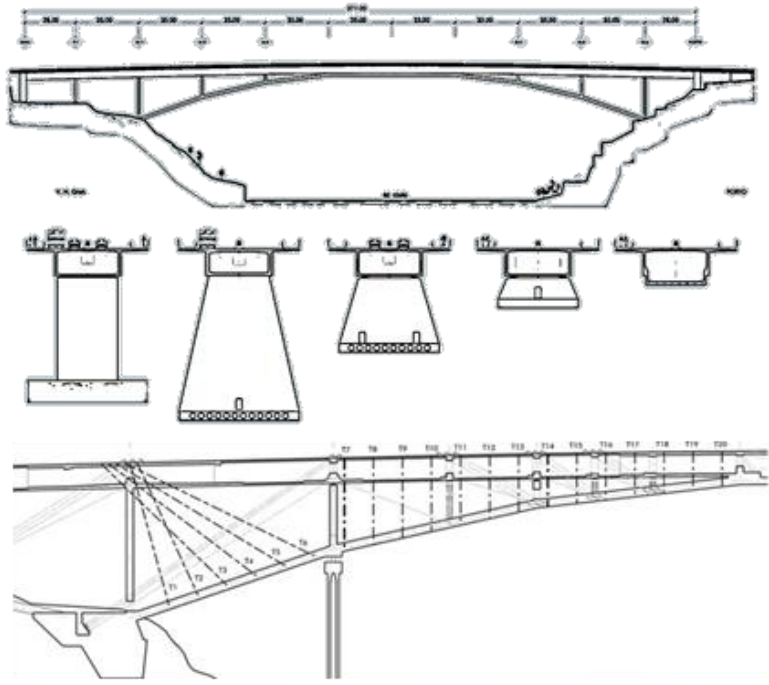
Конзолна монтажа и формирање пресека великог лука у фазама



Модификована конзолна градња



Infinite Dom Henrique мост (1999-2002)



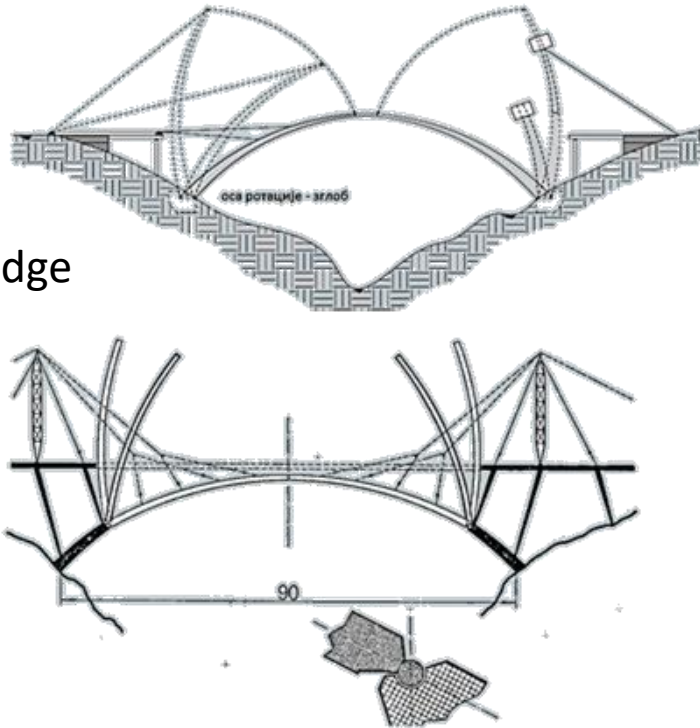
Распон лука је $L = 280$ m, а стрела 25 m, тако да однос стреле и распона лука (f/L) износи приближно $1/11$.

Светски рекорд са правим сегментима лукова, са константном дебљином од 1,50 m (приближно $L/187$) (уобичајене дебљине лучних носача : $L/40 \div L/60$)

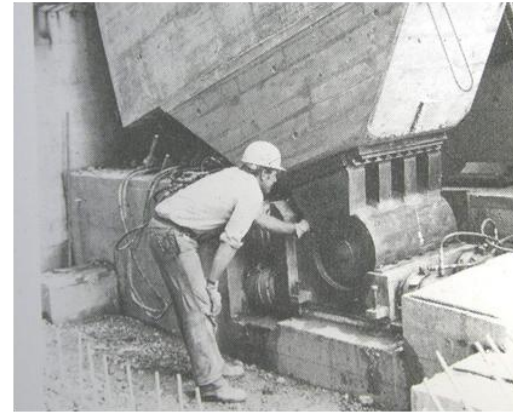
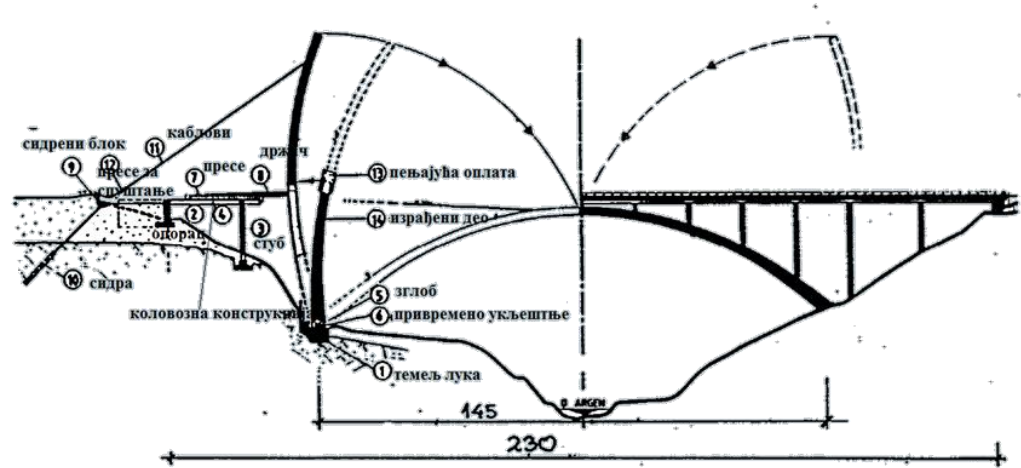


