



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ДИПЛОМСКЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **I година / I семестар**

Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ (М2К1БМ/М1К1БМ)**

Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**

Наслов предавања: **Специфичности прорачуна бетонских
мостова / Опрема моста**

Датум : 09.01.2023.

Гранична стања

- Носивости:
 - Савијање
 - Смицање
 - Пробој
 - Торзија
 - Утицаји другог реда
- Употребљивости:
 - Напони
 - Прслине
 - Деформације
- Елементи:
 - Плоче
 - Греде
 - Зидови
 - Стубови
 - Темељи
- Прорачуни у попречном и подужном правцу

Wood - Armer изрази - димензионисање

• Горња арматура

$$M_x^* = M_x - |M_{xy}| \wedge M_y^* = M_y - |M_{xy}|$$

Ако је лева страна у оба израза већа од 0, није потребна горња арматура ни у једном правцу

Ако је једна већа од 0 користе се модификовани изрази изрази:

$$M_y^* > 0 \Rightarrow M_y^* = 0 \wedge M_x^* = M_x - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_y} \right|$$

$$M_x^* > 0 \Rightarrow M_x^* = 0 \wedge M_y^* = M_y - \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right|$$

Уколико и модификовани израз има вредност већу од 0 онда није потребна горња арматура ни у једном правцу

• Доња арматура

$$M_x^* = M_x + |M_{xy}| \wedge M_y^* = M_y + |M_{xy}|$$

Ако је лева страна у оба израза мања од 0, није потребна доња арматура ни у једном правцу

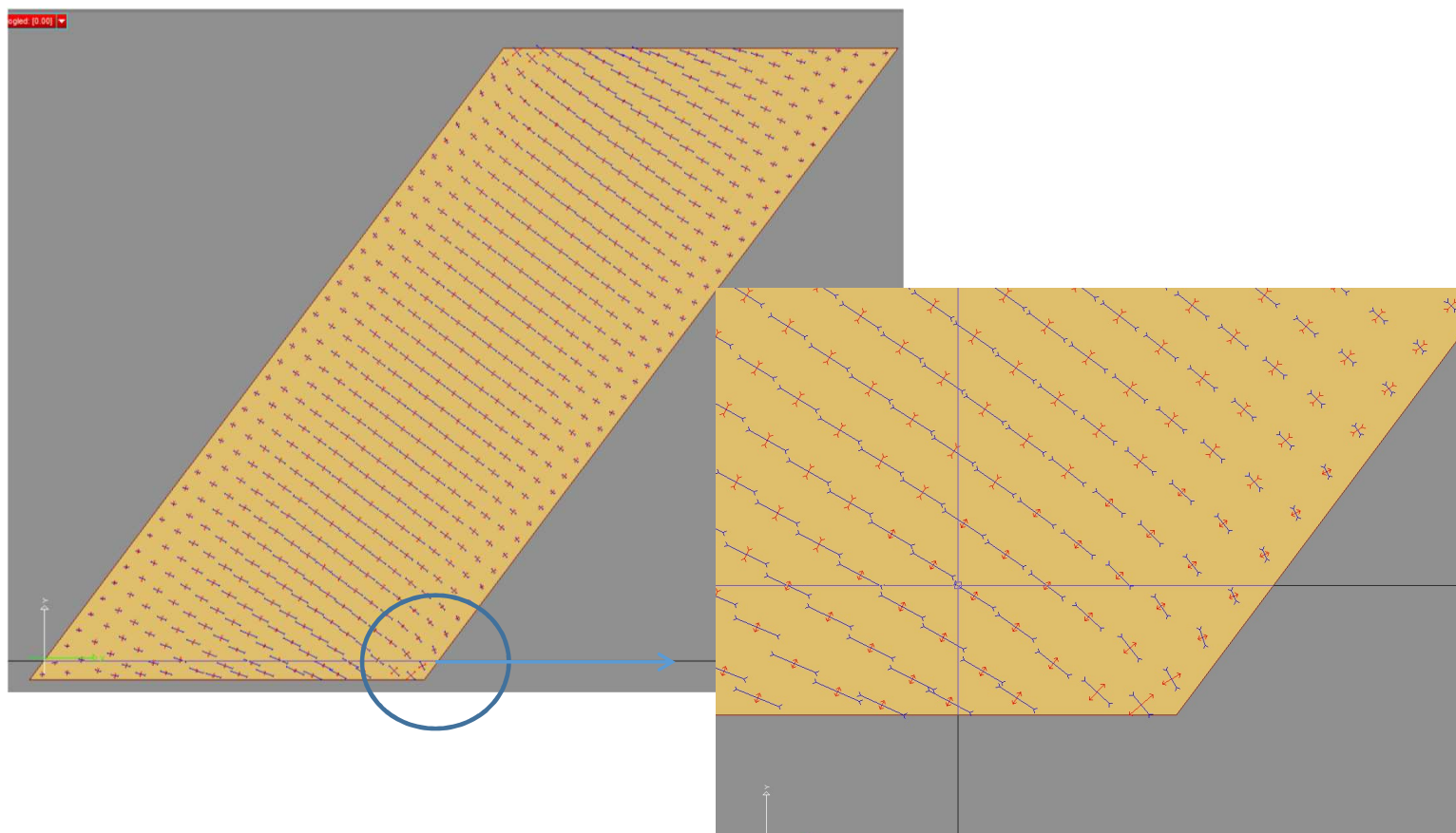
Ако је једна мања од 0 користе се модификовани изрази:

$$M_y^* < 0 \Rightarrow M_y^* = 0 \wedge M_x^* = M_x + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_y} \right|$$

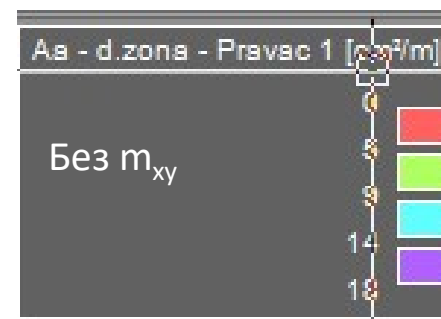
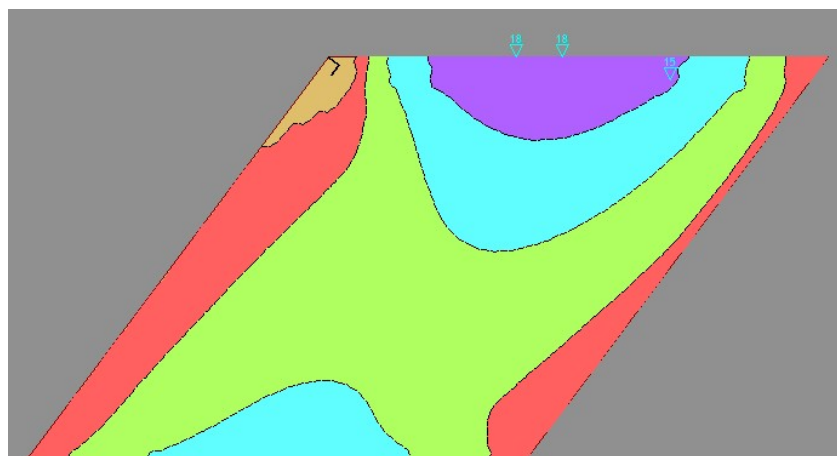
$$M_x^* < 0 \Rightarrow M_x^* = 0 \wedge M_y^* = M_y + \left| \frac{M_{xy}^2}{M_x} \right|$$

Уколико и модификовани израз има вредност мању од 0 онда није потребна доња арматура ни у једном правцу

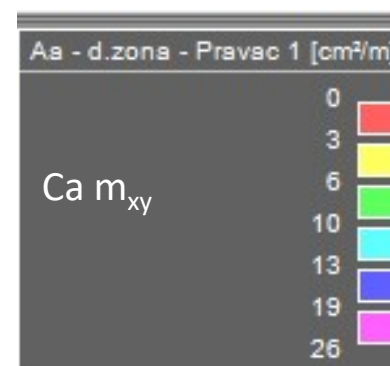
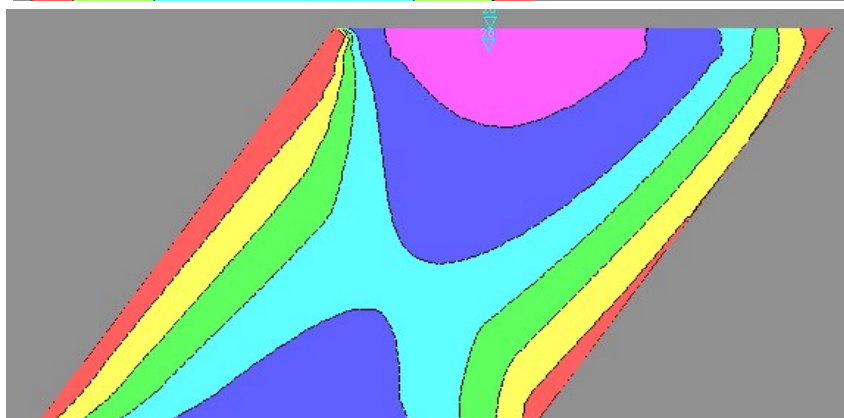
Главни напони у горњој зони косе плоче МКЕ



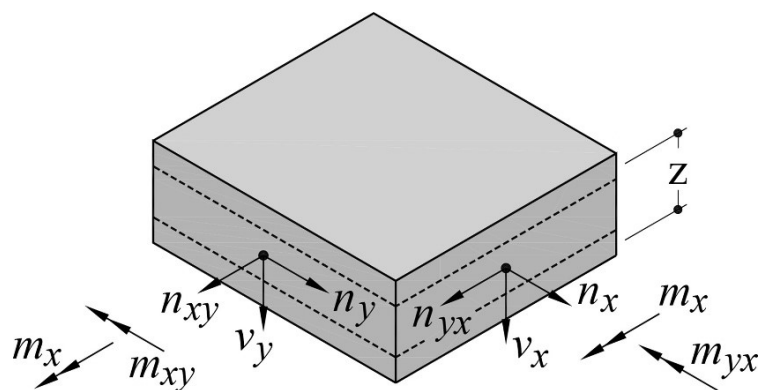
Ефекат m_{xy} доња зона



Арматура управно на правац
ослањања



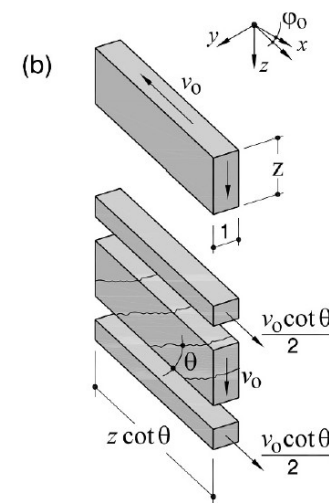
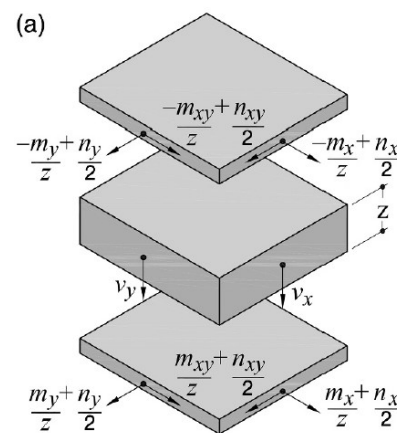
Сендвич модел (ГСН – *fib*, EC2)



$$n_{x\,inf,sup} = \frac{n_x}{2} \pm \frac{m_x}{z} + \frac{v_x^2}{2v_o} \cot \theta$$

$$n_{y\,inf,sup} = \frac{n_y}{2} \pm \frac{m_y}{z} + \frac{v_y^2}{2v_o} \cot \theta$$

$$n_{xy\,inf,sup} = \frac{n_{xy}}{2} \pm \frac{m_{xy}}{z} + \frac{v_x v_y}{2v_o} \cot \theta$$



$$\rho_x \sigma_{sx} = |\tau_{Edxy}| \cot \theta + \sigma_{Edx} \leq \rho_x f_{yd,x}$$

$$\rho_y \sigma_{sy} = |\tau_{Edxy}| \tan \theta + \sigma_{Edy} \leq \rho_y f_{yd,y}$$

$$\sigma_{cd} = -|\tau_{Edxy}| (\tan \theta + \cot \theta) \leq \sigma_{cd,max}$$

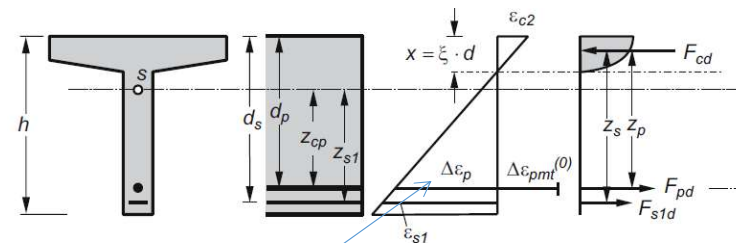
Недостатак пецизних упутстава
ограничена могућност употребе

Примарни и секундарни ефекти претходног напрезања

- Примарни ефекти претходног напрезања (ефекти који одговарају статички одређеном систему).
- Секундарни момент (постоје као последица реакција статички неодређених система) се у граничном стању носивости аплицирају на старни опреређења.
- Кад се ефекти претходног напрезања разлажу на овај начин секундарни моменти се укључују у ефекат дејстава (али не и примарни, они су укључени у граничну носивост).

Гранична носивост претходно напрегнутог пресека

- Одређује се **момент носивости**, при одређеној сили претходног напрезања
- Постављају се услови равнотеже уз задовољене линеарног дијаграма дилатација.
- У деловима попречних пресека што су притиснуте фланше сандучастих пресека, средња дилатација притиска у том делу пресека треба да се ограничи на ε_{c2} (или ε_{c3} ако се користи билинеарни дијаграм напона).
 - Ово се дешава када неутрална линија уђе у ребро пресека
 - Додатна прорачунска компликација без нароритог ефекта на одређивање носивоати



Повећање дилатације у кабловима у пресеку важи **само за унутрашње каблове са спојем**

Обезбеђење од кртог лома

- Затхева се да претходно напрегнуте греде имају одређени капацитет носивости и након корозије или лома одређеног броја каблова.
 - Контрола под честом комбинацијом оптерећења са смањеним бројем каблова
 - Одредити колики је смањени број каблова доводи до отварања прслине под честом комбинацијом оптерећења
 - Са тим кабловима контролисати носивост пресека али са умањеним парцијалним факторима за материјала на 1.2 и 1.0
 - Обезбеђење минималне површине арматуре за прихватање момента отварања прслина

Смањени број каблова

- Одредити редуковану силу претходног напрезања тако да при честој комбинацији оптерећења дође до појаве прслине:

$$\frac{P_{red}}{F} + \frac{M'_{P_{red}}}{W} - \frac{M_{E,freq}}{W} = -f_{ctn}$$

- Одређује се редукована повшина каблова:

$$A_{P,red} = \frac{P_{red}}{\sigma_p}$$

- Одређује се момент носивости пресека са редукованом површином каблова, уз коефицијенте сигурности за материјале:
 - 1,2 за бетон
 - 1,0 за каблове.
- Уколико је овај момент већи од момента под честом комбинацијом оптерећења услов је испуњен.

Минимална арматура

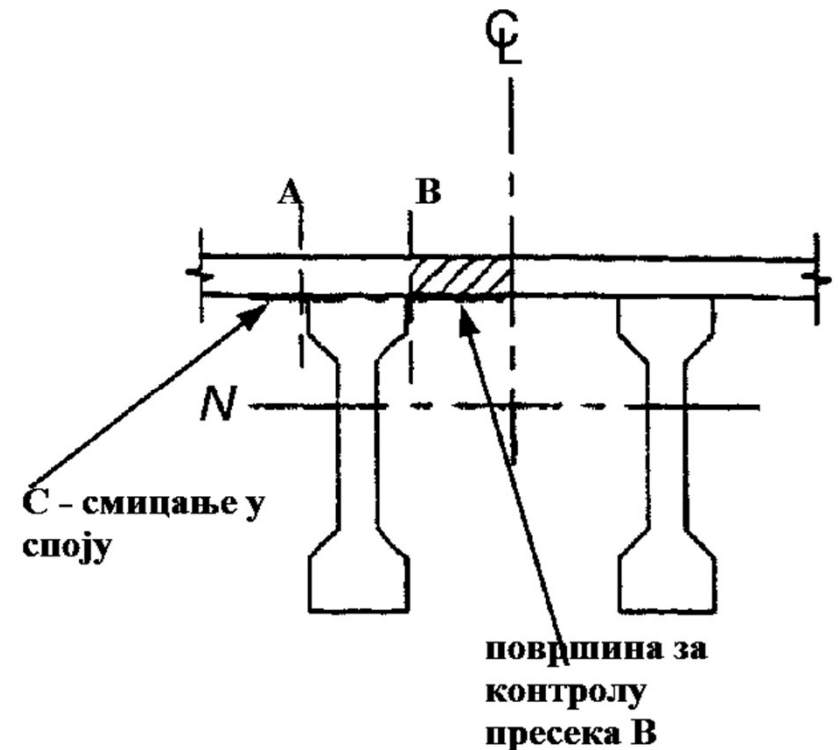
$$A_{s,min} = \frac{M_{rep}}{z_s f_{yk}}$$

- M_{rep} је момент отварања прслине одређен под претпоставком да се достиже напон затезања у бетону f_{ctm} , занемарујући ефекат претходног напрезања.
- z_s крак унутрашњих сила у граничном стању лома

- Ову арматуру треба поставити у свим областима где се јавља затезање под карактеристичном комбинацијом оптерећења (која укључује секундарне ефекте претходног напрезања али искључује примарне).
- У ову арматуру треба продужити до краја разматраног распона.

Контроле смицања

- Елементи без арматуре за смицање
- Елементи са арматуром за смицање
- Смицање на споју плоче и ребра
- Смицање између елемената спергнутог бетонског пресека
- Смицање комбиновано са трансверзалним савијањем



Смицање у претходно напрегнутим елементима

- Елементи без прслина

- Потребно је доказати да се, под факторисаним оптерећењем, на ивици пресека не јавља напон затезања већи од

$$f_{ctk,0.05}/\gamma_c$$

- Услов по главном напону затезања:

$$-f_{ctd} = \frac{(\sigma_{cp} + \sigma_{bend})}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{cp} + \sigma_{bend}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Своди се на:

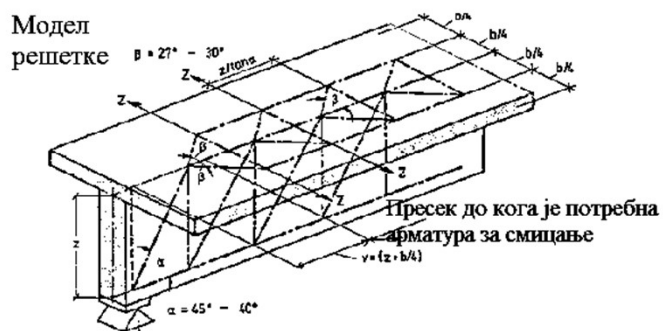
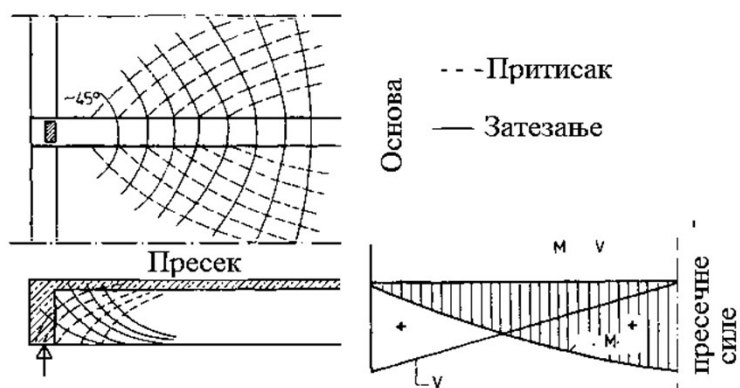
$$V_{Rd,c} = \frac{Ib_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

- Елементи са прслинама

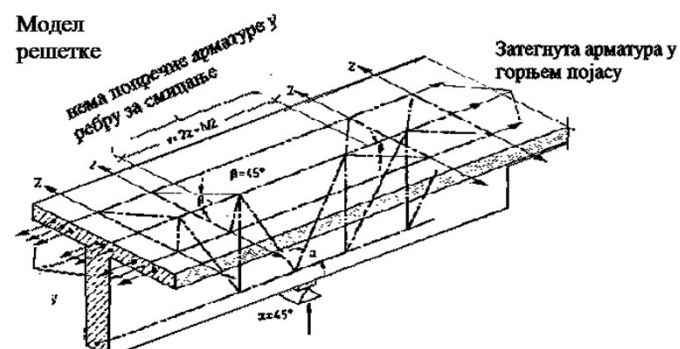
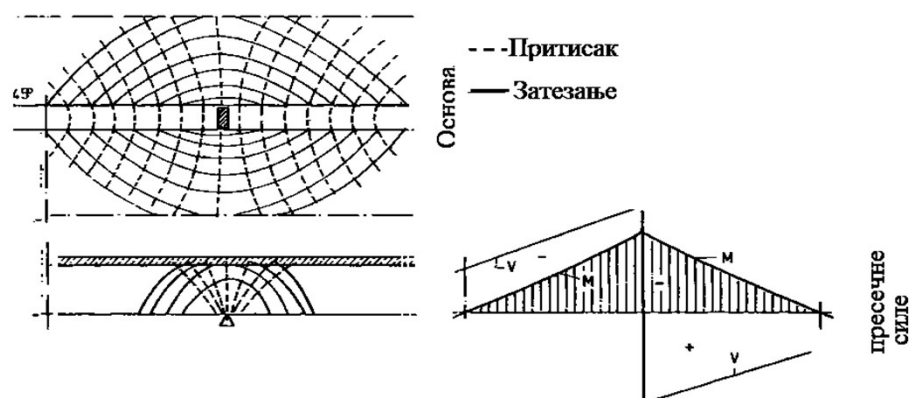
- Третирају се исто као и армирано бетонски пресеци.
- У одређивању осигурања сила се потпуно поверава арматури и контролише носивост притиснути бетонских штапова
- Додатна затегнута арматура