Ротација полу лукова око хоризонталне осе

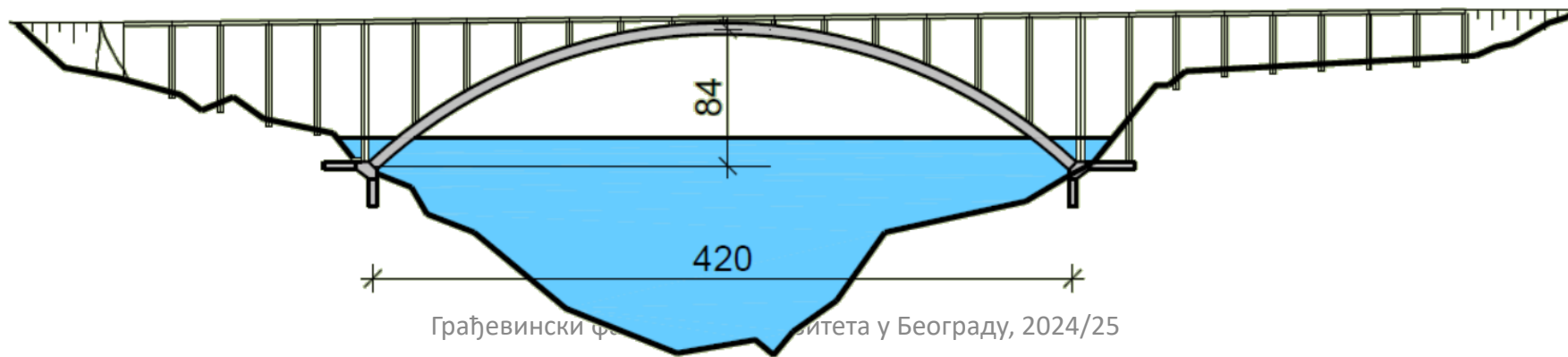
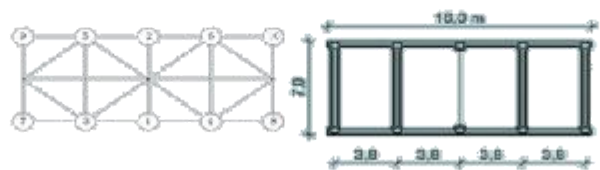
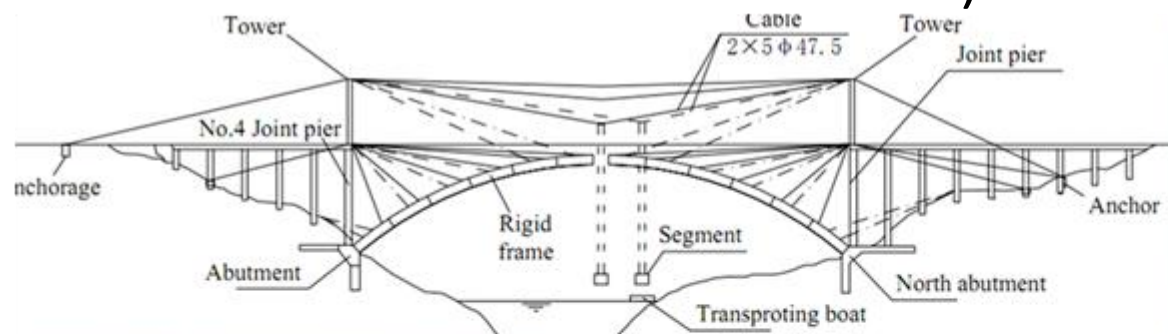
Storms River Bridge
90 m (1954).



Argentobel, (1985.)



Wanxiang 420m (1997) – цеви испуњене бетоном (Concrete-Filled Steel Tube- CFST)



Yajisha Bridge 360 m (1999.) цеви испуњене бетоном



Вертикална ротација



Хризонтална ротација



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ДИПЛОМСКЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **I година / I семестар**

Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ (М2К1БМ/М1К1БМ)**

Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**

Наслов предавања: **Специфичности прорачуна бетонских
МОСТОВА**

Датум : Надокнада

Гранична стања

- Носивости:
 - Савијање
 - Смицање
 - Пробој
 - Торзија
 - Утицаји другог реда
- Употребљивости:
 - Напони
 - Прслине
 - Деформације
- Елементи:
 - Плоче
 - Греде
 - Зидови
 - Стубови
 - Темељи
- Прорачуни у попречном и подужном правцу

Wood - Armer изрази - димензионисање

• Горња арматура

$$M_x^* = M_x - |M_{xy}| \wedge M_y^* = M_y - |M_{xy}|$$

Ако је лева страна у оба израза већа од 0, није потребна горња арматура ни у једном правцу

Ако је једна већа од 0 користе се модификовани изрази изрази:

$$M_y^* > 0 \Rightarrow M_y^* = 0 \wedge M_x^* = M_x - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_y} \right|$$

$$M_x^* > 0 \Rightarrow M_x^* = 0 \wedge M_y^* = M_y - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right|$$

Уколико и модификовани израз има вредност већу од 0 онда није потребна горња арматура ни у једном правцу

• Доња арматура

$$M_x^* = M_x + |M_{xy}| \wedge M_y^* = M_y + |M_{xy}|$$

Ако је лева страна у оба израза мања од 0, није потребна доња арматура ни у једном правцу