Модели решетке

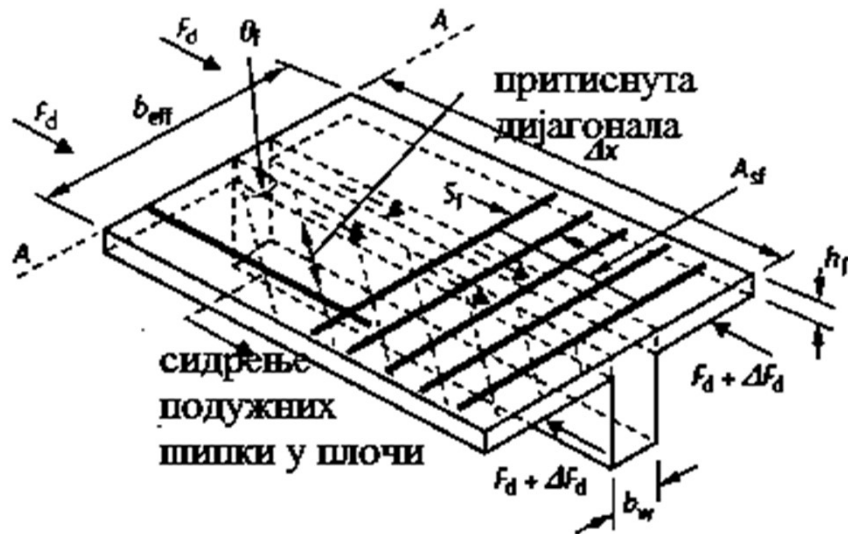
Крајњи ослонац



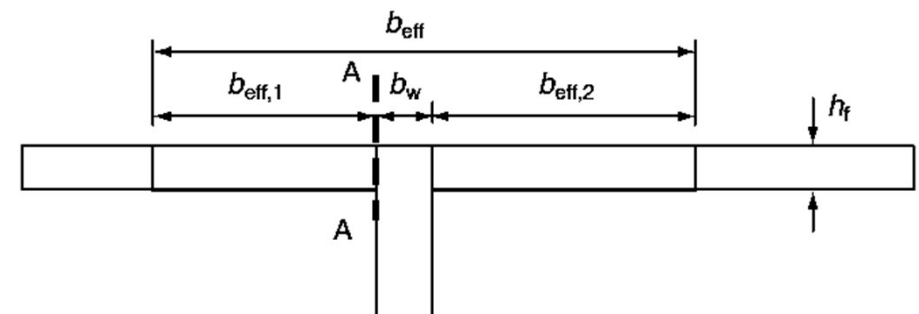
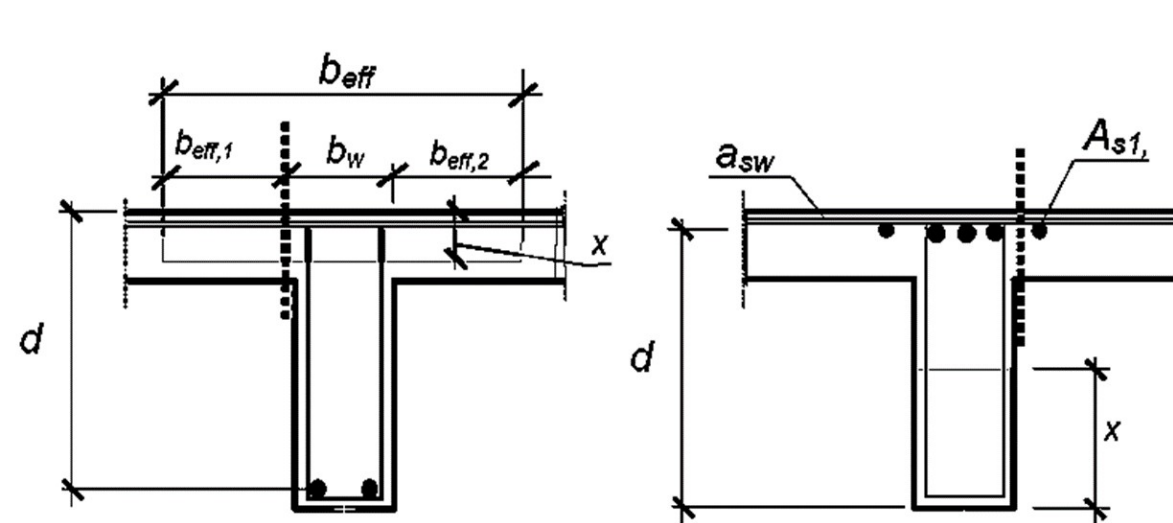
Средњи ослонац



Смицање на споју ребра и плоче



Попречна арматура у фланши



$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{zh_f} \times \frac{b_{eff,1}}{b_{eff}}$$

$$A_{sf} \cdot f_{yd} / s_f \geq v_{Ed} h_f / \cot \theta_f$$

$$26.5^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$$

код притиснуте фланше

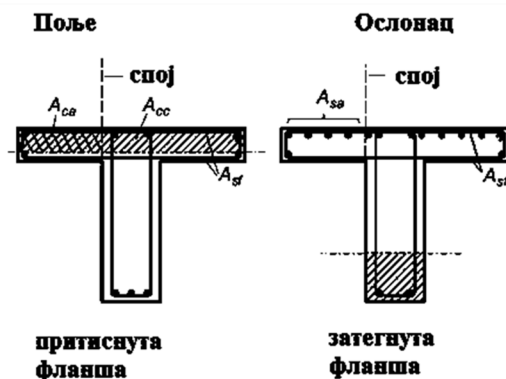
$$38.6^\circ \leq \theta_f \leq 45^\circ$$

код затегнуте фланше

контрола притиснутих дијагонала фланше

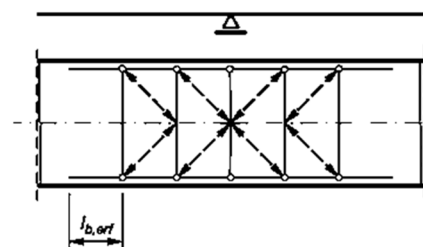
$$v_{Ed} \leq \nu f_{cd} \sin \theta_f \cos \theta_f$$

$$\cot \theta_f = \begin{cases} 1, 2 \rightarrow \theta_f = 40^\circ \\ 1, 0 \rightarrow \theta_f = 45^\circ \end{cases}$$



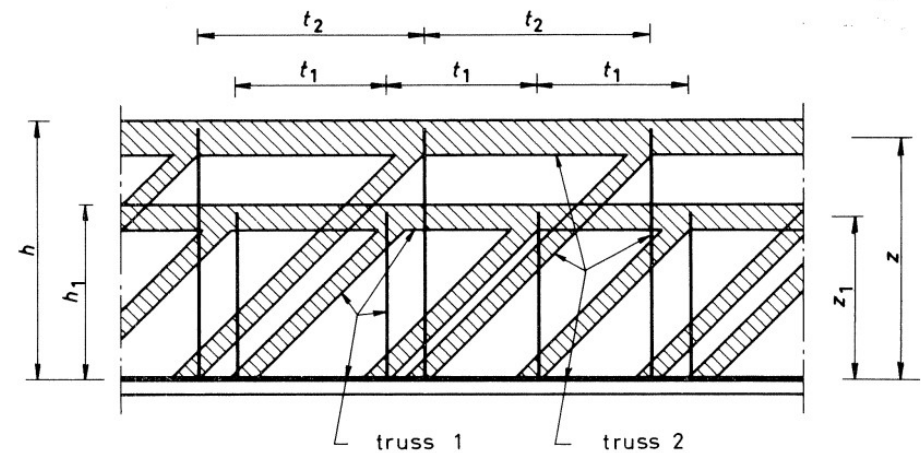
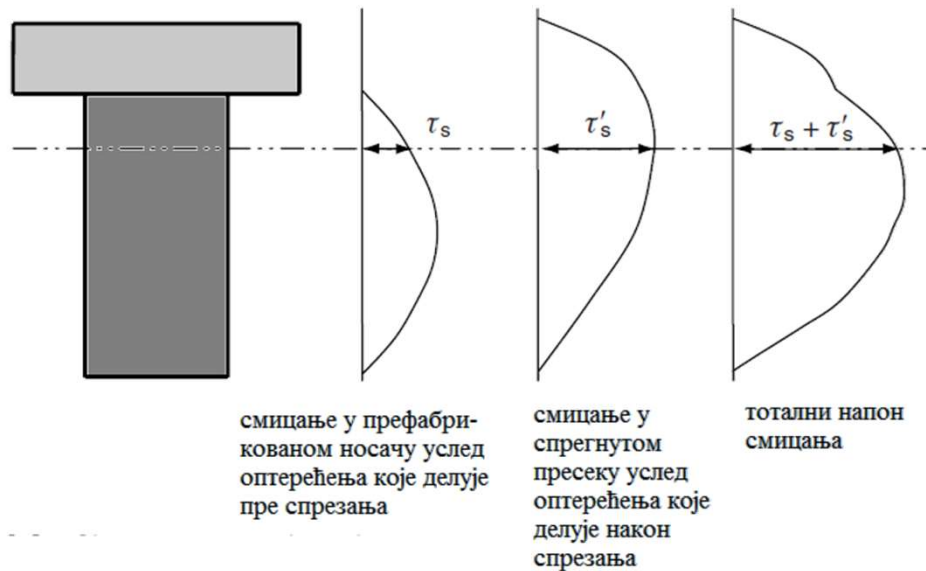
притиснута
фланша

затегнута
фланша



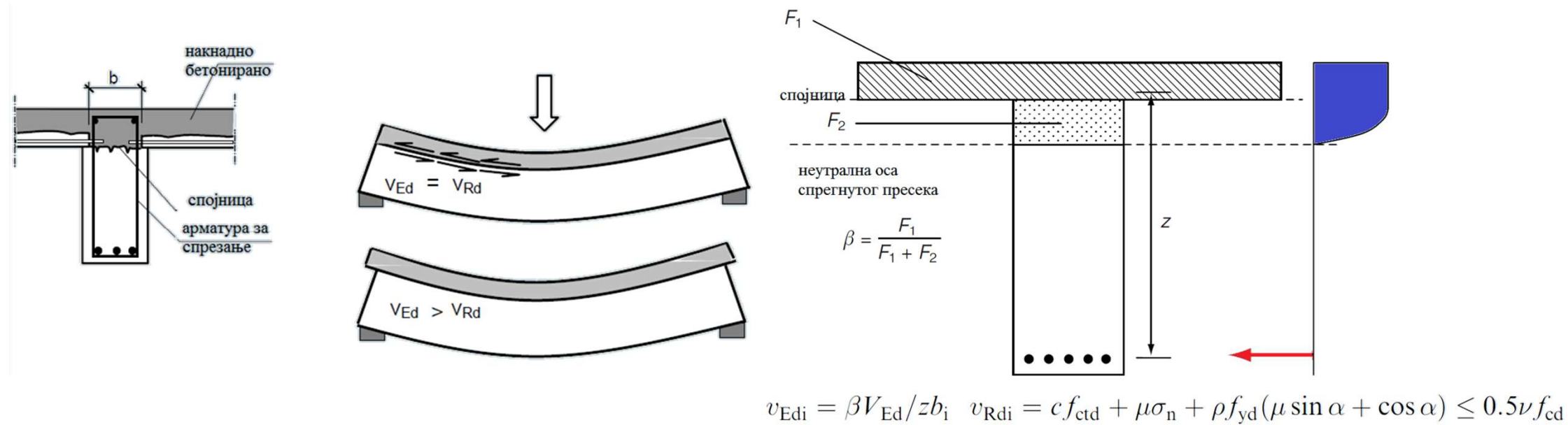
решетка у затегнутој фланши

Смицање у спрегнутим бетонским пресецима



$$\frac{\sigma_{\text{tot}}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\text{tot}}}{2}\right)^2 + (\tau_s + \tau'_s)^2}$$

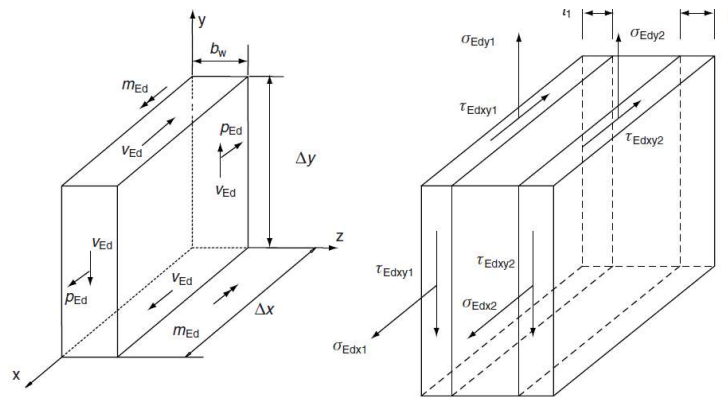
Смицање у споју спрегнутих пресека



Смицање и попречно савијање

$$v_{Ed} = V_{Ed}/z \quad m_{Ed} = M_{Ed}/\Delta x$$

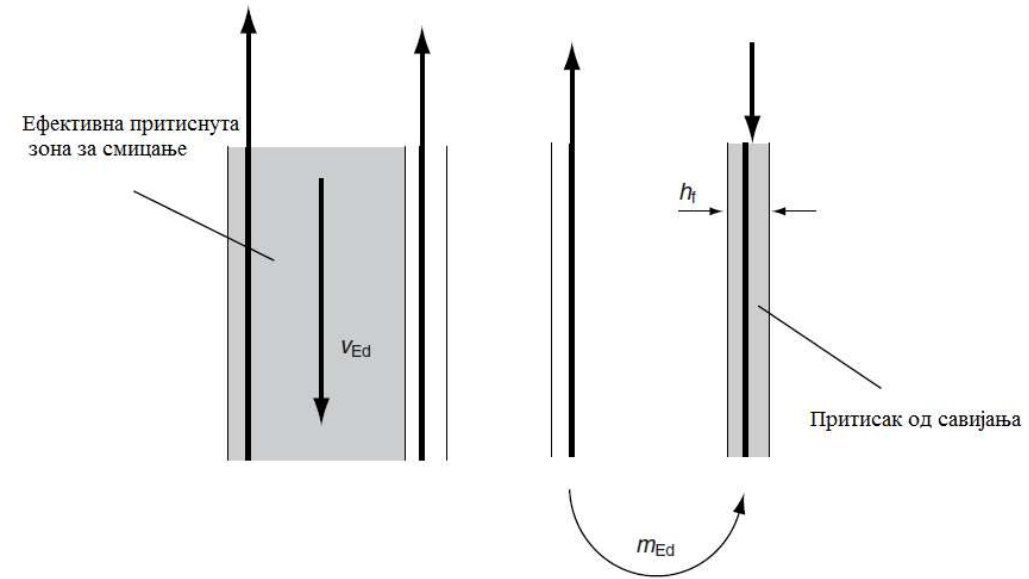
$$p_{Ed} = P_{Ed}/\Delta y$$



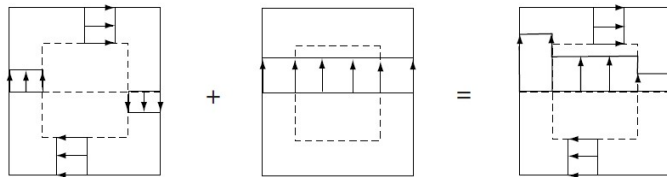
$$\tau_{Edxy1} = v_{Ed} \frac{b_w - t_2}{(2b_w - t_1 - t_2)t_1} \quad \tau_{Edxy2} = v_{Ed} \frac{b_w - t_1}{(2b_w - t_1 - t_2)t_2}$$

$$\sigma_{Edy1} = \frac{-m_{Ed}}{(b_w - (t_1 + t_2)/2)t_1} \quad \sigma_{Edy2} = \frac{m_{Ed}}{(b_w - (t_1 + t_2)/2)t_2}$$

$$\sigma_{Edx1} = p_{Ed} \frac{b_w - t_2}{(2b_w - t_1 - t_2)t_1} \quad \sigma_{Edx2} = p_{Ed} \frac{b_w - t_1}{(2b_w - t_1 - t_2)t_2}$$

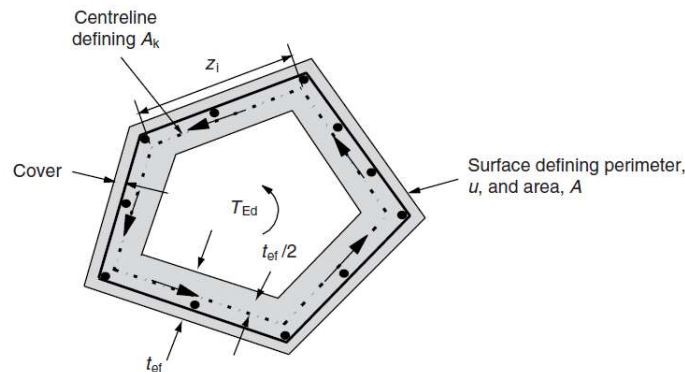


Интеракција торзије и трансверзалних сила



$$\frac{A_{sl}}{s_l} = \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd}} \cot \theta$$

$$T_{Rd,max} = 2 v \alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta$$



$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1.0$$

$$V_{Ed,i} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} z_i \quad \frac{A_{st}}{s_t} = \frac{T_{Ed}}{2A_k f_{yd} \cot \theta}$$

$$V_{Ed,i(T)} + V_{Ed,i(V)} < V_{Rd,max,i}$$

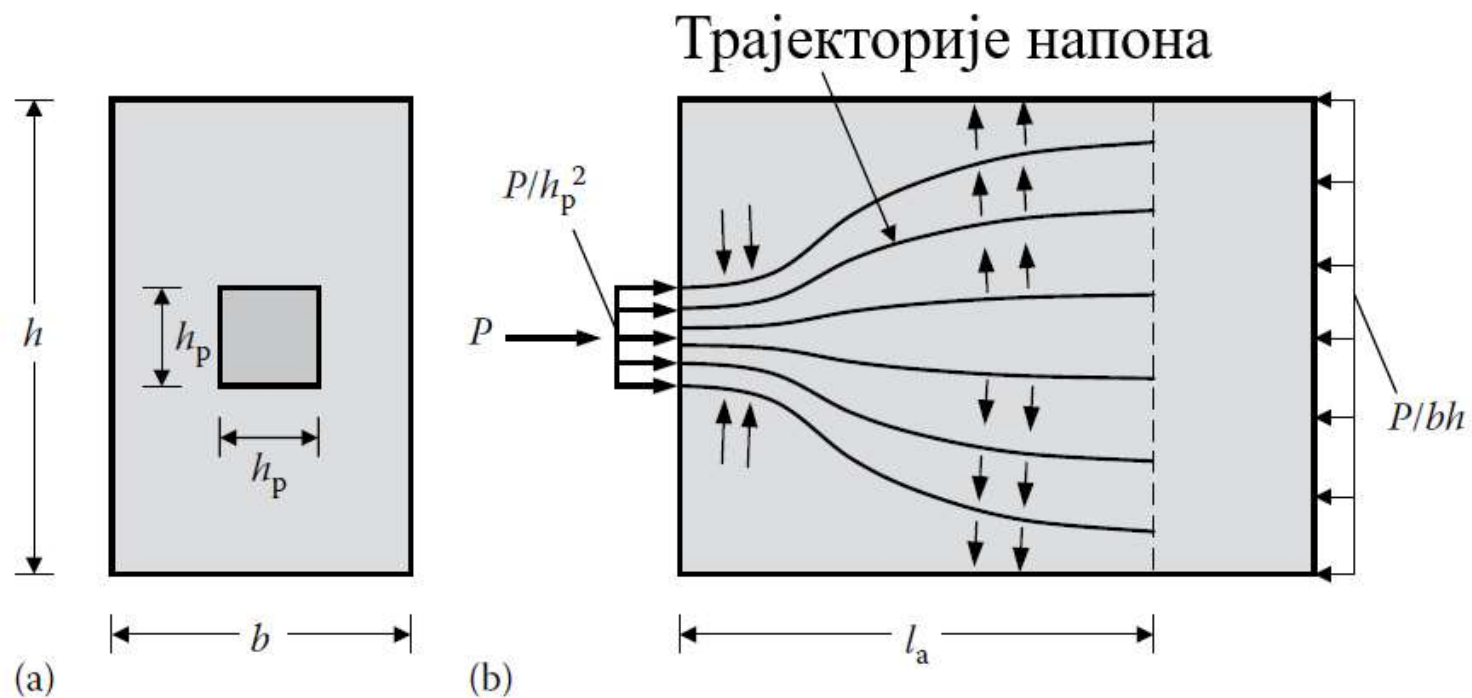
Зоне сидрења



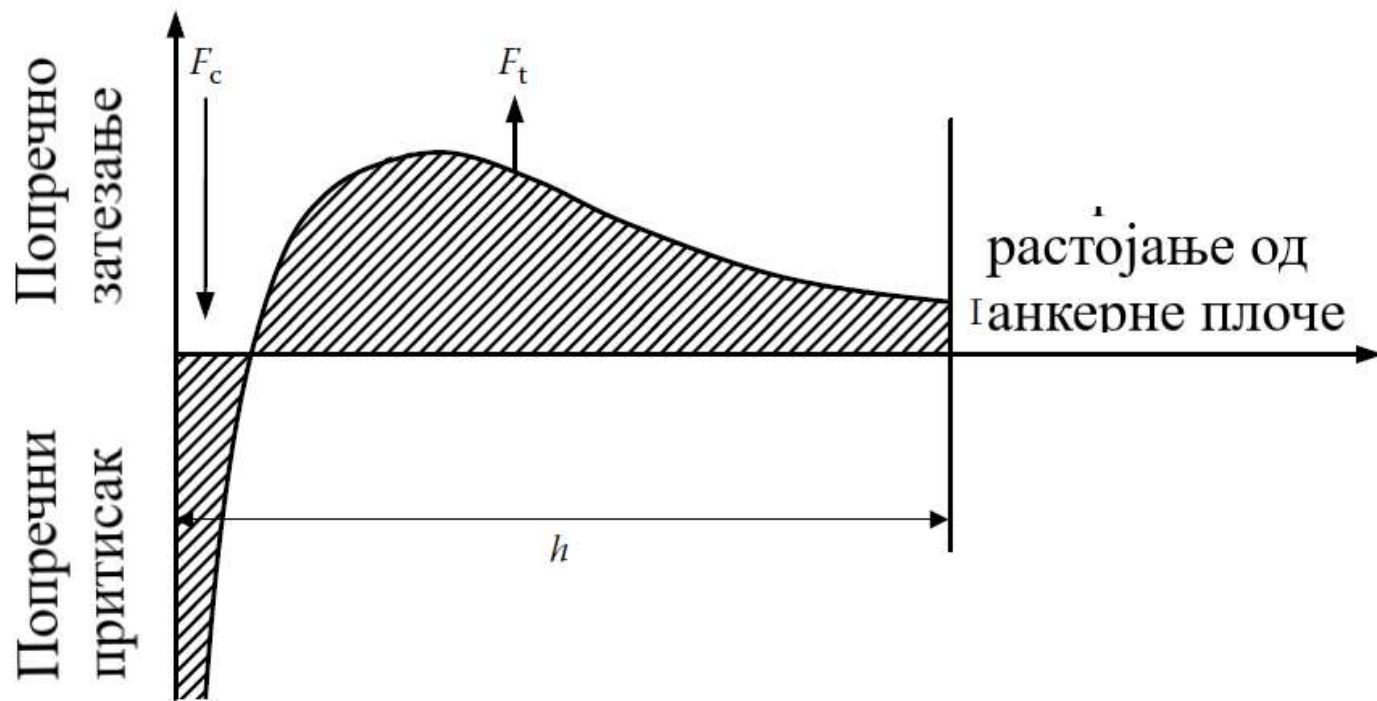
Арматура у области уноса силе претходног напрезања

- Велику пажњу треба обратити како у пројекту тако и током извођења зона сидрења код накнадно затегнутих ПН елемената.
- У случају једне квадратне плоче за сидрење (h_p са h_p) централно постављене на крају призматичног елемента висине h и ширине b , у области дужине l_a одмах иза подложне плоче (тј. зоне сидрења), равни пресеци не остати равани и теорија греде није адекватна (не важи Бернулијева хипотеза).
- Високи напони под анкерном плочом се шире по целој зони сидрења, стварајући високе попречне напоне, све док се на растојању l_a од анкерне плоче не успостави линеарна расподела напона сходно Бернулијевој хипотези.

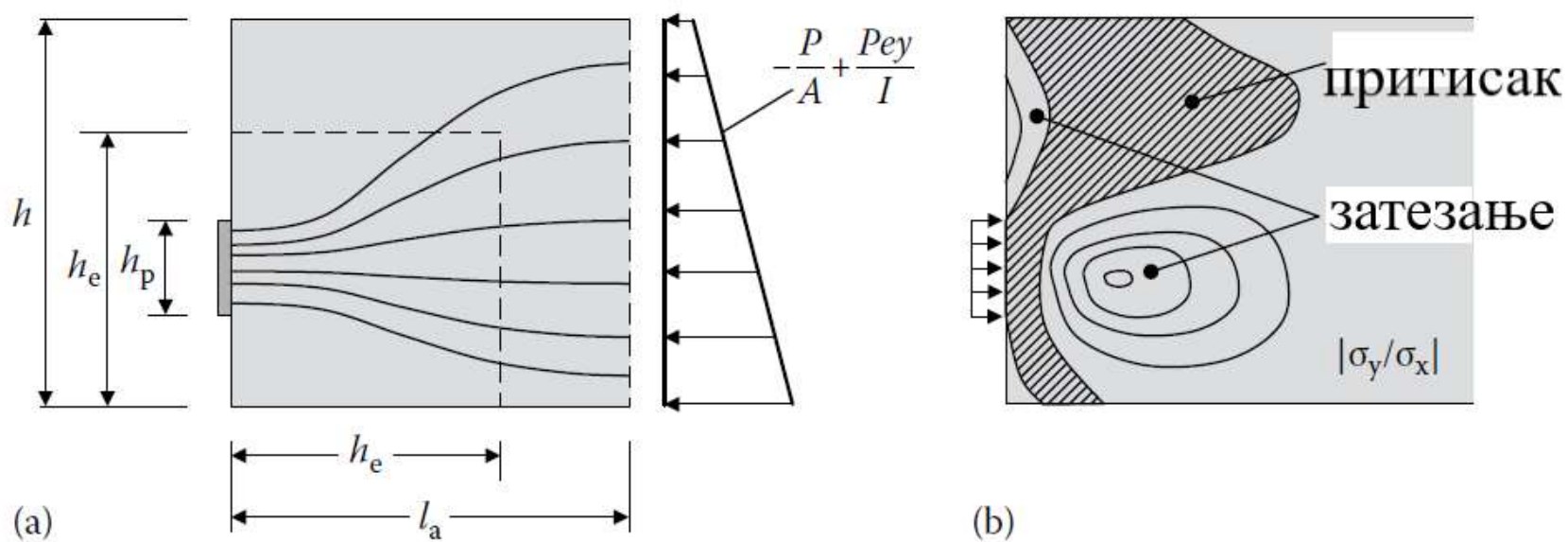
Једна анкерна плоча



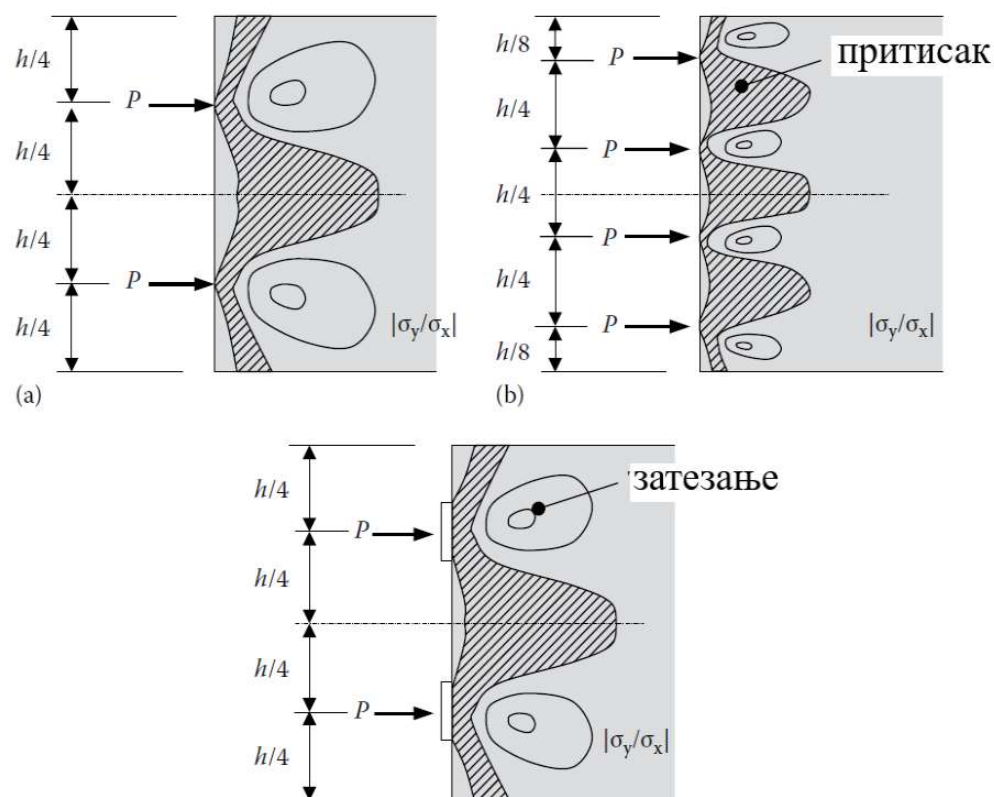
Напони у елемента у оси подложне плочице



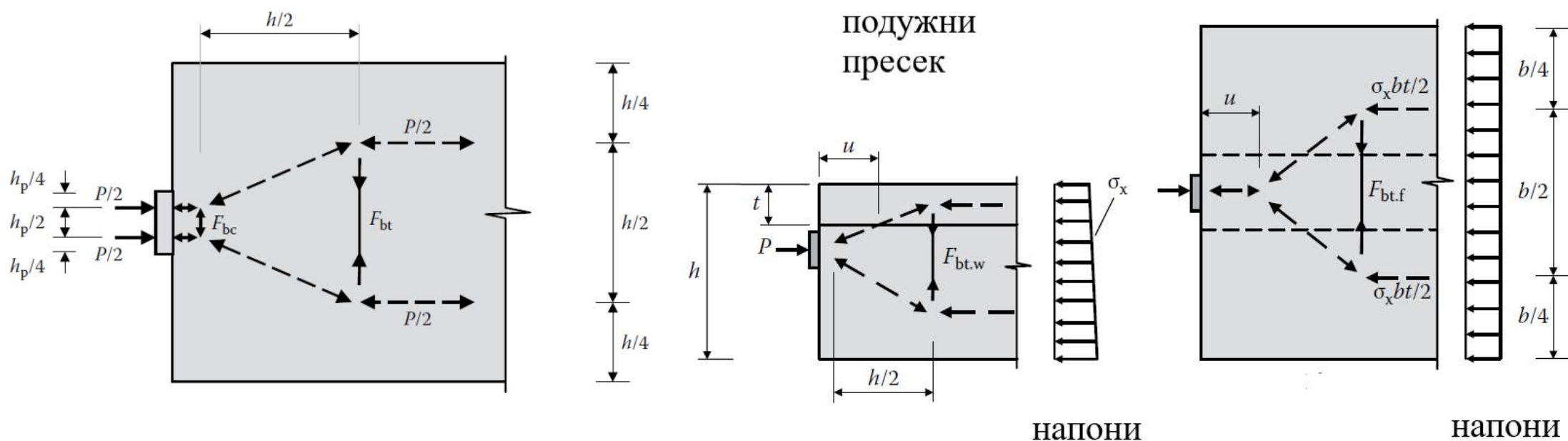
Ексцентрично постављена анкерна плоча



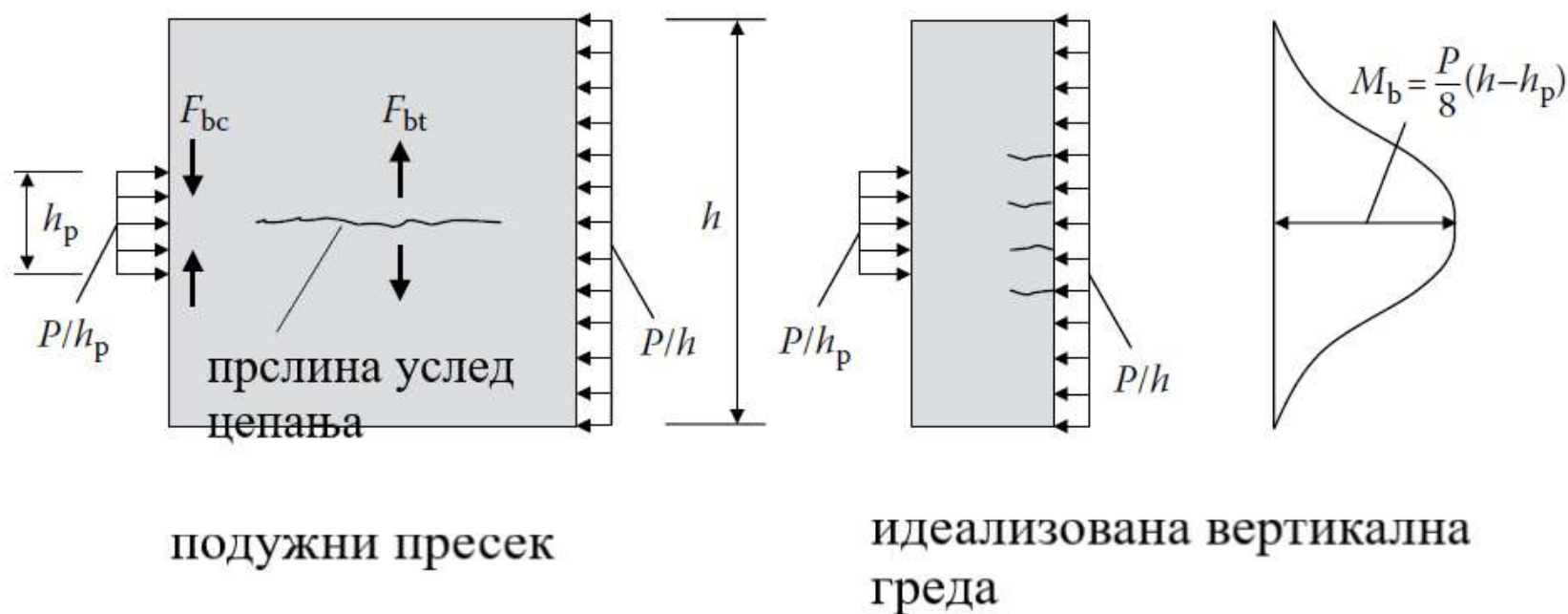
Већи број центрично постављених анкера



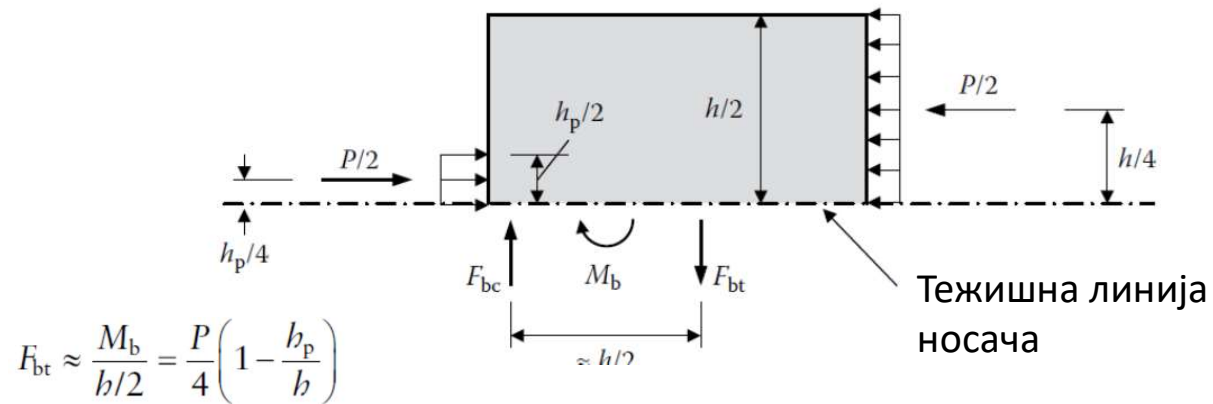
Модел са једном анкерном плочом носач Т пресека



Одређивање силе цепања

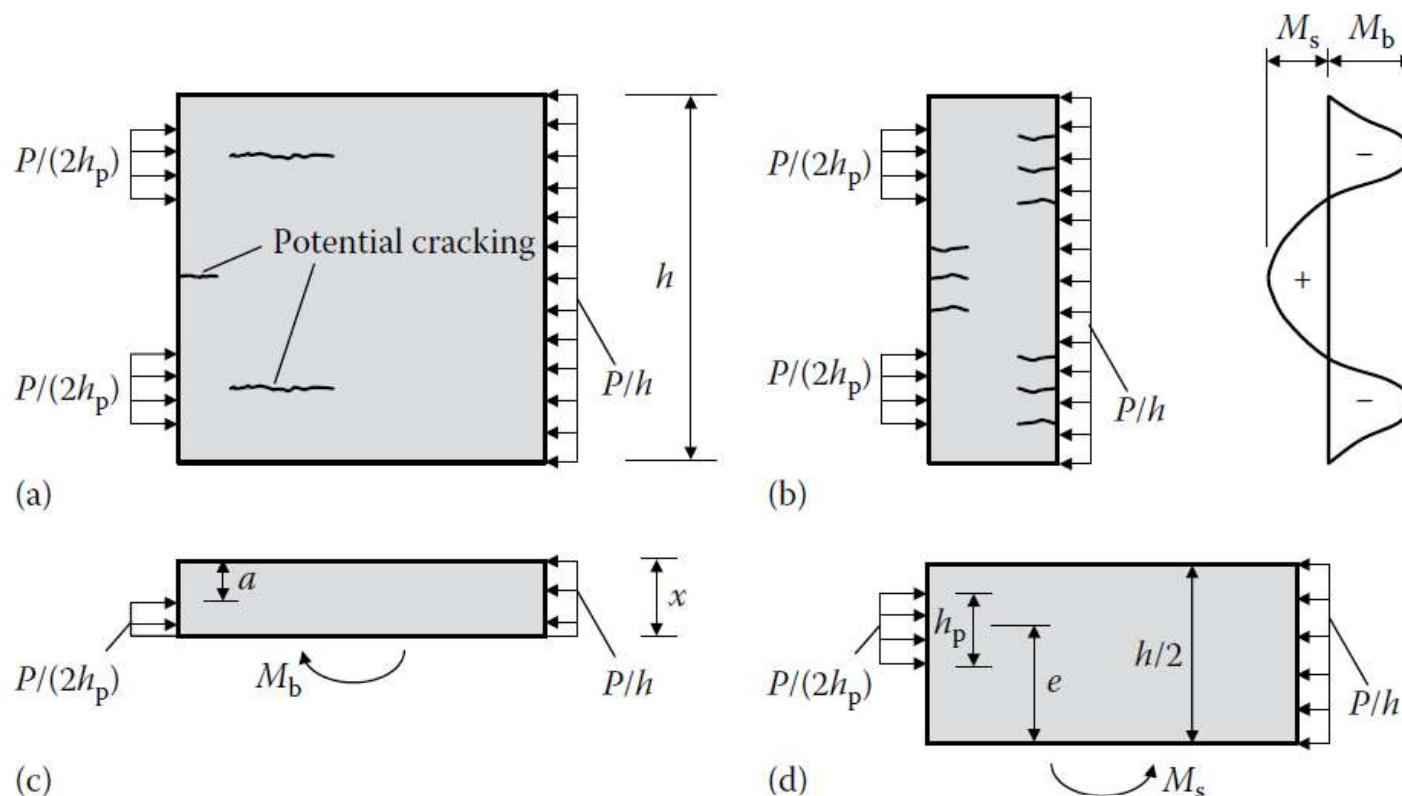


Сила цепања



Сила цепања

Две симетрично постављене анкерне плоче



$$\frac{P}{h}x = \frac{P}{2h_p}(x - a) \quad \text{or} \quad x = \frac{ah}{(h - 2h_p)} \quad M_b = \frac{Px^2}{2h} - \frac{P(x - a)^2}{4h_p} \quad M_s = \frac{P}{2} \left(e - \frac{h}{4} \right) \quad F_{bt} = \frac{M_b}{l_b}$$

Поставњаље арматуре

- Растојање између резултујућих попречних сила затезања и притиска иза сваке анкерне плоче l_b зависи од величине подложне плочице и растојања ове плочице и најближе суседне плочице или слободне ивице пресека.
- Претпоставка је да су попречни напони у зони сидрења исти као и у центрично оптерећеном идеализованом анкерном блоку који се састоји од призме која је симетрична у односу на подложну плочицу са висином h_e једнаком двоструком растојању од осе плочице до најближе бетонске ивице.
- Ако се претпостави да је крак унутрашњих сила l_b половина висине симетричне призме (тј. $h_e/2$), онда се резултујућа попречна сила добија из једначине:

$$F_{bt} = \frac{P}{4} \left(1 - \frac{h_p}{h_e} \right)$$

- За зоне сидрења које садрже више анкерисаних каблова, сила цепања иза сваке плочице, кад су сви каблови затегнути, може се одредити коришћењем симетричне призме. Дебљина симетричне призме за појединим каблом може се узети као мања од следећег:
 - растојање у правцу попречног затезања од тежишта подложне плочице до тежишта најближе подложне плочице ;
 - двоструко растојање у правцу попречног затезања од тежишта подложне плочице до најближе ивице зоне анкеровања.
- За сваку симетричну призму, крак унутрашњих сила l_b између резултујуће попречних сила затезања и притиска може се узети као $h_e/2$.
- Затезање се такође јавља и даље дуж осе елемента на сличном месту као и затезање која се јавља иза једне централно постављене плоче. Кад је растојање између две плочице мање од 0,3 укупне висине елемента мора се узети у обзир ефекат пара плочица које се понашају слично једној плочици при комбинованом дејству.
- Случајеви оптерећења које треба разматрати при пројектовању зоне сидрења накнадно затегнутих каблова са више подложних плоча су:
 - сва каблови затегнути; и
 - критични случајеви оптерећења током операције напрезања.

Одређивање арматуре

ЕН 1992-1-1 наводи да арматура треба да буде одређена у складу са граничним стањем носивости и да, ако се напон у арматури σ_s ограничи на 300 МПа, није потребна провера ширине прслина.