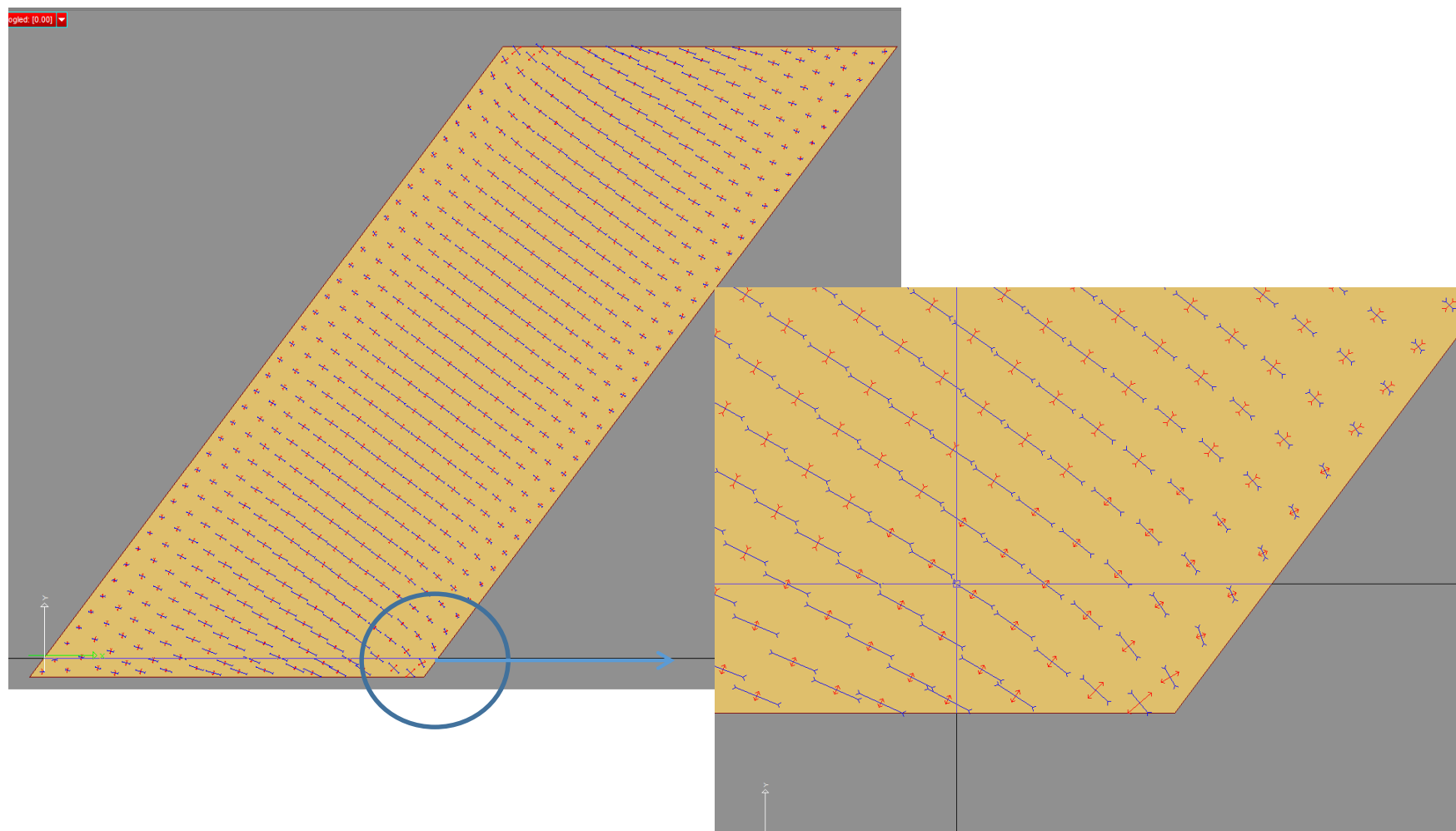
Ако је једна мања од 0 користе се модификовани изрази:

$$M_y^* < 0 \Rightarrow M_y^* = 0 \wedge M_x^* = M_x + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_y} \right|$$

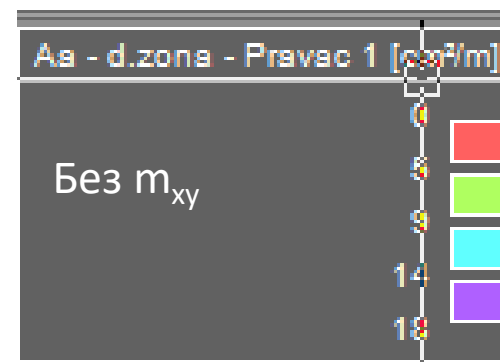
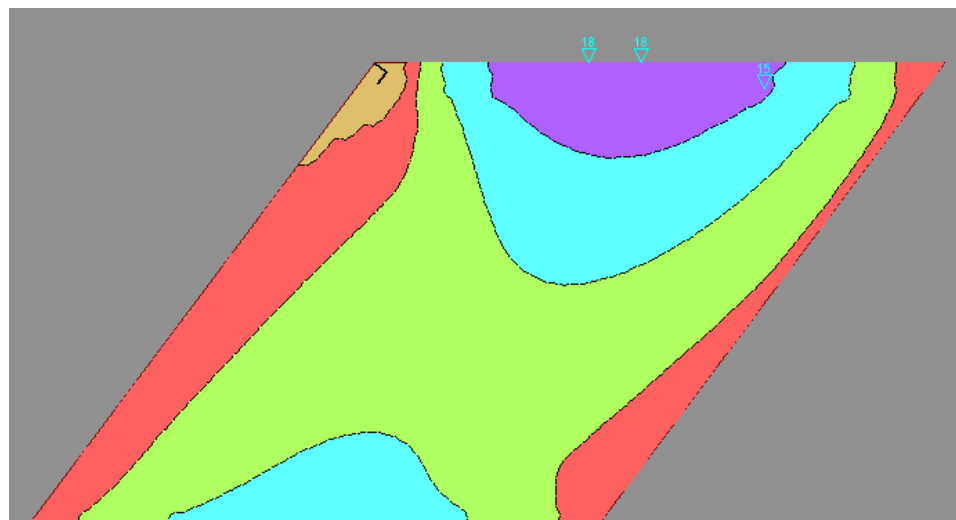
$$M_x^* < 0 \Rightarrow M_x^* = 0 \wedge M_y^* = M_y + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right|$$

Уколико и модификовани израз има вредност мању од 0 онда није потребна доња арматура ни у једном правцу

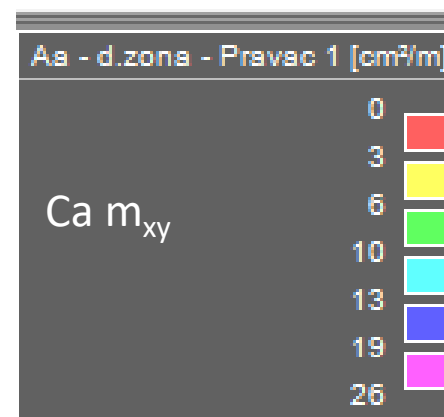
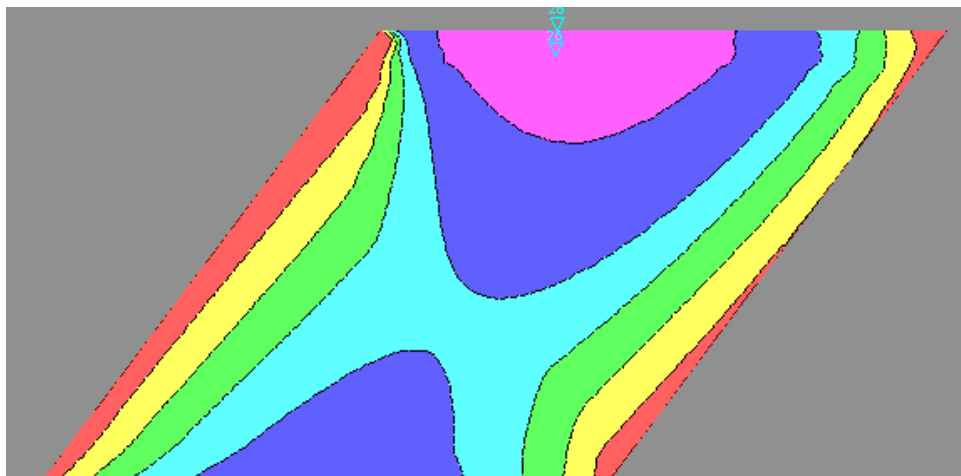
Главни напони у горњој зони косе плоче МКЕ