Израз се користи за одређивање потребне арматуре у вертикалном и хоризонталном правцу.

$$A_{sb} = \frac{F_{bt}}{\sigma_{sb}}$$

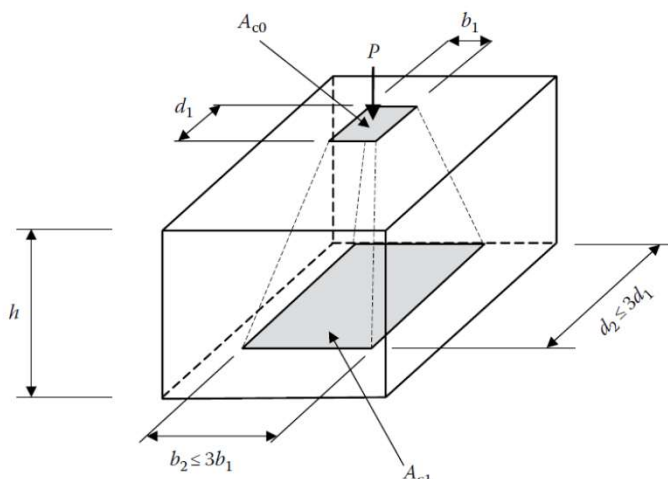
Тако одређена арматура се распоређује у делу зоне сидрења где је вероватно да ће попречно затезање изазвати прслине. Арматура површине A_{sb} треба равномерно распоредити по делу елемента који се налази од око $0,20 h_e$ до $1,0 h_e$ од оптерећеног краја елемента.

- За момент савијања који се разматра, h_e је висина симетричне призме у правцу попречног затезања једнако h за један центрично постављен кабл. Величина и размак попречне арматуре која је потребна у овој области такође треба да се обезбеди у делу греде од $0,20 h_e$ до што је могуће ближе оптерећеној површини.
- За моменте ивичног затетања, крак унутрашњих сила l_{sp} између резултујућег попречног затезања F_{spt} и притиска F_{spc} је обично већи него код унутрашњег **цепања**. За једну ексцентричну котву, попречно затезање на оптерећеној површини удаљеној од анкера може се израчунати претпоставком да је l_{sp} половина укупне висине елемента. Између две широко размакнуте котве, попречно затезање на оптерећеној површини може се одредити узимањем l_{sp} као 0,6 пута размак котви. Арматура за ово затезањена оптерећеној површини A_{ssp} одређује се према:

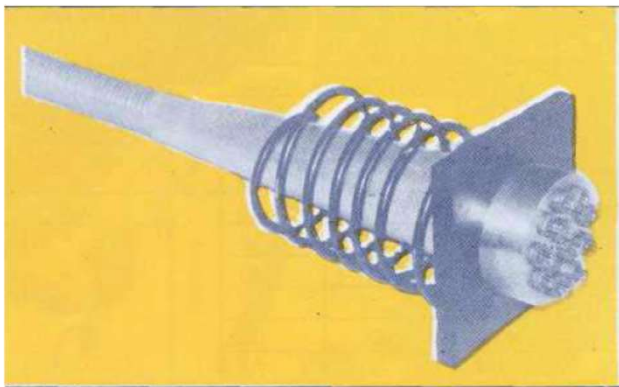
$$A_{ssp} = \frac{F_{spt}}{\sigma_{ssp}} = \frac{M_s}{\sigma_{ssp} l_{sp}}$$

И поставља се у близини оптерећене површине поштујући минималне захтеве заштитног слоја.

Локални напони притисак

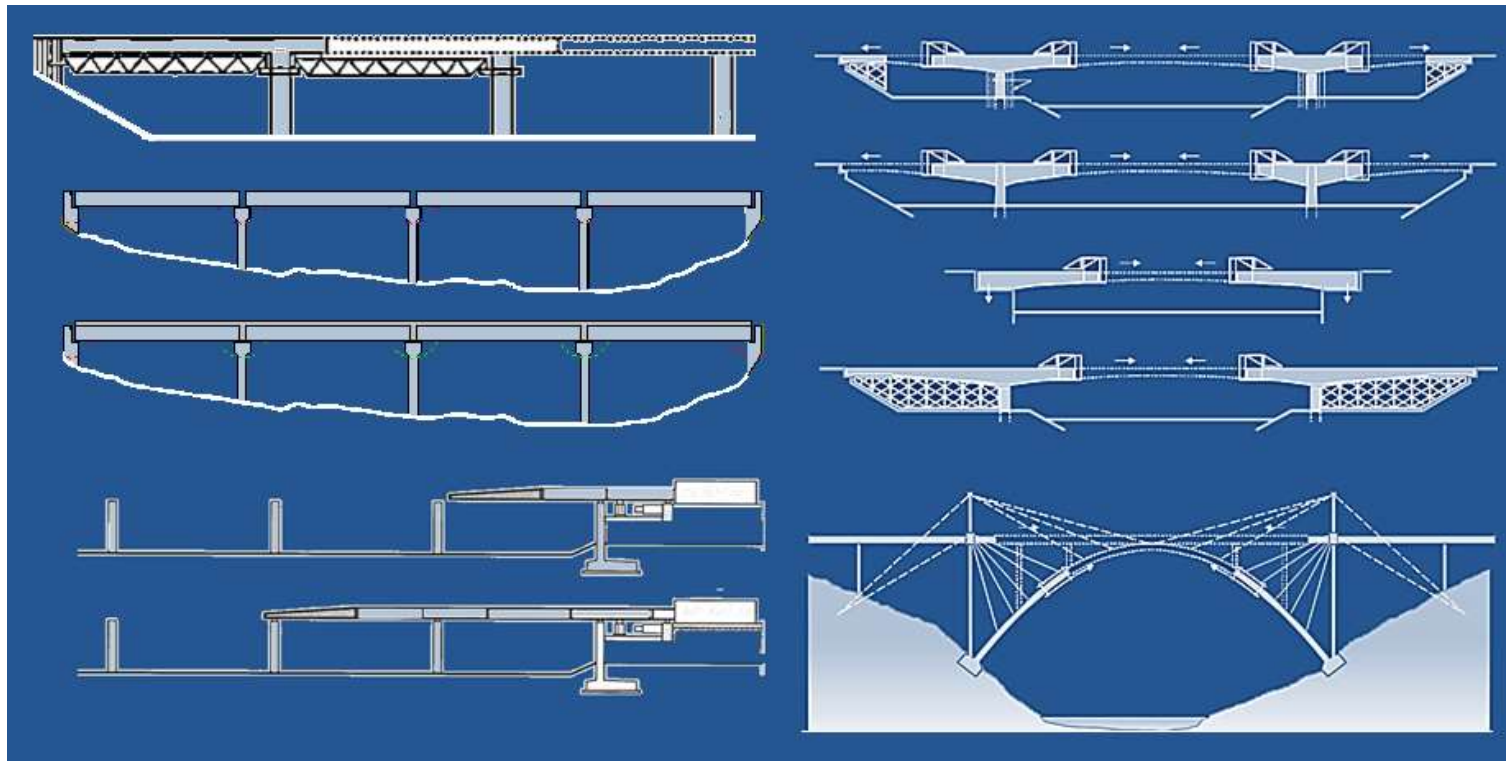


$$F_{Rdu} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{A_{c1}/A_{c0}} \leq 3.0 f_{cd} A_{c0}$$



Код накнадно затегнутих елемената може доћи до дробљена бетона непосредно испод оптерећене површине уколико је оптерећена површина мала или чврстоћа бетона мала. Ако постоји више од једног кабла, пројектована површине A_{c1} не би требало да се преклапају. У комерцијалним накнадно затегнутим котвама бетон је утегнут спиралном арматуром. Комерцијалне котве су типично пројектоване за напрезања од око 40 МПа, док димензије плочица одређује произвођач на основу тестова.

Трансформација система током извођења



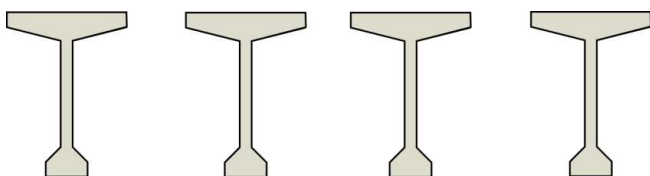
Током различитих фаза извођења конструкција пролази кроз низ сукцесивних статичких система. Могућа је и промена пресека уз истовремену/накнадну промену система.

Утицај фаза извођења

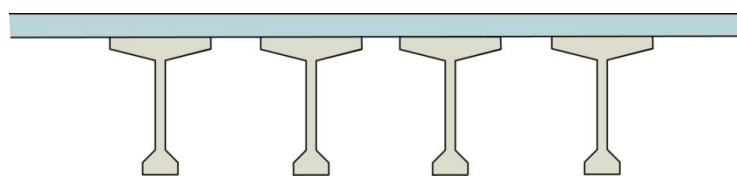
- Низ сукцесивних статичких система
- Мења се систем и/или попречни пресек
- Упрошћени прорачун
 - Суперпозиција утицаја – може се сматрати адекватним за гранично стање носивости (уз услов да је обезбеђена дуктилност пресека)
 - Гранично стање употребљивости – водити рачуна о појавама изазваним принудним деформацијама

Промена пресека са или без промене система

Пресек прве фазе – основни пресек



Пресек друге фазе – спрегнути пресек



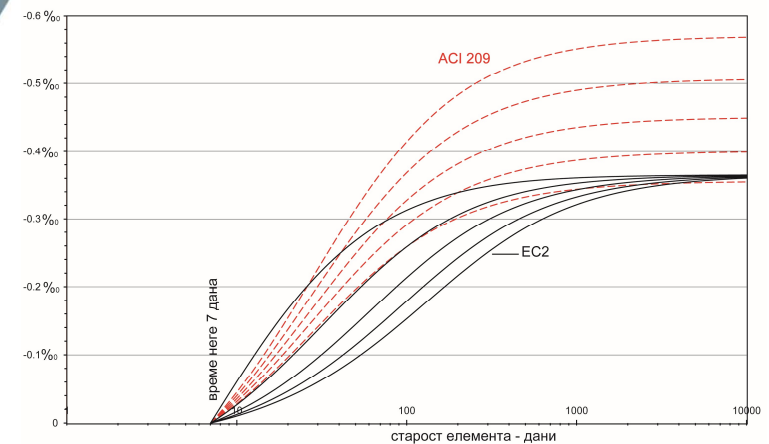
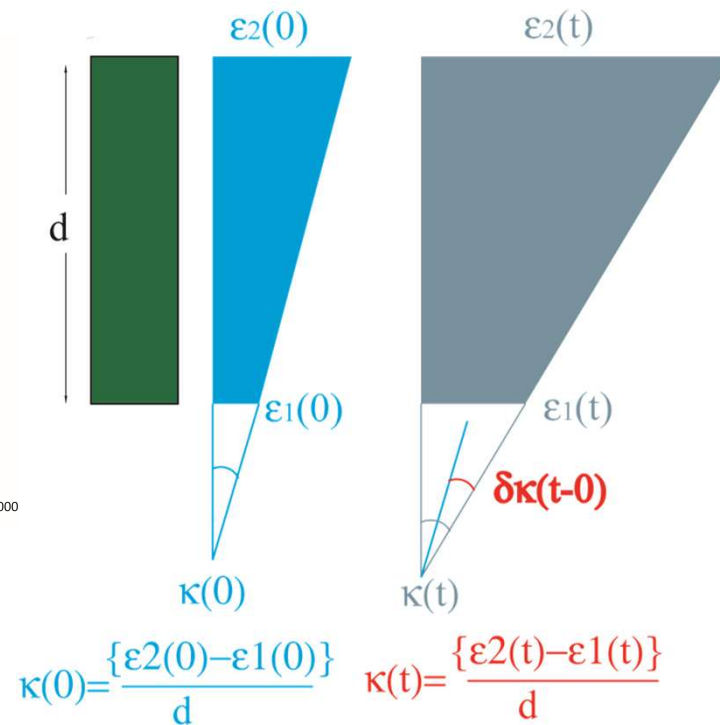
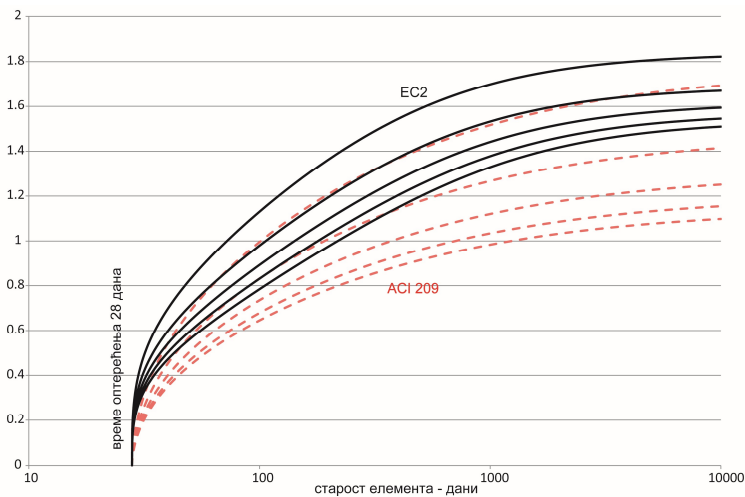
Поједностављени принцип: Пресечне силе се одређују простом суперпозицијом пресечних сила из различитих система водећи рачуна које је оптерећење деловало у појединој фази извођења (статичког система) и у коме попречном пресеку (уколико долази и до промене попречног пресека).

ЕФЕКТИ ВИСКОЗНОГ ПОНАШАЊА БЕТОНА У КОНСТРУКЦИЈАМА

Ефекат	Тип конструкције
Пораст угиба током времена	Израженије код конструкција без прслина – пораст угиба 2 – 3 пута током времена
Прерасподела напона у пресеку између различитих материјала који га сачињавају	Спрегнути пресеци у најопштијем случају
Прерасподела пресечних сила у статички неодређеним конструкцијама током времена	• Конструкције са изразито различитим реолошким карактеристикама по елементима – нпр. лук са челичном затегом; • Конструкције које се изводе у фазама уз промену статичког система
Пад напона услед принудних деформација	• Губитак силе претходног напрезања • Ублажавање утицаја слегања ослонаца

Пораст угиба

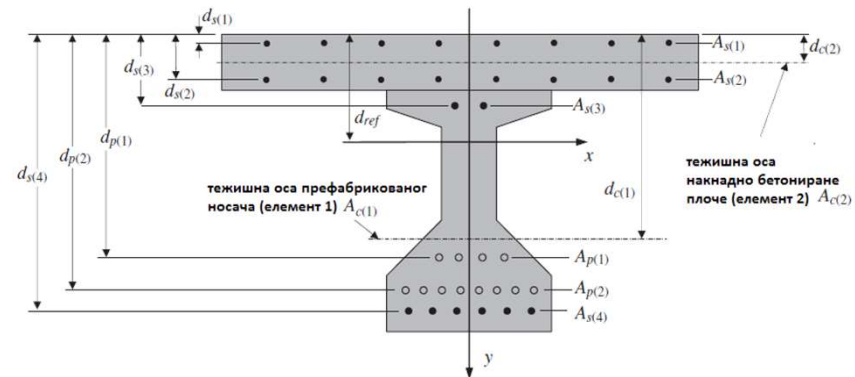
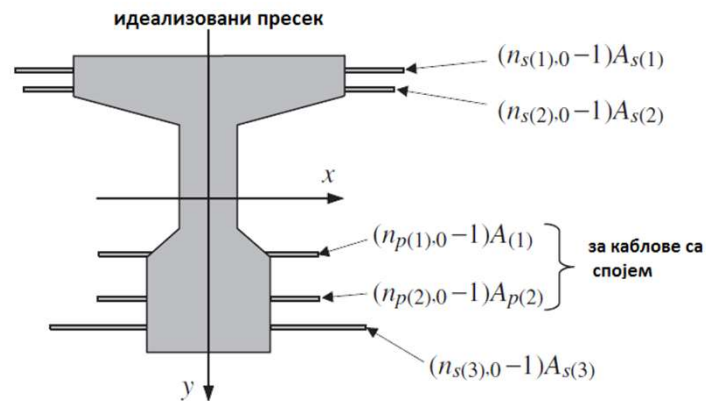
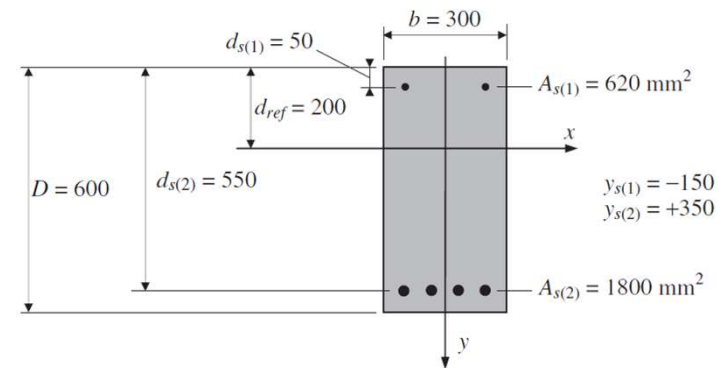
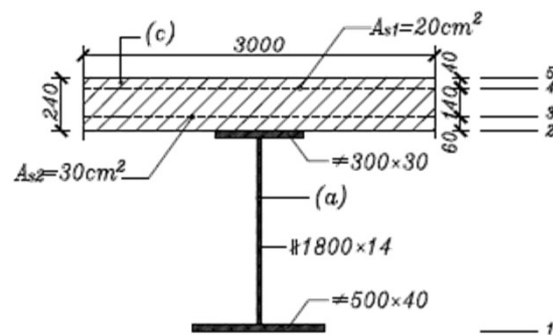
$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) + \varepsilon_{\text{течења}}(t, t_0) + \varepsilon_{\text{скупљања}}(t, t_n)$$



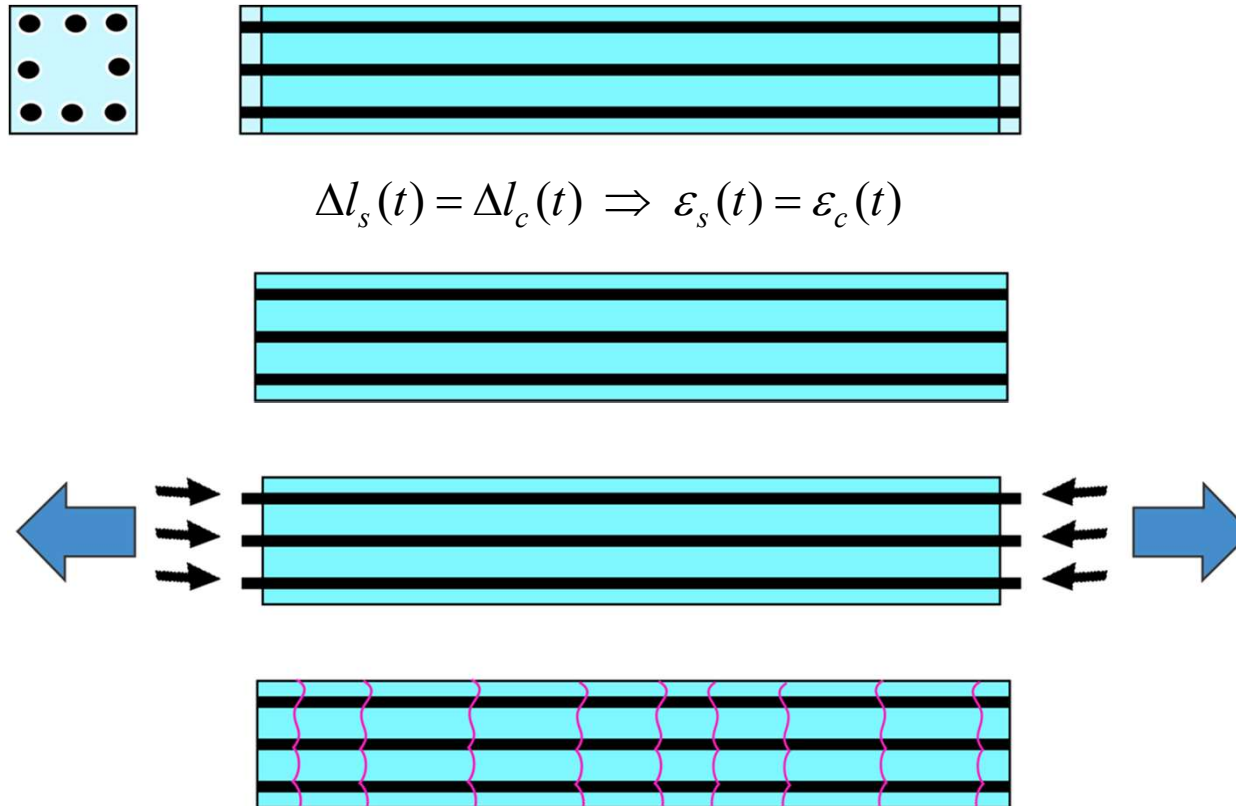
Прерасподеле

- Прерасподела напона у армирано бетонском пресеку током времена;
- Прерасподела утицаја у статички неодређеном бетонском носачу који се изводи уз фазну промену статичког система;
- Прерасподела напона у спрегнутом претходно напругнутом бетонском пресеку (случај статички одређеног носача где се утицаји у пресецима могу одредити из услова равнотеже).
- Током времена у бетонском делу пресека се јављају дилатације скупљања и течења (под напоном) док се у арматури за претходно напрезање јавља релаксација челика за претходно напрезање
- Постепена промена дилатација бетона током времена при идеалном пријањању изазива скраћење арматуре праћено променом напона у арматури
- Како се бетон скраћује услед скупљања и течења арматура трпи притисак и долази до пораста напона притиска у мекој арматури, односно постепеног губитка силе претходног напрезања

Спрегнути пресеци - најопштији случај

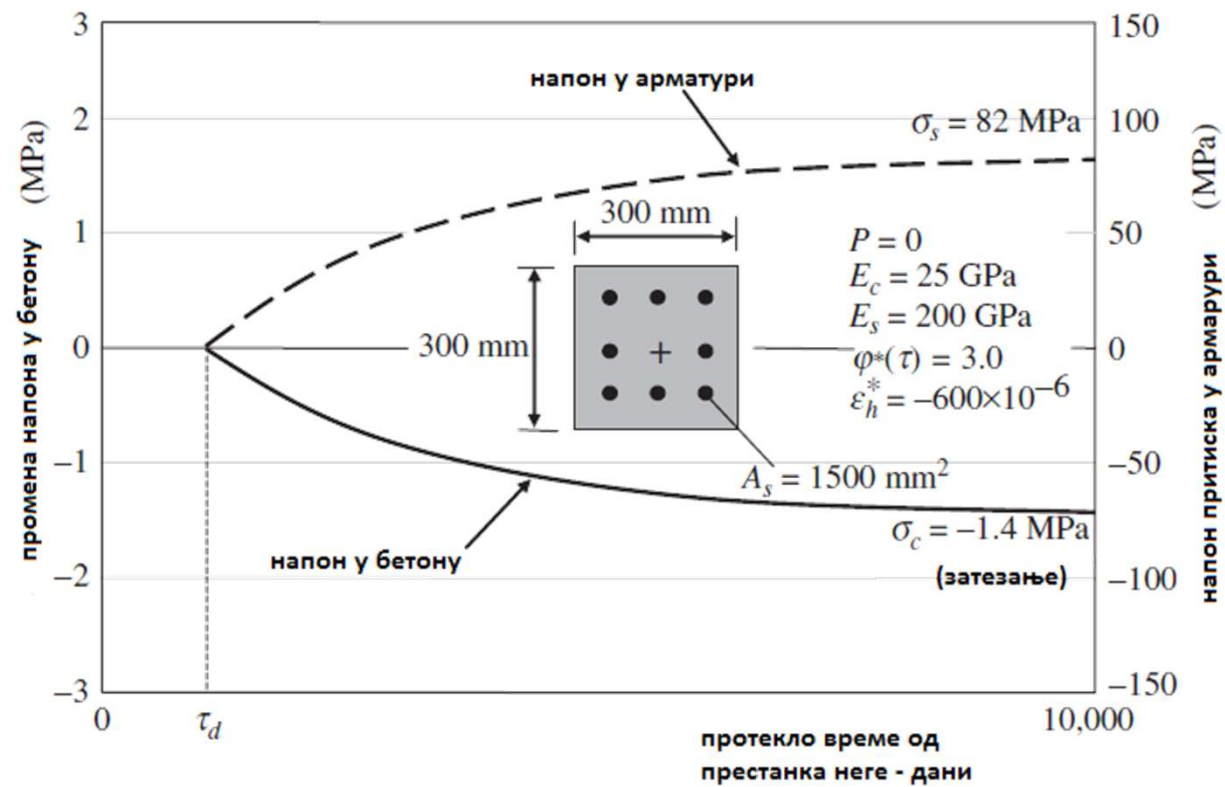


Прерасподела напона - утицај скупљања бетона у АБ пресеку



$$\Delta l_s(t) = \Delta l_c(t) \Rightarrow \varepsilon_s(t) = \varepsilon_c(t)$$

Пример



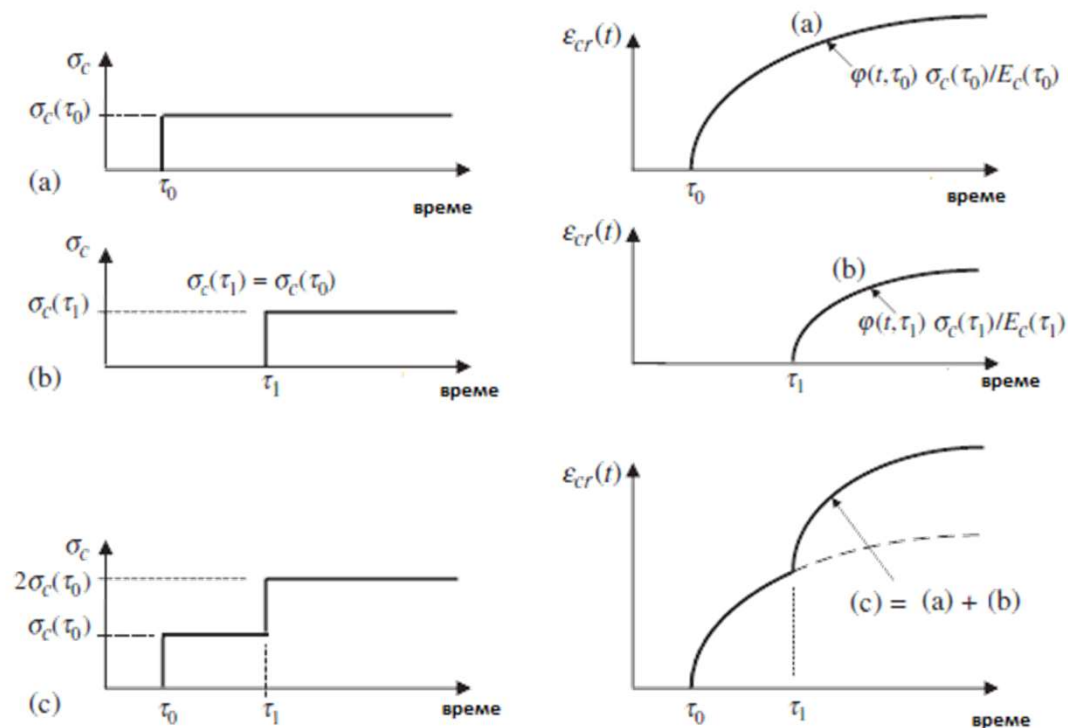
Дилатација течења неармираног бетона

Под константним напонам аплицираним у тренутку t_0

$$\varepsilon_{c,\sigma}(t,t_0) = \underbrace{\sigma_c(t_0)}_{\text{Тренутно еластична}} \left[\underbrace{\frac{1}{Ec(t_0)}}_{\text{Дилатација течења}} + \frac{\phi^{ceb}(t,t_0)}{Ec(28)} \right] = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{Ec(t_0)} + \frac{\phi^{ACI}(t,t_0)}{Ec(t_0)} \right] = \sigma_c(t_0) \underbrace{J(t,t_0)}_{\text{Функција течења}}$$
$$\phi^{ceb} = \frac{Ec(28)}{Ec(t_0)} \phi^{ACI}$$

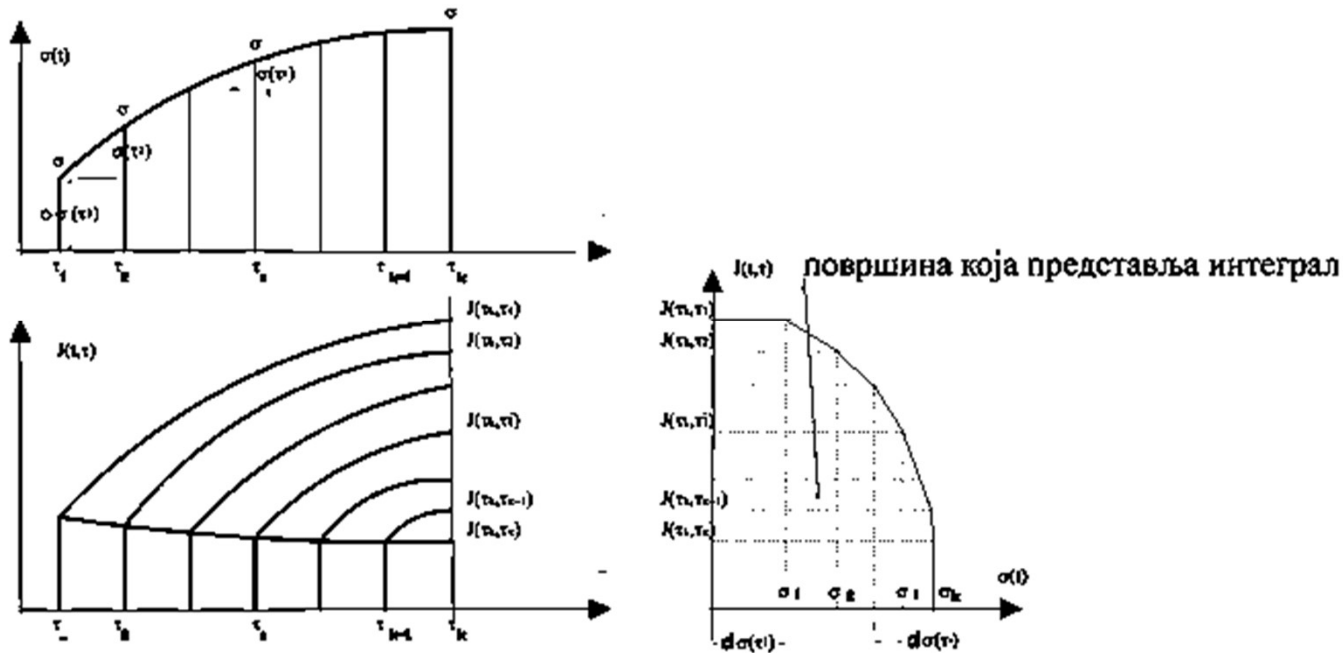
Линеарно течење – коефицијет течења не зависи од интензитета напона

Принцип суперпозиције



$$\epsilon_{c,\sigma}(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$

Нумеричка интеграција

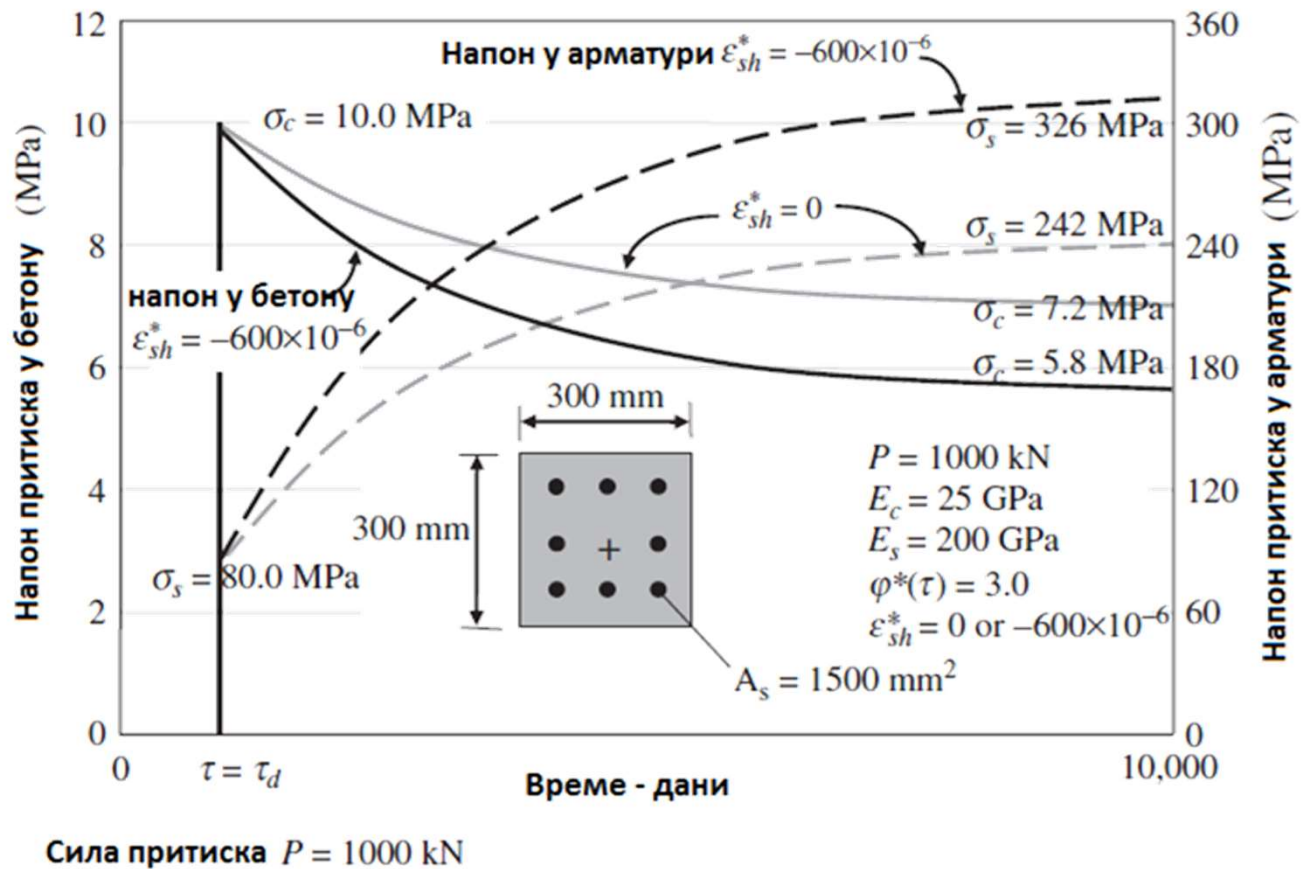
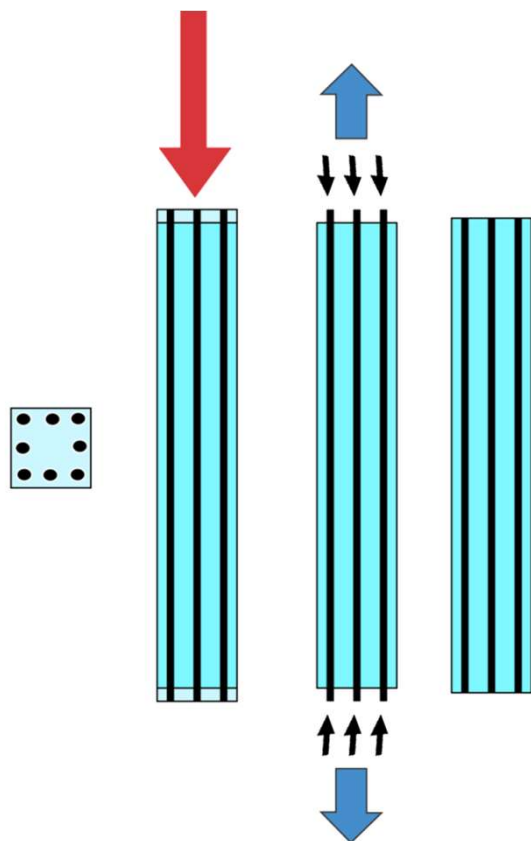


$$\Delta \varepsilon_{k,k+1} = \varepsilon_{k+1}^{\sigma} - \varepsilon_k^{\sigma t} = \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{j=k} \Delta \sigma_j (J_{k+1,j} + J_{k+1,j-1} - J_{k,j} - J_{k,j-1}) + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{k+1} (J_{k+1,k+1} + J_{k+1,k})$$

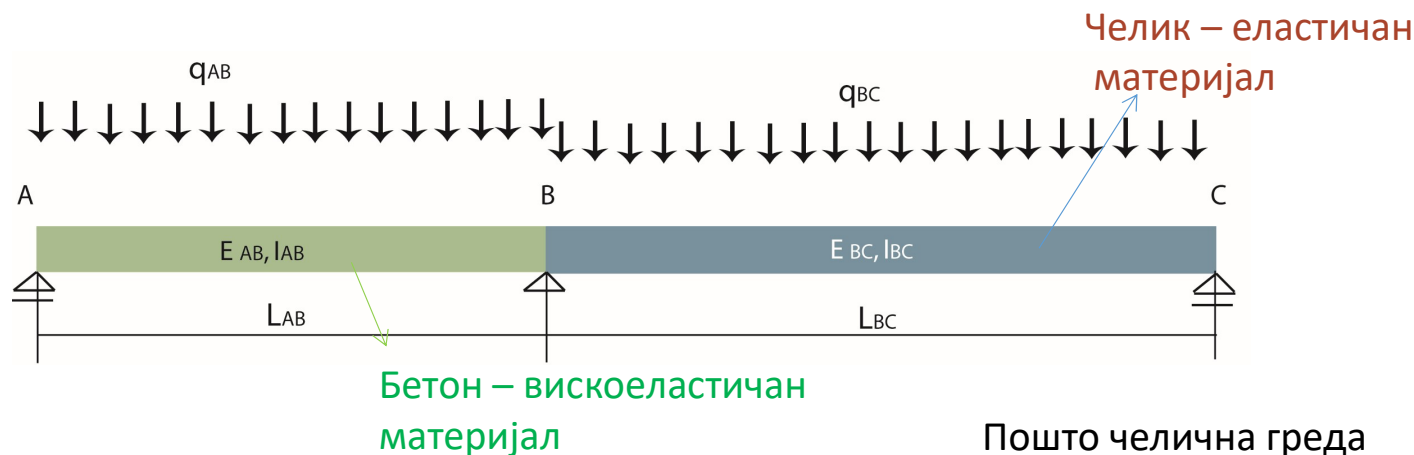
$$\varepsilon_{c,\sigma}(t) = \sigma(t_0)J(t, t_0) + [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \left[\frac{1}{Ec(t_0)} + \chi(t, t_0) \frac{\varphi^{CEB}(t, t_0)}{Ec(28)} \right]$$

$$\chi(t, \tau) = \frac{1}{\varphi(t, \tau)} \left\{ \frac{E(\tau)}{\sigma(t) - \sigma(\tau)} \int_{\tau}^t d\sigma(\theta) J(t, \theta) - 1 \right\}$$

АБ стуб изложен нормалној сили - пример



Статички неодређени носачи од материјала различитих реолошких особина



$$\delta_{10} = \delta_{10AB} + \delta_{10BC} = \frac{q_{AB} L_{AB}^3}{24 E_{AB} I_{AB}} + \frac{q_{BC} L_{BC}^3}{24 E_{BC} I_{BC}}$$

$$\delta_{11} = \delta_{11AB} + \delta_{11BC} = \frac{L_{AB}}{3 E_{AB} I_{AB}} + \frac{L_{BC}}{3 E_{BC} I_{BC}}$$

$$X_1(t_0) = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{1}{8} \left(\frac{\frac{q_{AB} L_{AB}^3}{E_{AB} I_{AB}} + \frac{q_{BC} L_{BC}^3}{E_{BC} I_{BC}}}{\frac{L_{AB}}{E_{AB} I_{AB}} + \frac{L_{BC}}{E_{BC} I_{BC}}} \right)$$

Пошто челична греда нема вискоеластичну деформацију

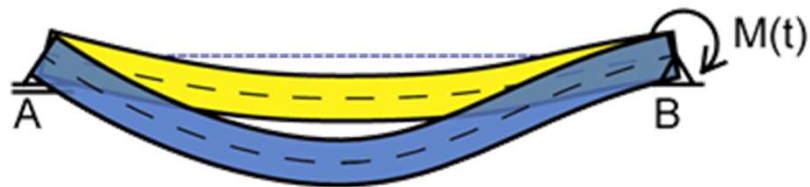
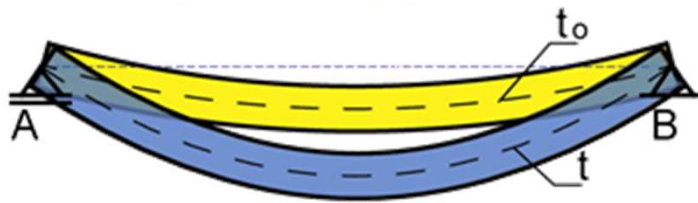
$$\Delta(\delta_{10}) = \Delta(\delta_{10AB}) + \Delta(\delta_{10BC}) = \varphi(t_1, t_0) \frac{q_{AB} L_{AB}^3}{24 E_{AB} I_{AB}} + \varphi(t_1, t_0) X_1(t_0) \frac{L_{AB}}{3 E_{AB} I_{AB}} + 0$$

$$\Delta(\delta_{11}) = \Delta(\delta_{11AB}) + \Delta(\delta_{11BC}) = \frac{L_{AB} (1 + \chi(t_1, t_0) \varphi(t_1, t_0))}{3 E_{AB} I_{AB}} + 0$$

$$\Delta X_1 = -\frac{\Delta \delta_{10}}{\Delta \delta_{11}} = -\frac{\varphi(t_1, t_0) \frac{q_{AB} L_{AB}^3}{24 E_{AB} I_{AB}} + \varphi(t_1, t_0) X_1(t_0) \frac{1}{3 E_{AB} I_{AB}}}{\frac{(1 + \chi(t_1, t_0) \varphi(t_1, t_0))}{3 E_{AB} I_{AB}}}$$