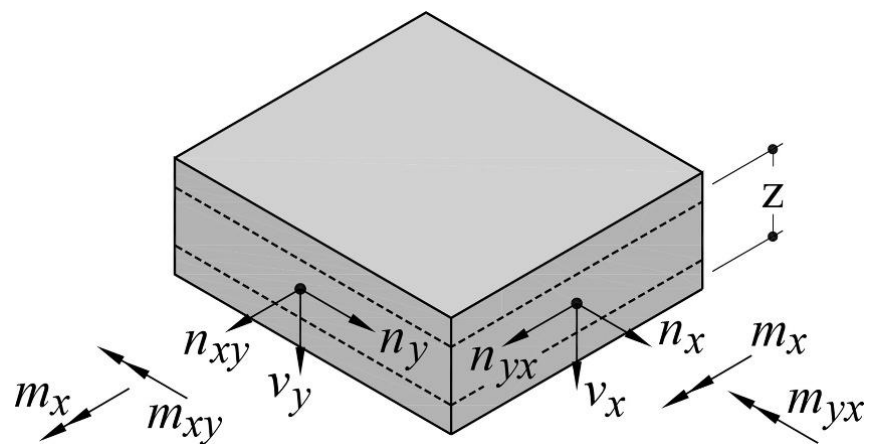
Ефекат m_{xy} доња зона



Арматура управно на правац
ослањања



Сендвич модел (ГСН – *fib*, EC2)

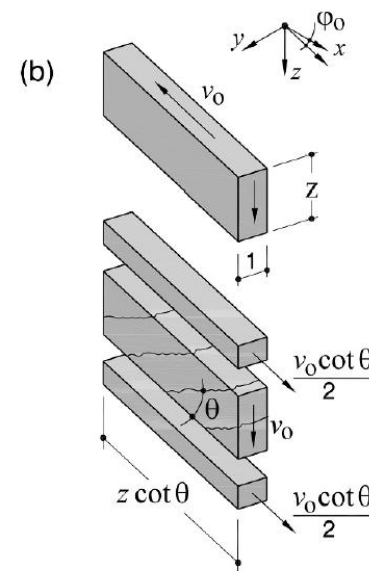
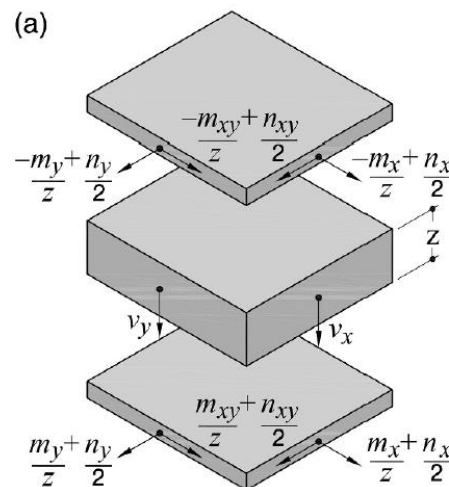


$$n_{x\ inf, sup} = \frac{n_x}{2} \pm \frac{m_x}{z} + \frac{v_x^2}{2v_o} \cot \theta$$

$$n_{y\ inf, sup} = \frac{n_y}{2} \pm \frac{m_y}{z} + \frac{v_y^2}{2v_o} \cot \theta$$

$$n_{xy\ inf, sup} = \frac{n_{xy}}{2} \pm \frac{m_{xy}}{z} + \frac{v_x v_y}{2v_o} \cot \theta$$

$$\begin{aligned} \rho_x \sigma_{sx} &= |\tau_{Edxy}| \cot \theta + \sigma_{Edx} \leq \rho_x f_{yd,x} \\ \rho_y \sigma_{sy} &= |\tau_{Edxy}| \tan \theta + \sigma_{Edy} \leq \rho_y f_{yd,y} \\ \sigma_{cd} &= -|\tau_{Edxy}| (\tan \theta + \cot \theta) \leq \sigma_{cd, max} \end{aligned}$$



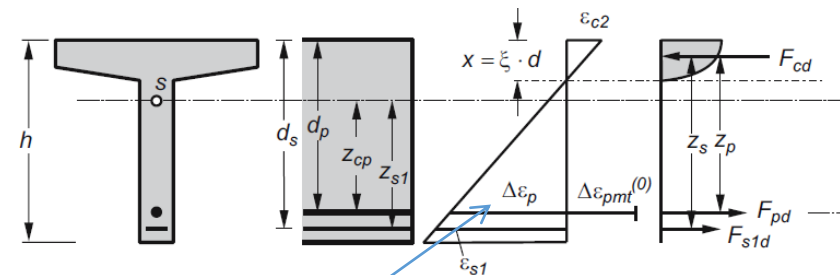
Недостатак пецизних упутстава
ограничена могућност употребе

Примарни и секундарни ефекти претходног напрезања

- Примарни ефекти претходног напрезања (ефекти који одговарају статички одређеном систему).
- Секундарни момент (постоје као последица реакција статички неодређених система) се у граничном стању носивости аплицирају на старни опреређења.
- Кад се ефекти претходног напрезања разлажу на овај начин секундарни моменти се укључују у ефекат дејстава (али не и примарни, они су укључени у граничну носивост).

Гранична носивост претходно напрегнутог пресека

- Одређује се **момент носивости**, при одређеној сили претходног напрезања
- Постављају се услови равнотеже уз задовољене линеарног дијаграма дилатација.
- У деловима попречних пресека што су притиснуте фланше сандучастих пресека, средња дилатација притиска у том делу пресека треба да се ограничи на ε_{c2} (или ε_{c3} ако се користи билинеарни дијаграм напона).
 - Ово се дешава када неутрална линија уђе у ребро пресека
 - Додатна прорачунска компликација без нароритог ефекта на одређивање носивоати



Повећање дилатације у кабловима у пресеку важи

само за унутрашње каблове са спојем

Обезбеђење од кртог лома

- Затхева се да претходно напрегнуте греде имају одређени капацитет носивости и након корозије или лома одређеног броја каблова.
 - Контрола под честом комбинацијом оптерећења са смањеним бројем каблова
 - Одредити колики је смањени број каблова доводи до отварања прслине под честом комбинацијом оптерећења
 - Са тим кабловима контролисати носивост пресека али са умањеним парцијалним факторима за материјала на 1.2 и 1.0
 - Обезбеђење минималне површине арматуре за прихватање момента отварања прслина

Смањени број каблова

- Одредити редуковану силу претходног напрезања тако да при честој комбинацији оптерећења дође до појаве прслине:

$$\frac{P_{red}}{F} + \frac{M'_{Pred}}{W} - \frac{M_{E, freq}}{W} = -f_{ctn}$$

- Одређује се редукована повшина каблова:

$$A_{P, red} = \frac{P_{red}}{\sigma_p}$$

- Одређује се момент носивости пресека са редукованом површином каблова, уз коефицијенте сигурности за материјале:
 - 1,2 за бетон
 - 1,0 за каблове.
- Уколико је овај момент већи од момента под честом комбинацијом оптерећења услов је испуњен.