Ефекат течења бетона при накнадно спреченим деформацијама

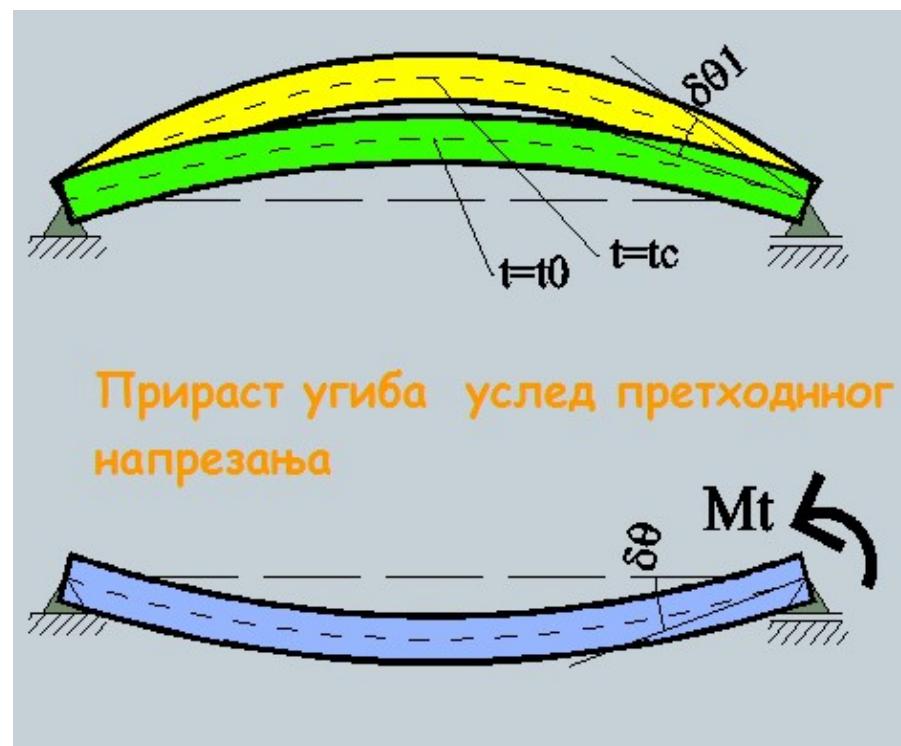
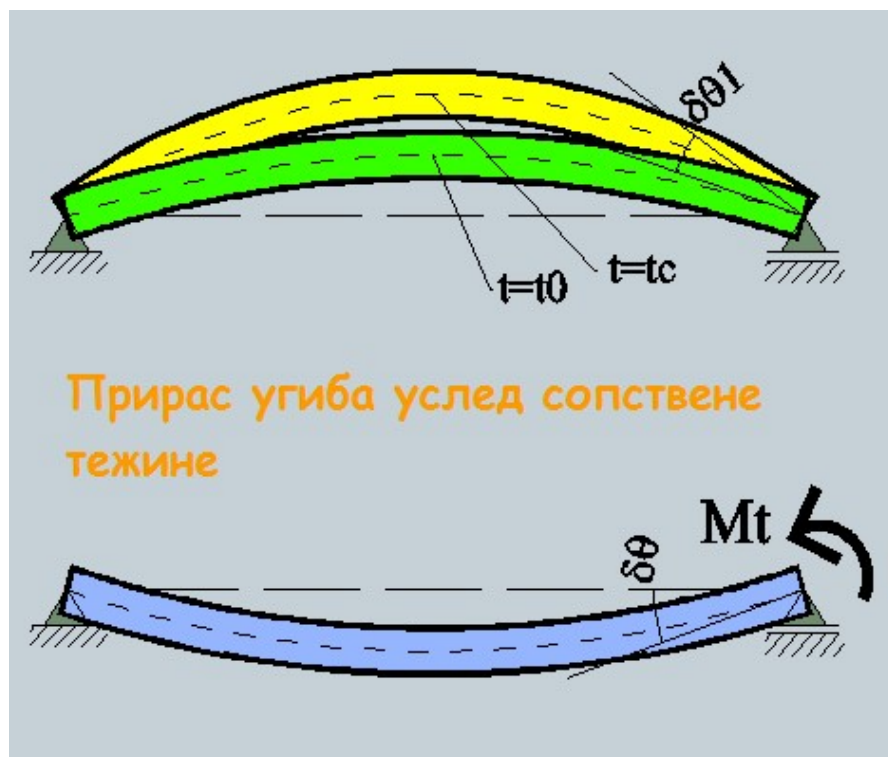
Проста греда



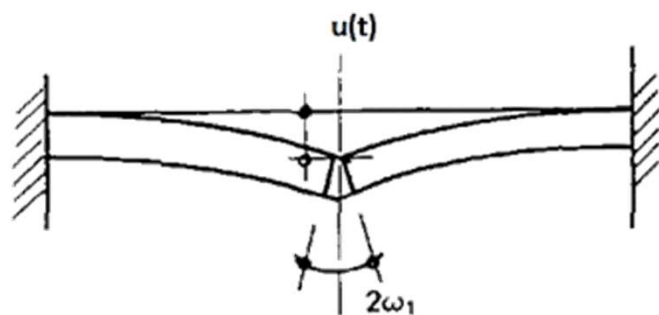
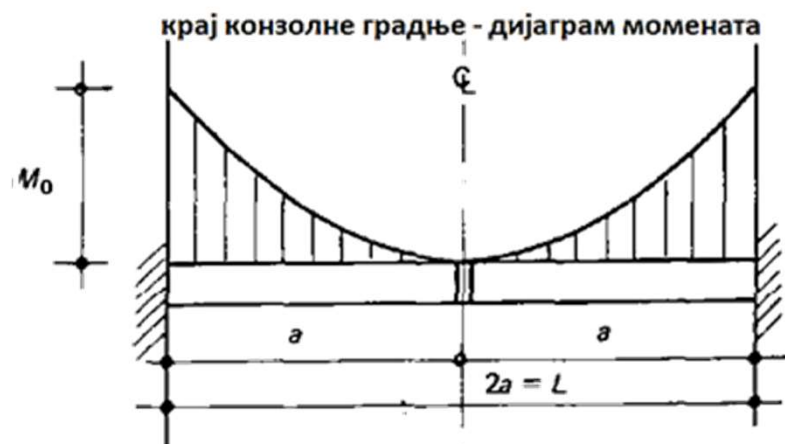
након накнадног
остварења континуитета
код ослоња B

- Под утицајем сопствене тежине у тренутку времена t_0 греда се деформише
- Ако систем остаје проста греда, током времена расте угиб и одговарајући нагиб код ослоња B
- Кад се успостави континуитет спречава се даљи прираст нагиба у ослоњу B
- Ефекат је појава момента, који расте током времена (афино спреченом прирасту нагиба)
- Ово се дешава без икакве промене оптерећења (значи само од оптерећења сопственом тежином првобитне просте греде)

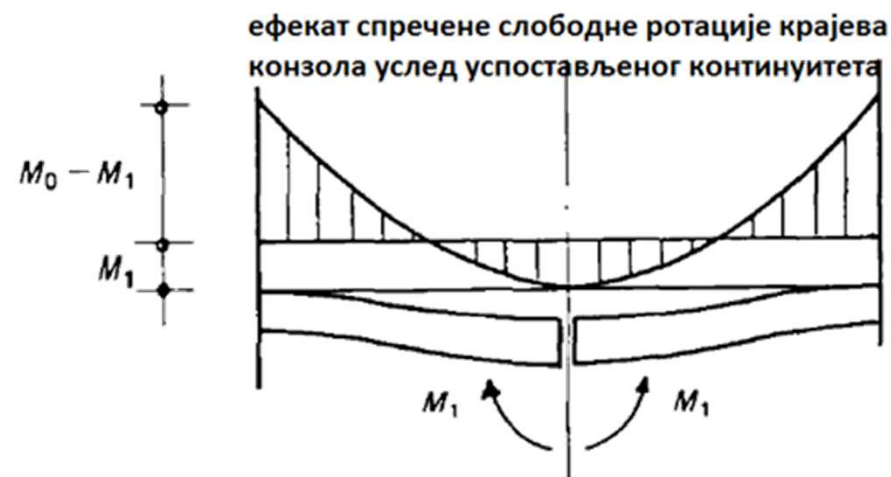
Моменти услед сопствене тежине и претходног напрезања
као последица течења бетона



Конзолно изведени мостови



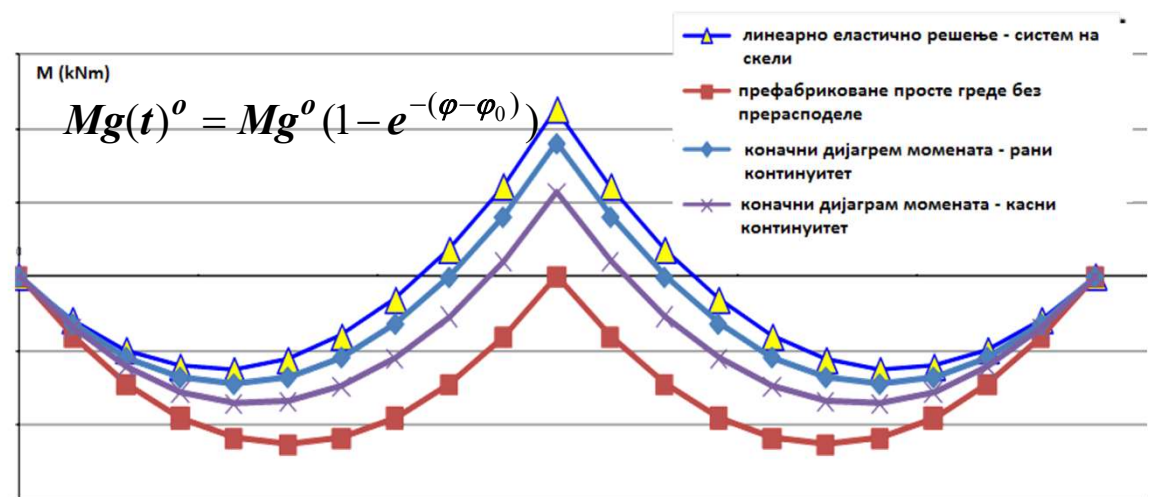
ако постоји зглоб у средини распона



Како одредити ову прерасподелу

- Програми за нелинеарну анализу конструкција са ефектима фаза извођења и реолошких карактеристика бетона **али** резултат је непоуздани јер:
 - Велики број параметара утиче на развој прерасподеле утицаја:
 - Реолошке карактеристике бетона (течење, скупљање и њихов временски развој са многим параметрима околине који на њих утичу) које спадају мађу најнепузданије вредности са великим расипањем
 - Динамика извођења
- Након прерасподеле дијаграм пресечних сила тежи да успостави стање као да је систем изведен у једном кораку

Дишингеров метод



Еврокод 2 – део 2 – Бетонски мостови

Појава се разматра при граничном стању употребљивости: контрола прслина и напона

Анекс КК: - упрошћен поступак

$$S_{\infty} = S_0 + (S_c - S_0) \frac{\phi(\infty, t_0) - \phi(t_c, t_0)}{1 + \chi \phi(\infty, t_c)}$$

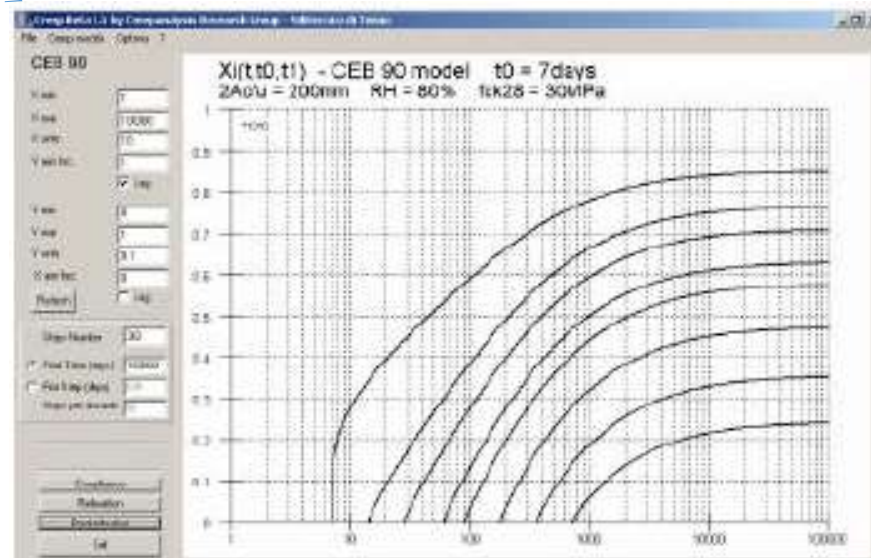
При вишеструкој промени система може се за t_c усвојити репрезентативна "средња" старост.

- Коју силу претходног напрезања користити за одређивање утицаја? (приближни начин)
 - Одреди се пресечне силе S_0 и S_c са силом ПН након тренутних губитака
 - Одреди се редистрибуција према $(S_c - S_0) \frac{\phi(\infty, t_0) - \phi(t_c, t_0)}{1 + \chi \phi(\infty, t_c)}$
 - Одреди се дуготрајни губици силе ПН из почетних пресечних сила S_0 па се одреди пресечне силе са оствареним губицима $S_{0\infty}$
 - Укупни утицаји након редистрибуције и губитака су:
 $S_{0,\infty} + (S_c - S_0) \frac{\phi(\infty, t_0) - \phi(t_c, t_0)}{1 + \chi \phi(\infty, t_c)}$

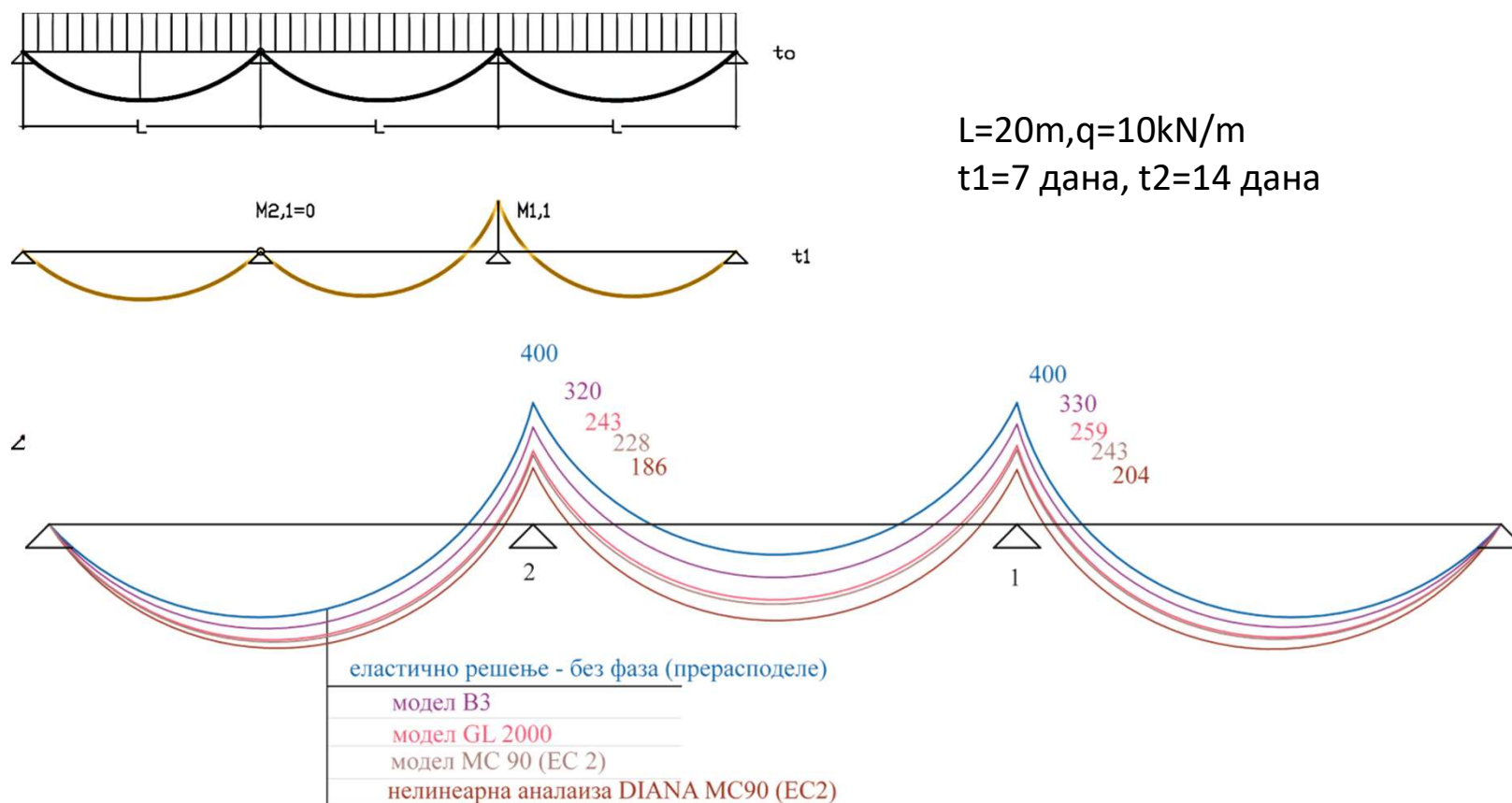
Вишеструка промена система по препорукама fib – модел кода (2010)

$$S^{j+1}(t) = S^{el,1} + \sum_{i=1}^j \xi(t, t_0, t_i) \Delta S^{el,i}$$

Интервални коефицијент
старења

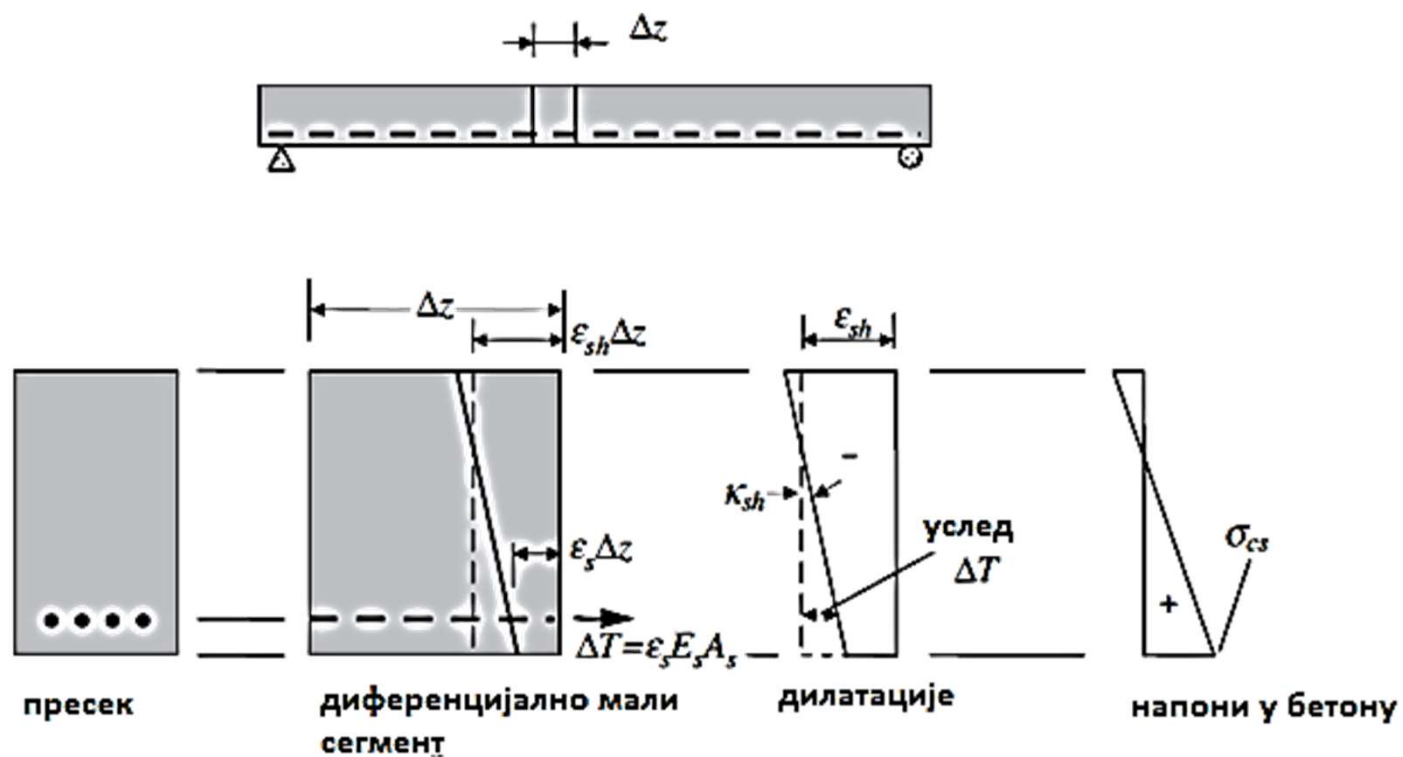


Пример двоструке трансформације



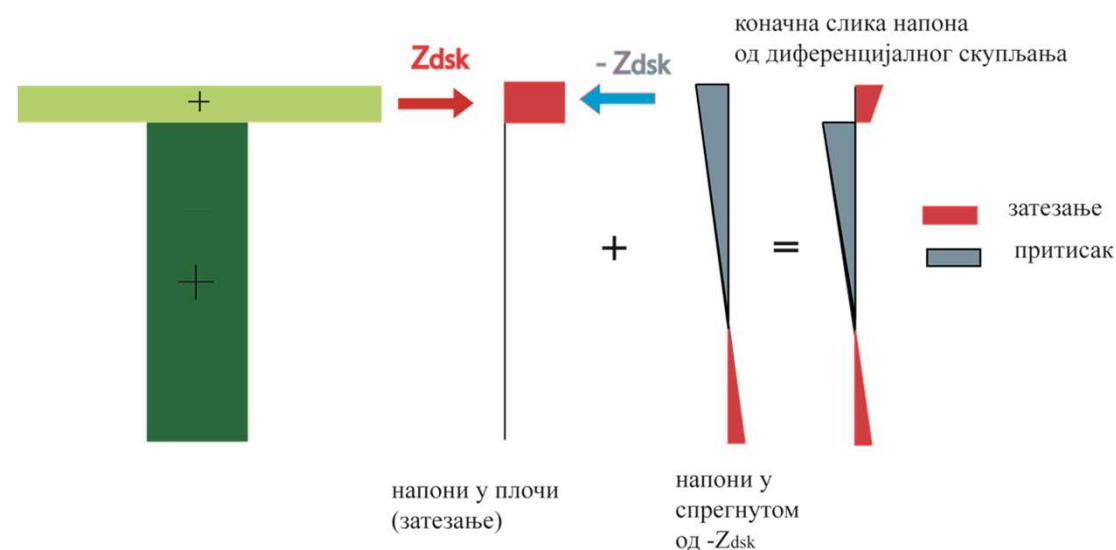
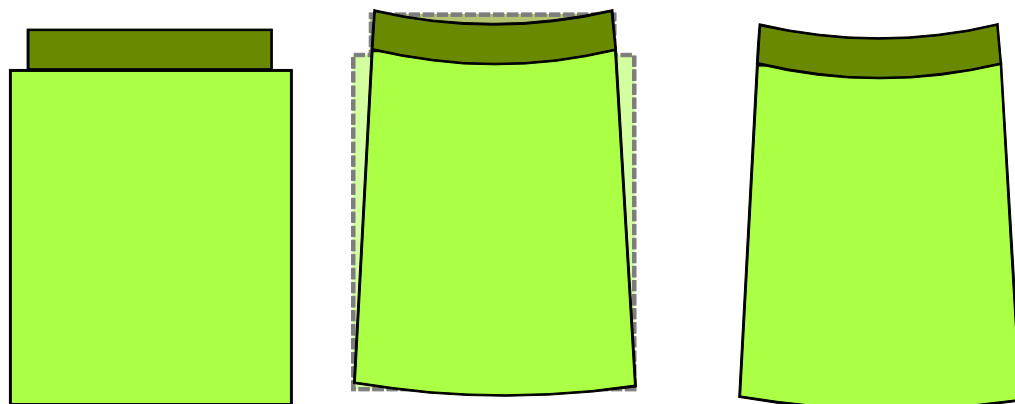
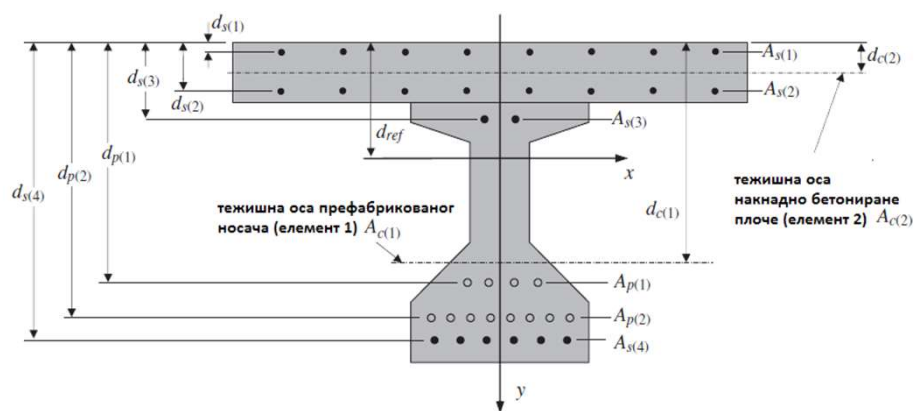
$L=20\text{m}, q=10\text{kN/m}$
 $t_1=7\text{ дана}, t_2=14\text{ дана}$

Ефекат скупљања бетона



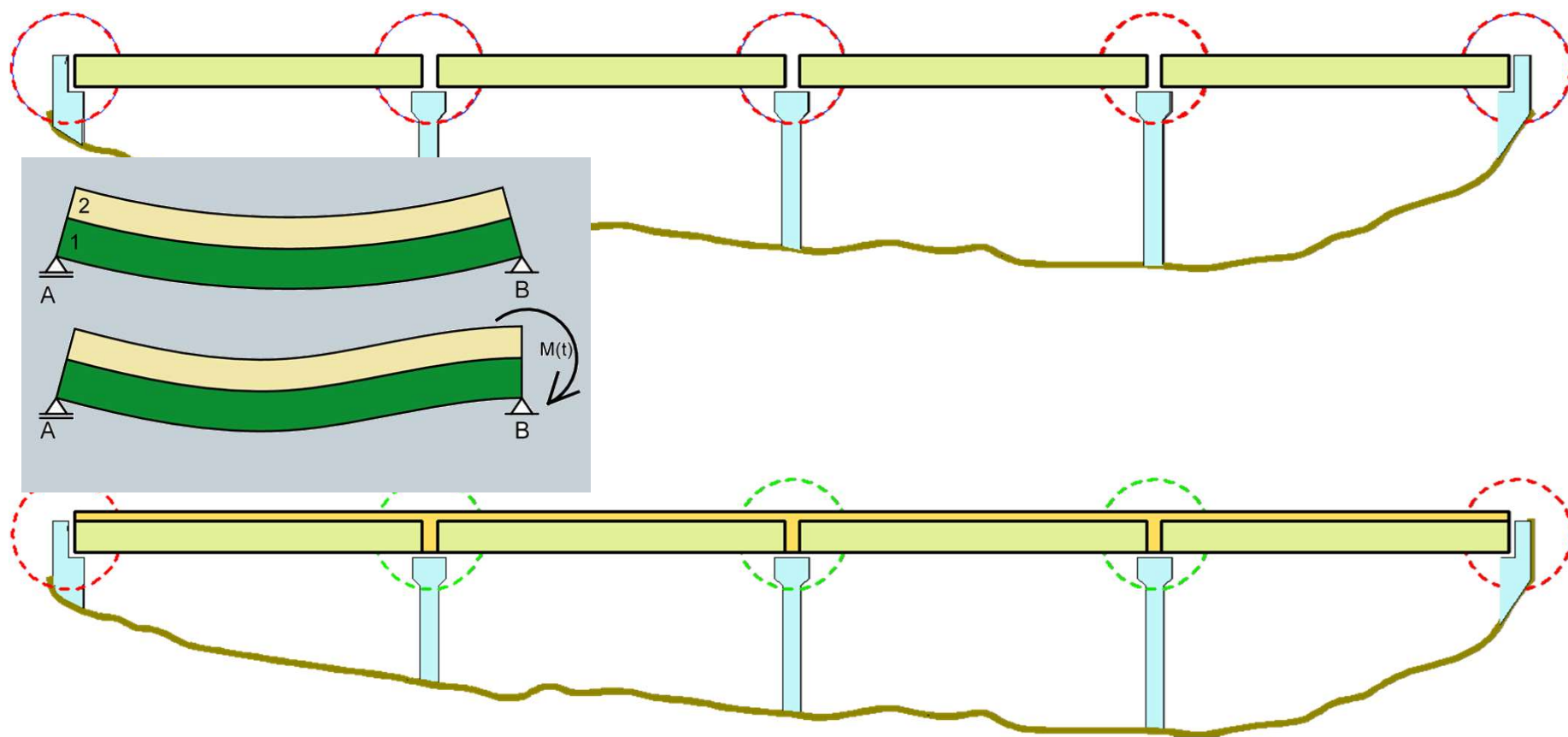
Овде "+" означава напон затетања

Спрегнути бетонски пресек и дифернцијално скупљање



$$Z_{dsk} = \left[\varepsilon_{sk,2}(\infty, t_{sp}) - \left(\varepsilon_{sk,1}(\infty, t_0) - \varepsilon_{sk,1}(t_{sp}, t_0) \right) \right] E_2 F_2 \frac{(1 - e^{-\varphi})}{\varphi}$$

Диференцијално скупљање код накнадног континуитета



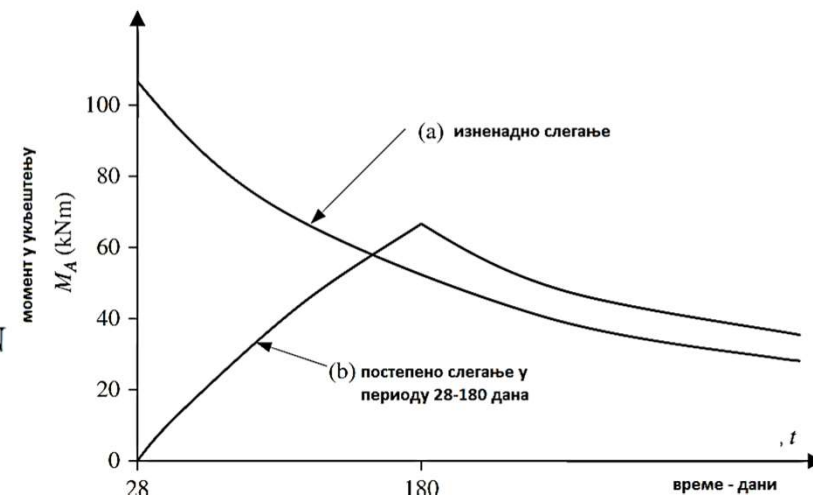
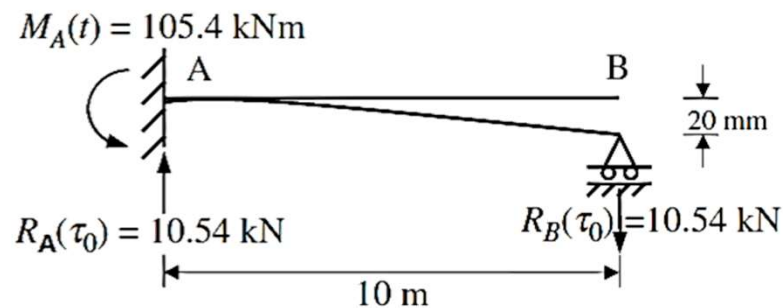
Принудна деформација – слегање ослонца

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad \sigma(t) = \int_0^t R(t, \tau) d\varepsilon_{\sigma}(\tau) \quad S(t) = S_{el, t_0} \frac{R(t, t_0)}{E(t_0)}$$

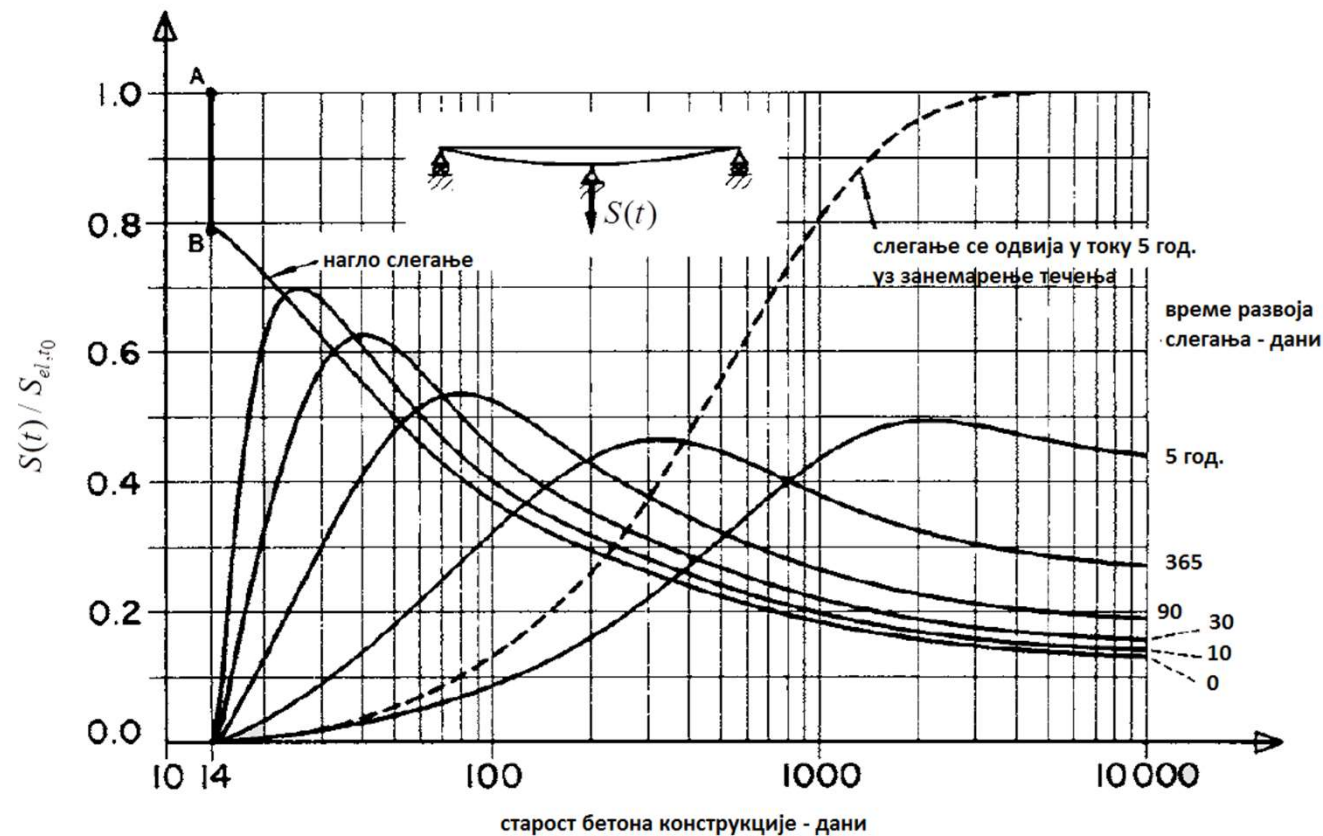
$$J(t, \tau)E(\tau) + \int_{\tau}^t J(t, \theta) dR(\theta, \tau) = 1$$

$$\chi(t, t_0) = \frac{Ec(t_0)}{Ec(t_0) - R(t, t_0)} - \frac{1}{\phi(t, t_0)}$$

$$S(t) = S_{el, t_0} \left(1 - \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)} \right)$$



Слегање ослонаца и течење бетона

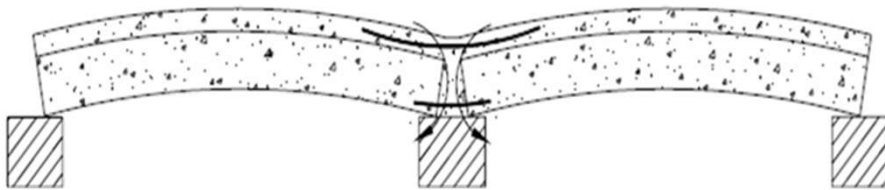


Методе анализе конструкција обзиром на вискозне деформације бетона

Метод		Тип конструкције
Step – by – step метод		Све конструкције
Поједностављене методе	Алгебарске (ЕМ, MS, ААЕМ)	Хомеогене или квази хомогене конструкције, са елементима (деловима) који се могу апроксимирати као хомогени, са крутим или линерано еластичним везама и релативно малим варијацијама напона (до 30%)
	Диференцијалн и облици закона течења (Dishingerov метод)	
Примена теорије линеарне виско - еластичности		Хомогене конструкције са крутим везама

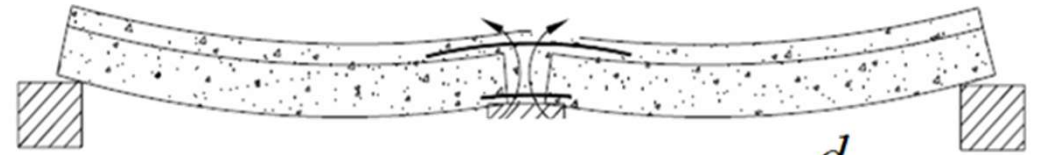
РСА Метод

Префабриковани претходно напрегнути
носачи накнадно континуирани



$$M_{cr}(t) = (Mp - Mg)(1 - e^{-(\varphi(t, t_0) - \varphi(t, t_c))})$$

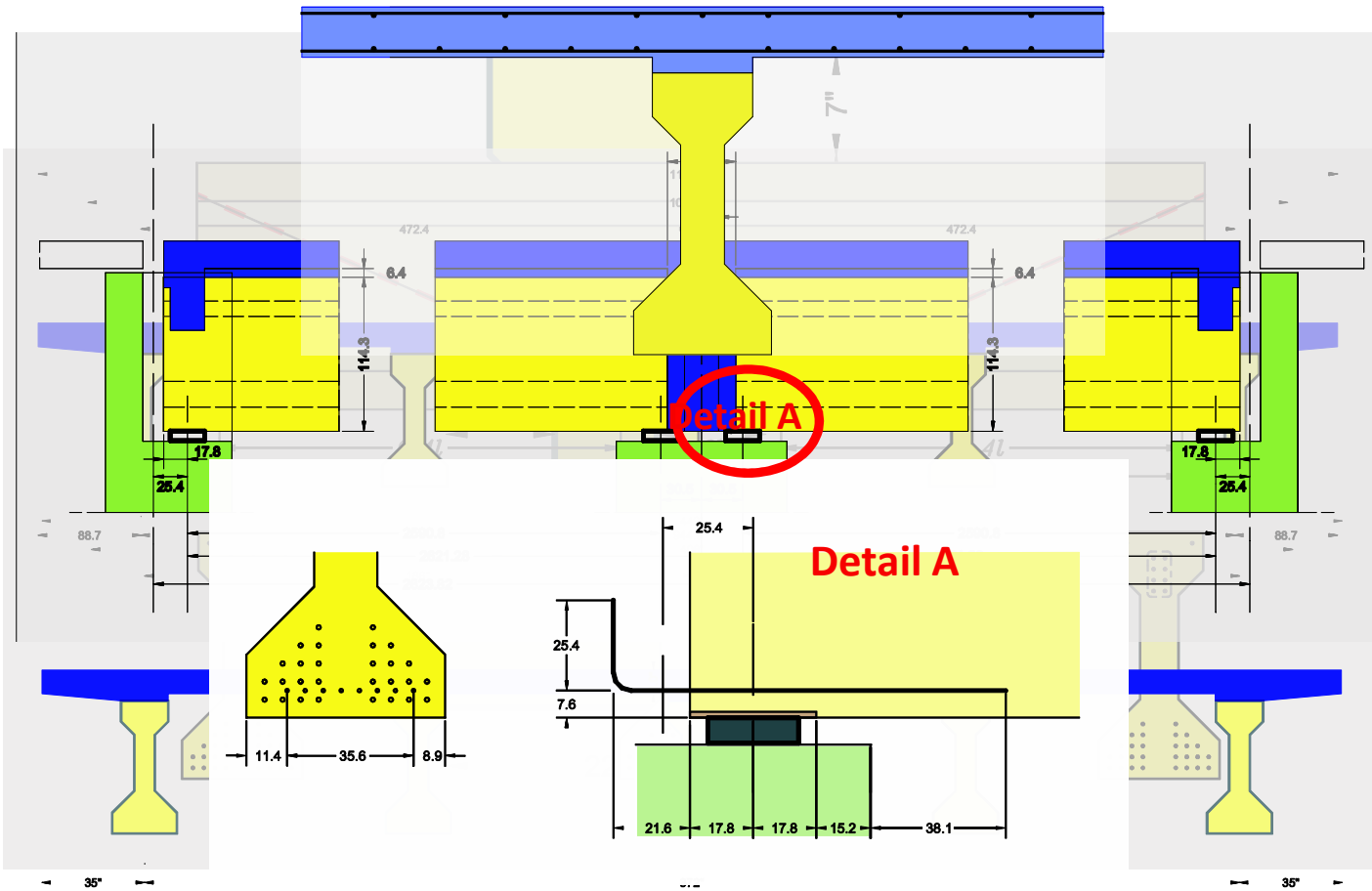
Ефекат дифернцијалног скупљања



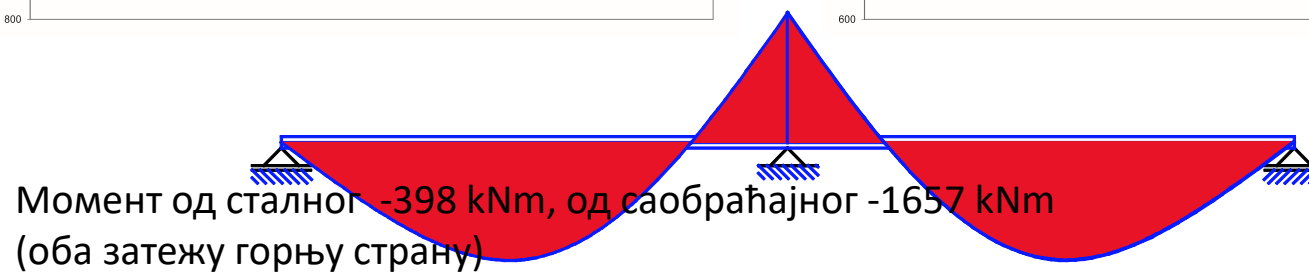
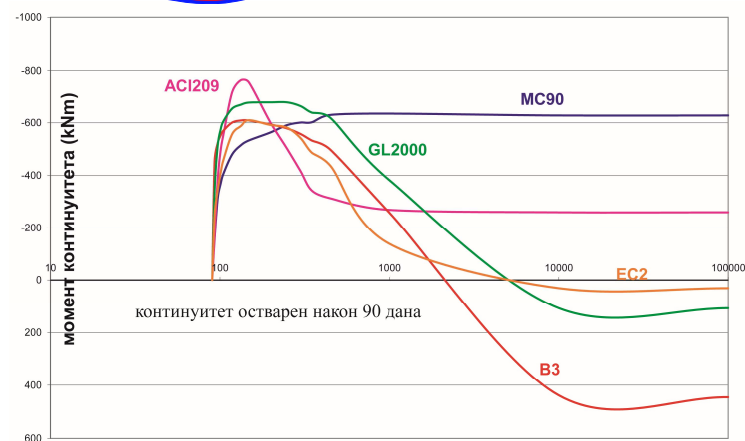
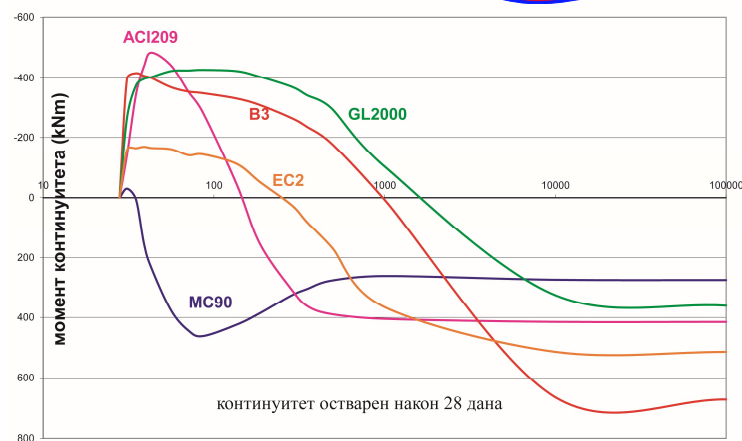
$$M_s = \varepsilon_{s,d} E_s A_s (y_{com,2} + \frac{d_s}{2})$$

$$M(t) = (Mp - Mg)(1 - e^{-(\varphi(t, t_0) - \varphi(t, t_c))}) - \frac{3}{2} M_s \frac{1 - e^{-\varphi(t, t_c)}}{\varphi(t, t_c)} \mp Ml$$

Бројчани пример



Резултати



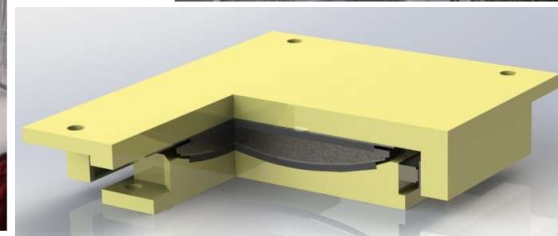
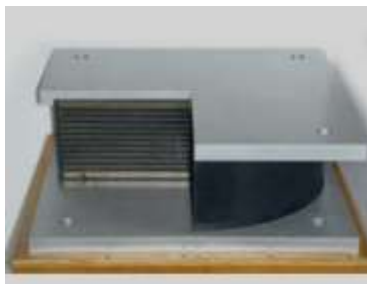
Опрема моста

- Лежишта
- Дилатационе справе
- Коловозни застор
- Хидроизолација
- Систем за одводњавање
- Приступ и опрема за одржавање
- Ограде
- Пешачке стазе
- Инсталације, сигнализација, осветљење....