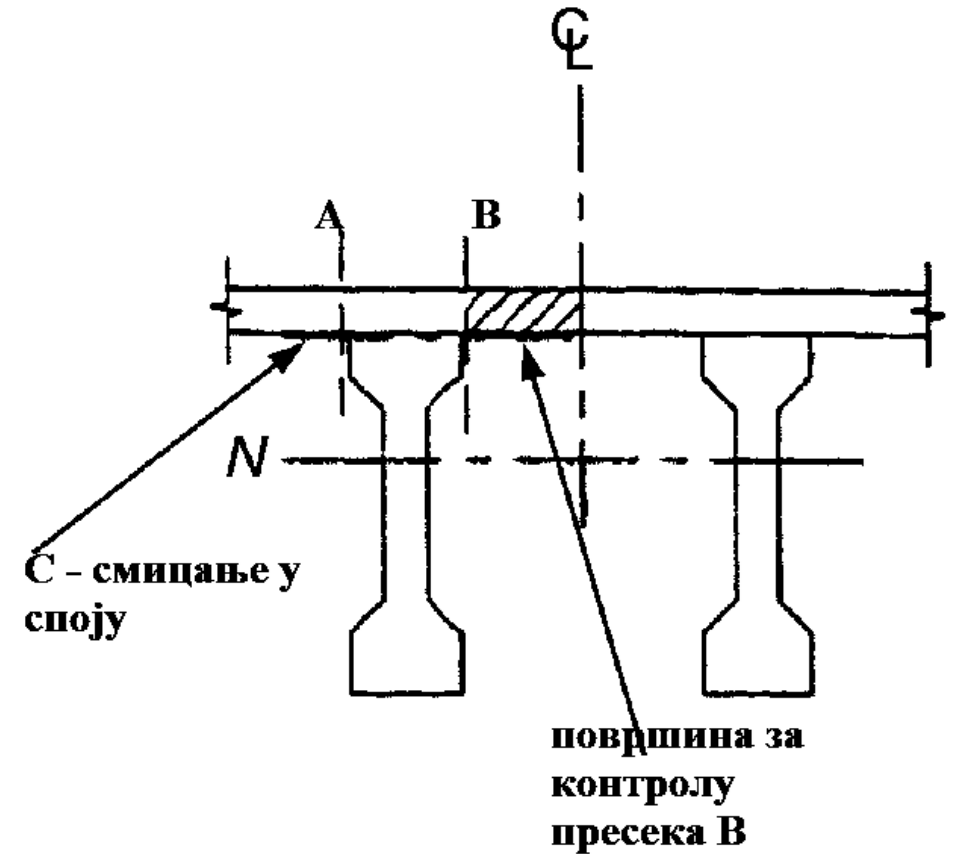
Минимална арматура

$$A_{s,min} = \frac{M_{rep}}{z_s f_{yk}}$$

- M_{rep} је момент отварања прслине одређен под претпоставком да се достиже напон затезања у бетону f_{ctm} , занемарујући ефекат претходног напрезања.
- z_s крак унутрашњих сила у граничном стању лома
- Ову арматуру треба поставити у свим областима где се јавља затезање под карактеристичном комбинацијом оптерећења (која укључује секундарне ефекте претходног напрезања али искључује примарне).
- У ову арматуру треба продужити до краја разматраног распона.

Контроле смицања

- Елементи без арматуре за смицање
- Елементи са арматуром за смицање
- Смицање на споју плоче и ребра
- Смицање између елемената спергнутог бетонског пресека
- Смицање комбиновано са трансверзалним савијањем



Смицање у претходно напрегнутим елементима

- Елементи без прслина

- Потребно је доказати да се, под факторисаним оптерећењем, на ивици пресека не јавља напон затезања већи од

$$f_{ctk,0.05}/\gamma_c$$

- Услов по главном напону затезања:

$$-f_{ctd} = \frac{(\sigma_{cp} + \sigma_{bend})}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{cp} + \sigma_{bend}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

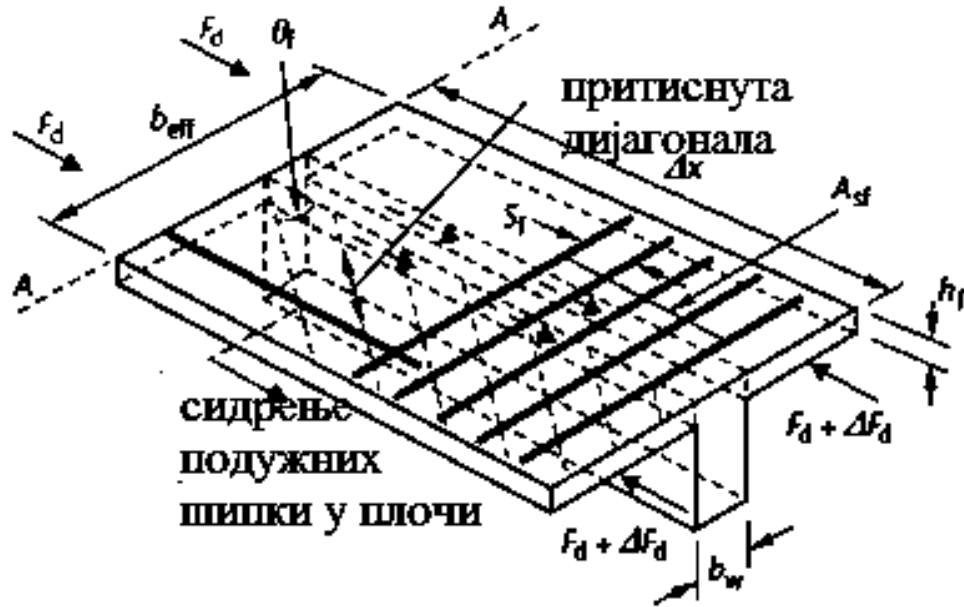
Своди се на:

$$V_{Rd,c} = \frac{Ib_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

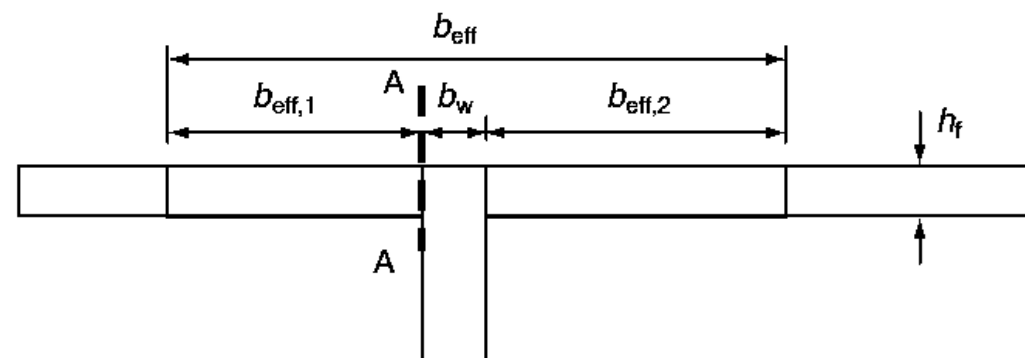
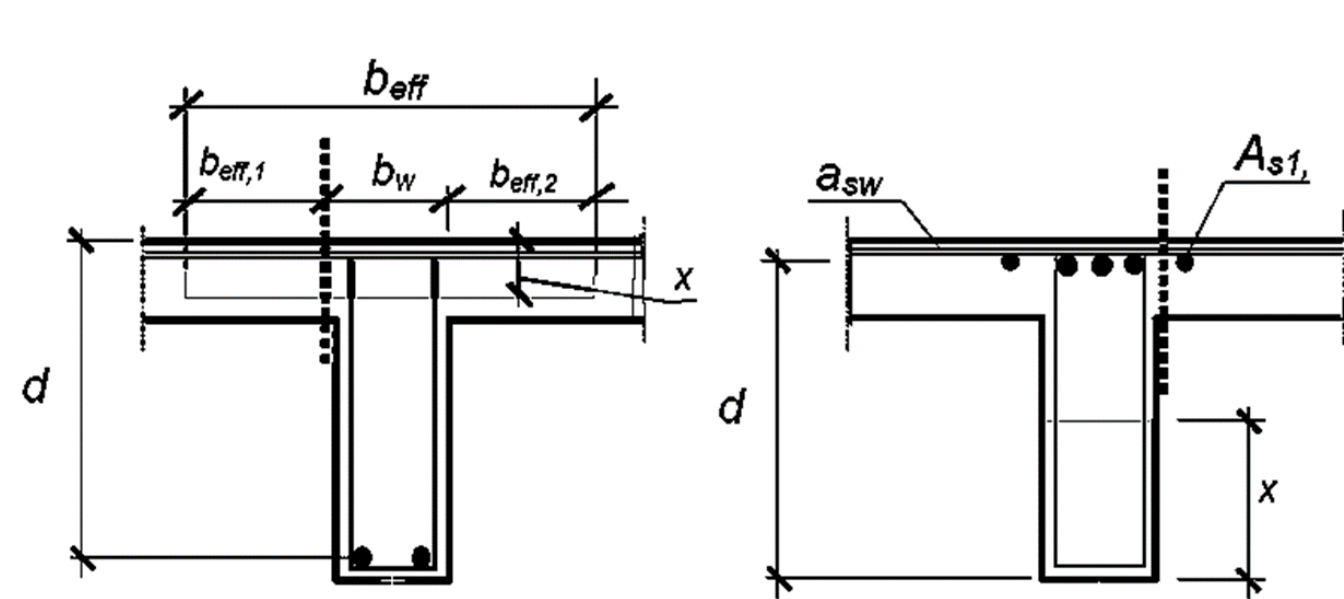
- Елементи са прслинама

- Третирају се исто као и армирано бетонски пресеци.
- У одређивању осигурања сила се потпуно поверава арматури и контролише носивост притиснути бетонских штапова
- Додатна затегнута арматура

Смицање на споју ребра и плоче



Попречна арматура у фланши



$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{zh_f} \times \frac{b_{eff,1}}{b_{eff}}$$

$$A_{sf} f_{yd} / s_f \geq v_{Ed} h_f / \cot \theta_f$$

$$26.5^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$$

код притиснуте фланше

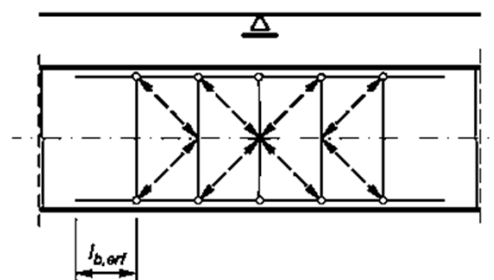
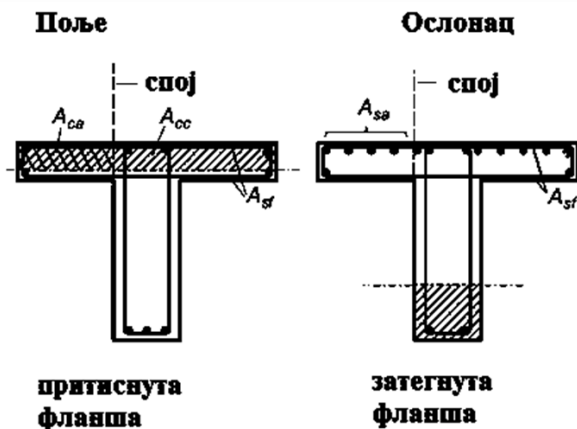
$$38.6^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$$

код затегнуте фланше

контрола притиснутих дијагонала фланше

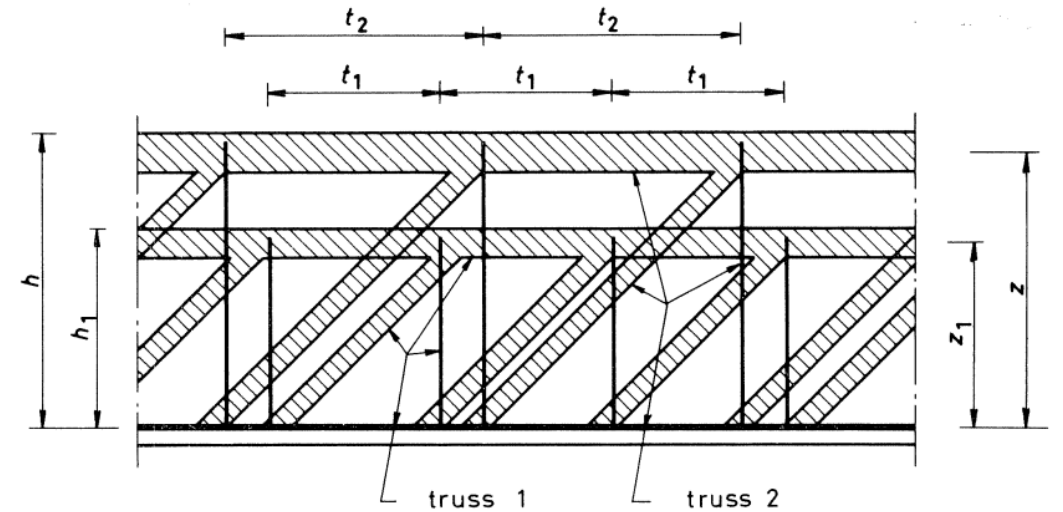
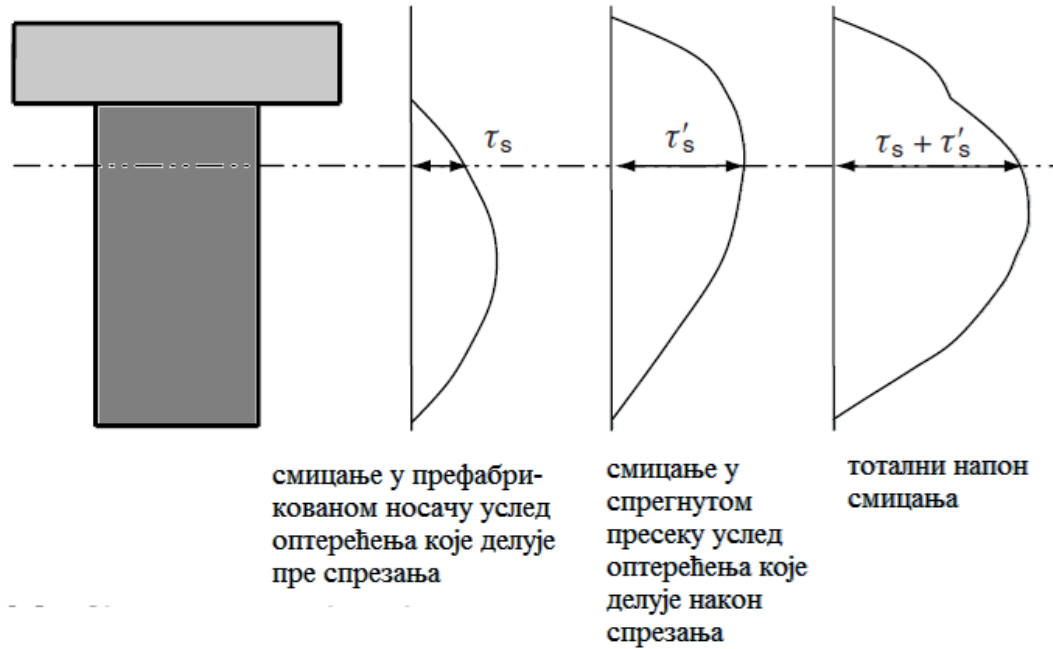
$$v_{Ed} \leq \nu f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f$$

$$\cot \theta_f = \begin{cases} 1, 2 \rightarrow \theta_f = 40^\circ \\ 1, 0 \rightarrow \theta_f = 45^\circ \end{cases}$$



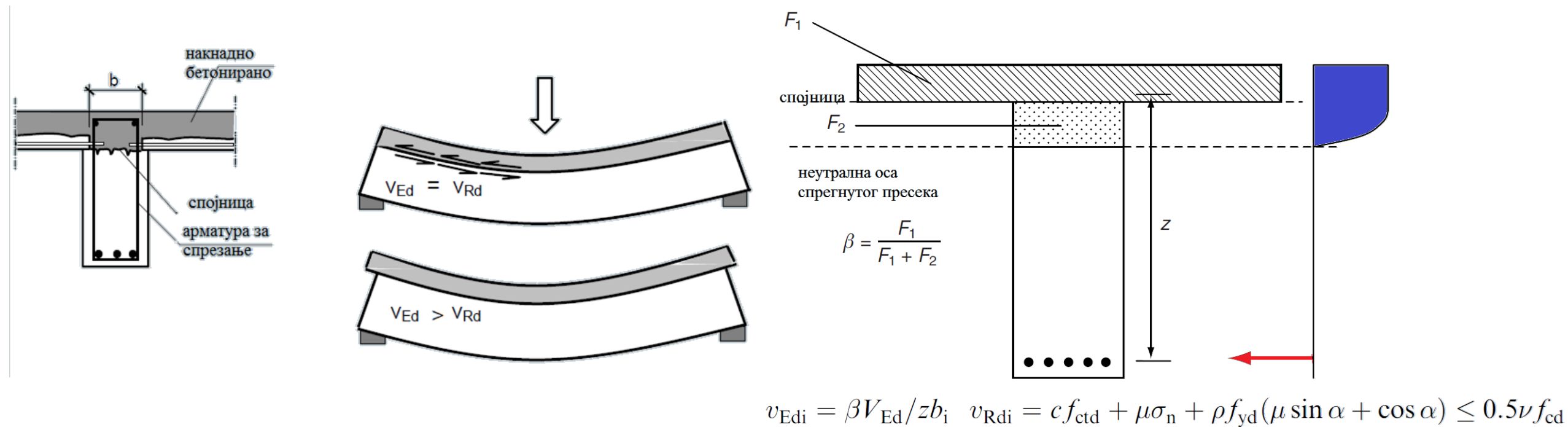
решетка у затегнутој фланши

Смицање у спрегнутим бетонским пресецима



$$\frac{\sigma_{\text{tot}}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{tot}}}{2}\right)^2 + (\tau_s + \tau'_s)^2}$$

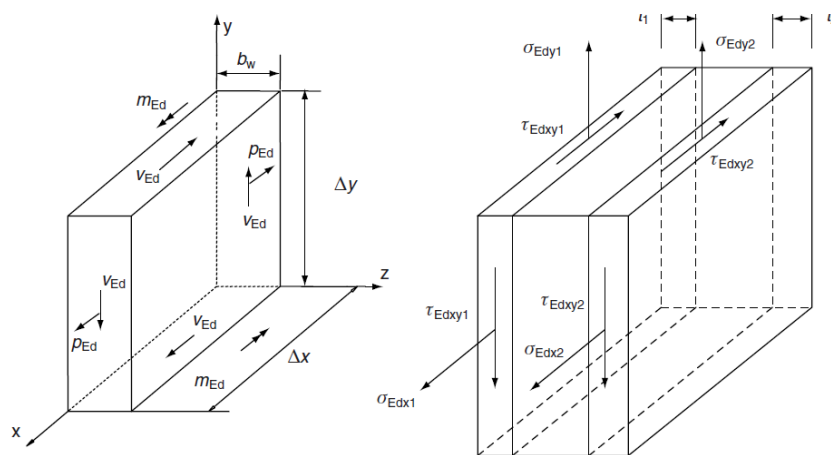
Смицање у споју спрегнутих пресека



Смицање и попречно савијање

$$v_{Ed} = V_{Ed}/z \quad m_{Ed} = M_{Ed}/\Delta x$$

$$p_{Ed} = P_{Ed}/\Delta y$$



$$\tau_{Edxy1} = v_{Ed} \frac{b_w - t_2}{(2b_w - t_1 - t_2)t_1}$$

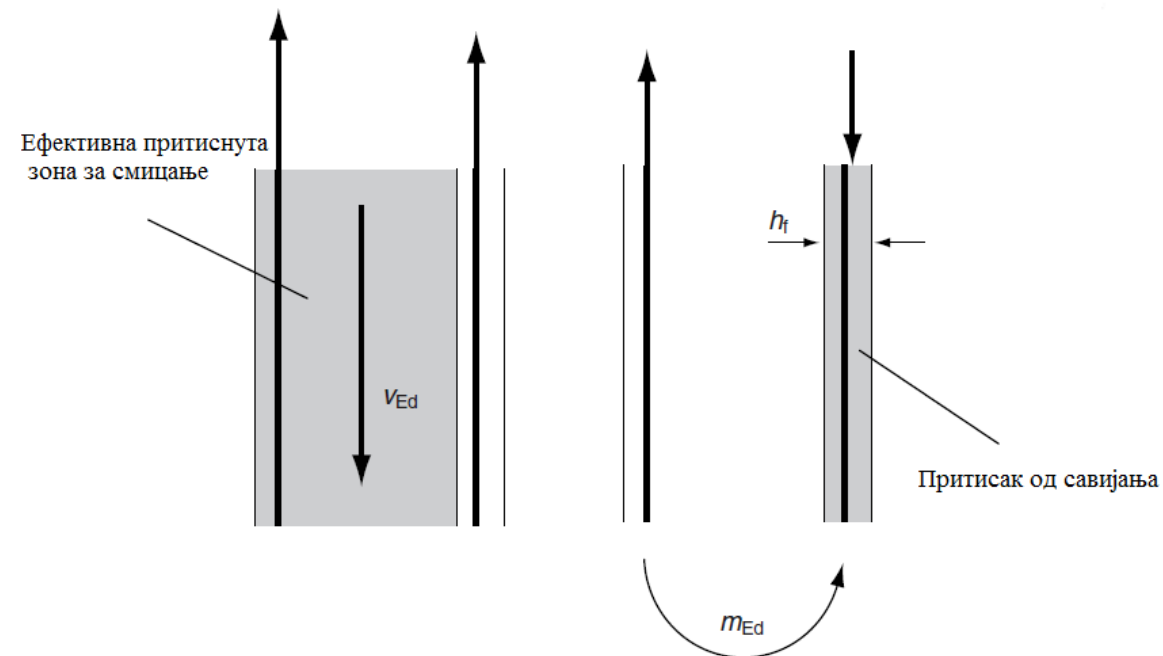
$$\tau_{Edxy2} = v_{Ed} \frac{b_w - t_1}{(2b_w - t_1 - t_2)t_2}$$

$$\sigma_{Edy1} = \frac{-m_{Ed}}{(b_w - (t_1 + t_2)/2)t_1}$$

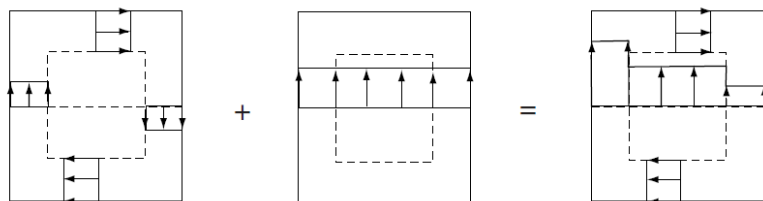
$$\sigma_{Edy2} = \frac{m_{Ed}}{(b_w - (t_1 + t_2)/2)t_2}$$

$$\sigma_{Edx1} = p_{Ed} \frac{b_w - t_2}{(2b_w - t_1 - t_2)t_1}$$

$$\sigma_{Edx2} = p_{Ed} \frac{b_w - t_1}{(2b_w - t_1 - t_2)t_2}$$

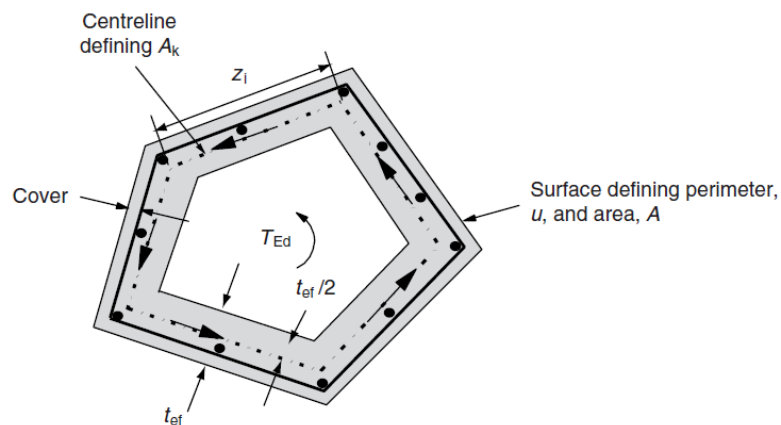


Интеракција торзије и трансверзалних сила



$$\frac{A_{sl}}{s_l} = \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd}} \cot \theta$$

$$T_{Rd,max} = 2 v \alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta$$



$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

$$V_{Ed,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i \quad \frac{A_{st}}{s_t} = \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd} \cot \theta}$$

$$V_{Ed,i(T)} + V_{Ed,i(V)} < V_{Rd,max,i}$$