Типови лежишта

- Челична лежишта
- Еластомерна лежишта
- Лончаста лежишта
- Сферна лежишта



Еластомерна лежишта

Еластомерна лежишта се састоје од еластомерног блока у којем су вулканизирани челични лимови.

Хоризонтална померања се остварују смичућом деформацијом еластомерног блока. Такође су могуће и ограничене ротације. У стању су да прихвате и одређене хоризонталне силе али краткотрајног карактера. Како се хоризонталне силе преносе трењем неопходно је да се при вертикалном (минималној реакцији) оптерећењу оствари одређени напон притиска. Уколико то није случај користе се анкерована лежишта.

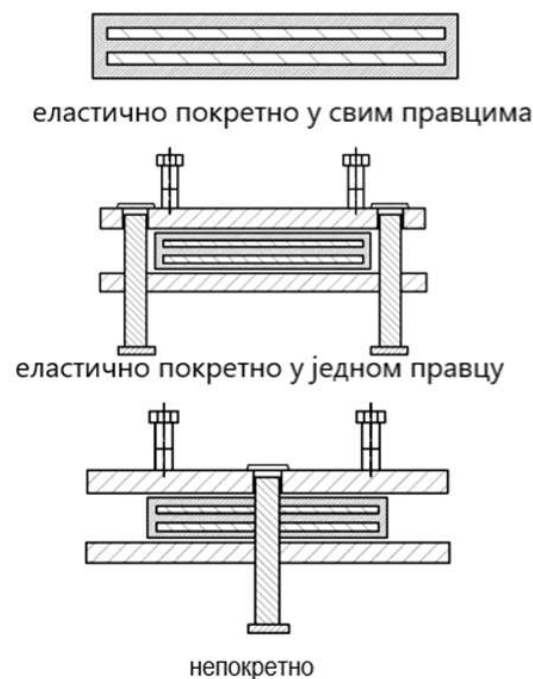
У сваком случају између самог еластомерног блока и конструкције се налазе челичне плоче.

Еластомерна лежишта се могу додатно опремити:

– Клизним плочама – за омогућавање већег хоризонталног померања; Лежишта са клизном функцијом имају клизне плоче са специјално изведеним клизним плочама (нерђајућа челична плоча у контакту са тefлоном (ПТФЕ)).

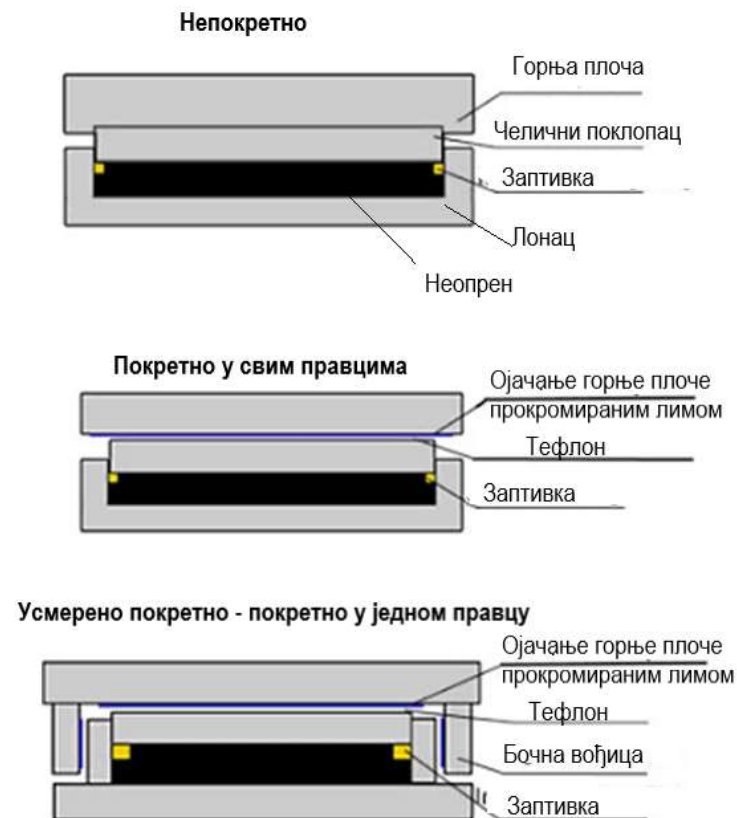
или

– Граничницима у једном или оба правца за спречавање хоризонталних померања



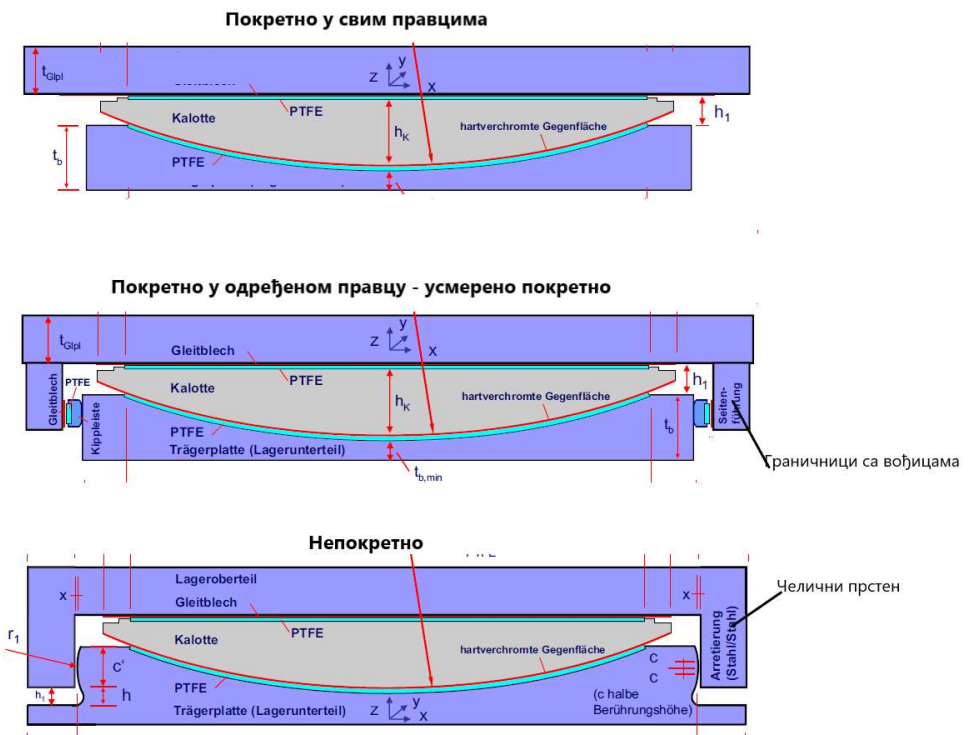
Лончаста лежишта

- Примају веће вертикалне реакције од еластомерних лежишта.
- Челична посуда с поклопцем (лонац) је испуњена неопреном, чијом се деформацијом могућава ротација лежишта.
- Уколико се жели омогућити и хоризонтално померање део горње плоче се ојачава прохромираним лимом и поставља се тефлон између ње и поклопца.
- Уколико се жели усмерено хоризонтално померање додају се гранични (вођице).

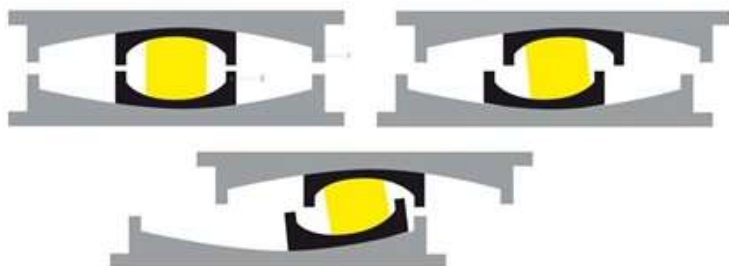
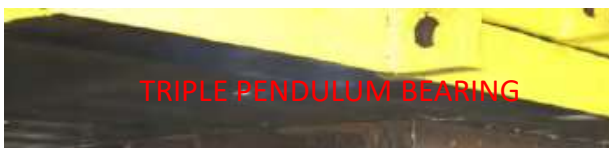
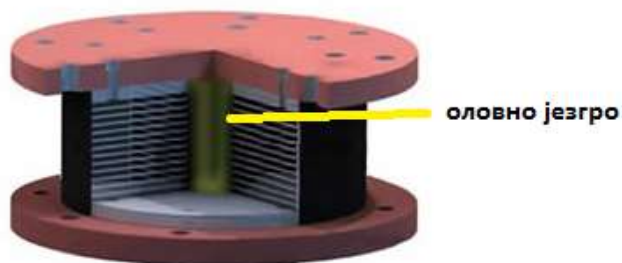


Сферна лежишта

- Основни делови:
 - конкавна (доња) челична плоча превучена с горње стране тефлоном
 - челичне калоте (конвексна) са углачаном доњом клизном површи и тефлонском плочом на горњој површи.
- Овај основни тип омогућује и ротацију и хоризонтална померања у свим правцима.
- Додавањем вођица може се ограничити хоризонтално померање у једном правцу.
- Додавањем кружног прстена спречава се хоризонтално померање у свим правцима.
- PTFE - тефлон



Специјална лежишта (сеизмички изолатори) и пригушивачи (абсорбери)



Дилатационе справе - типови

- Беспријекорна водонепропусност
- Трајност (најмање као и асфалтни коловоз уз дилатацију)
- Отпорност на корозију
- Отпорност на хабање
- Једноставна контрола, одржавање и замјена
- Квалитет
- Прихватљива цена

Величина померања	Дужина дилатационог појаса	померање	тип
Минимална	До 20(30)m	20(+/-10)mm	Челични профил + заптивање
Мала	До 50(70)m	50(+/-25)mm	Асфалтне, гумене, силиконске, са металном плочом
Средња	До 150m	150(+/-75)mm	Од челичних профила са гуменим улошцима, са армираним гуменим заптивачем, "чешљеви"
Велика	До 300m	300(+/-150)mm	Са армираним гуменим заптивачем, "чешљеви", модуларне дилатације, са клизном плочом
Веома велика	Преко 300m	Преко 300 (+/-)150mm	



Дилатације за мала померања

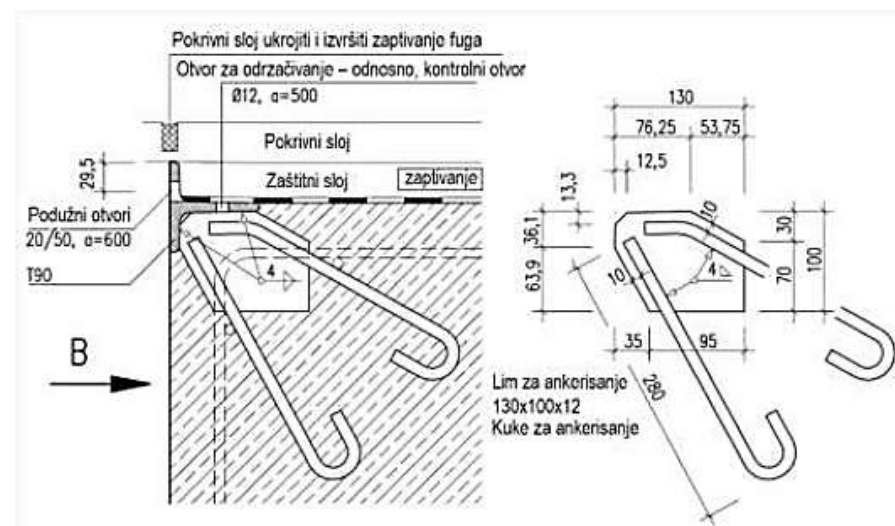
- Оквирна дужина дилатирања до 50м.
- Померања око 5цм (+/-2.5цм)
- У ове дилатације спадају:
 - Асфалтне дилатације;
 - Дилатације са челичним профилима и гуменим улошком
 - Силиконске дилатације
 - Дилатације са клизном плочом

Минимална померања

За померања до око 2 цм (+/-1цм), са оквирном дужином дилатирања око 20м, користи се челични профил којим се завршава коловозна конструкција док се фуга испуњује битуменском масом.

Користе се код:

- Код мостовских оквира на путевима нижег ранга у које није потребно уграђивати “праве” дилатације
- На објектима који нису дужи од 20 m (на аутопутевима, магистралним или регионалним путевима)
- На објектима који нису дужи од 30 m (на путевима нижег ранга)



Асфалтне дилатације

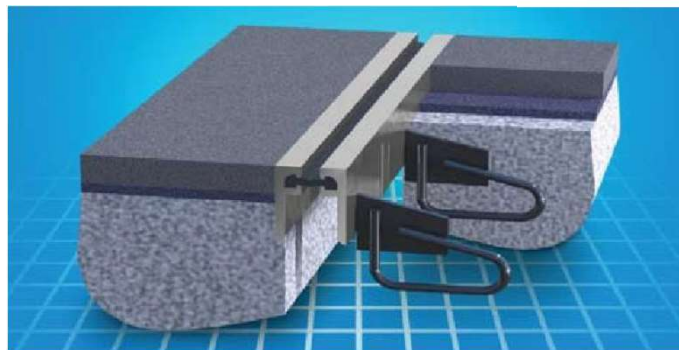
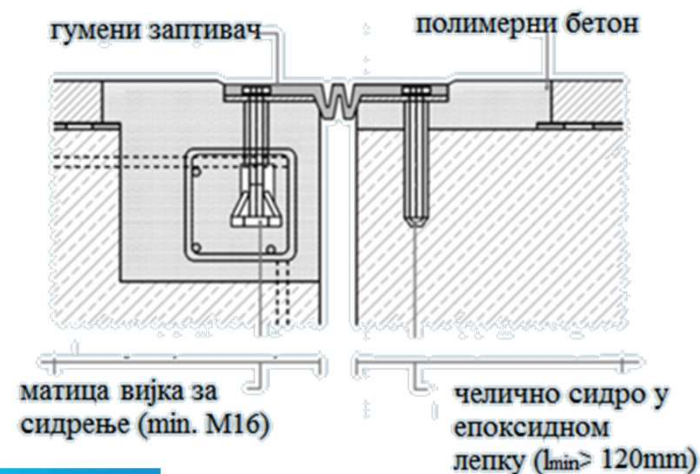
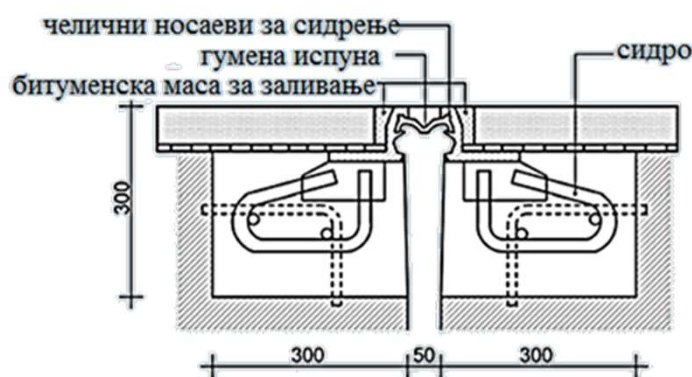
- На месту дилатације излива се посебна асфалтна смеша тако да постају саставни део коловоза, претходно је изливен асфалт са обе стране дилатације.
- Дужина ове дилатације (уметнутог асфалта) 50-70цм.
- Преко дилатационе фуге, а испод асфалтне дилатације се поставља метална плоча преко које се налази неопренска трака.
- Ексером се причвршћује заптивна маса у фуги.
- Нису препоручљиве у спојевима изложеним великим ротацијама, коловозима у већим нагибима и мјестима гдје је коловоз изложен честим саобраћајним промјенама



Дилатације са челичним профилима и гуменим улошком

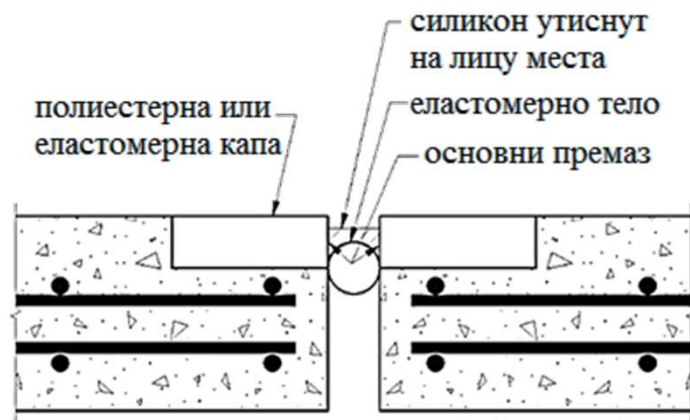
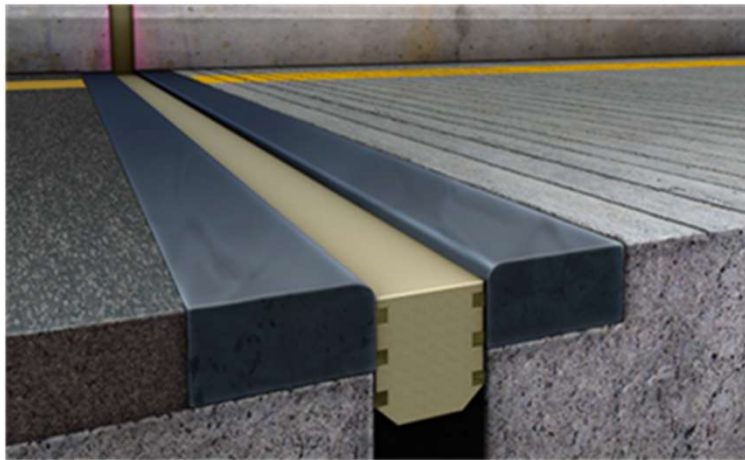
Челични профил је усидрен у бетон са обе стране фуге. Овај профил је посебно обликован у виду чељусту у које се утискује еластомерни уложак (такође одговарајуће профилисан).

У случају малог простора за уградњу користи се варијанта (горе десно) дилатације са гуменим заптивачем који се вијцима анкерује у бетонску конструкцију, али је ово мање повољно решење.

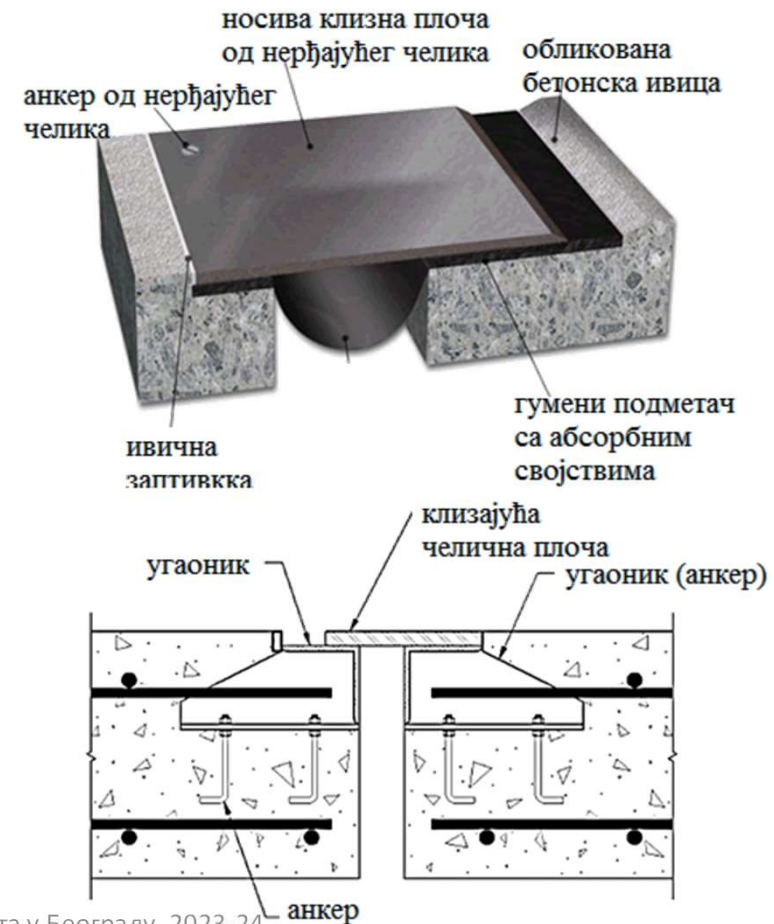


Силиконске и дилатације са металном плочом

Силиконске дилатације



Дилатације са металном плочом

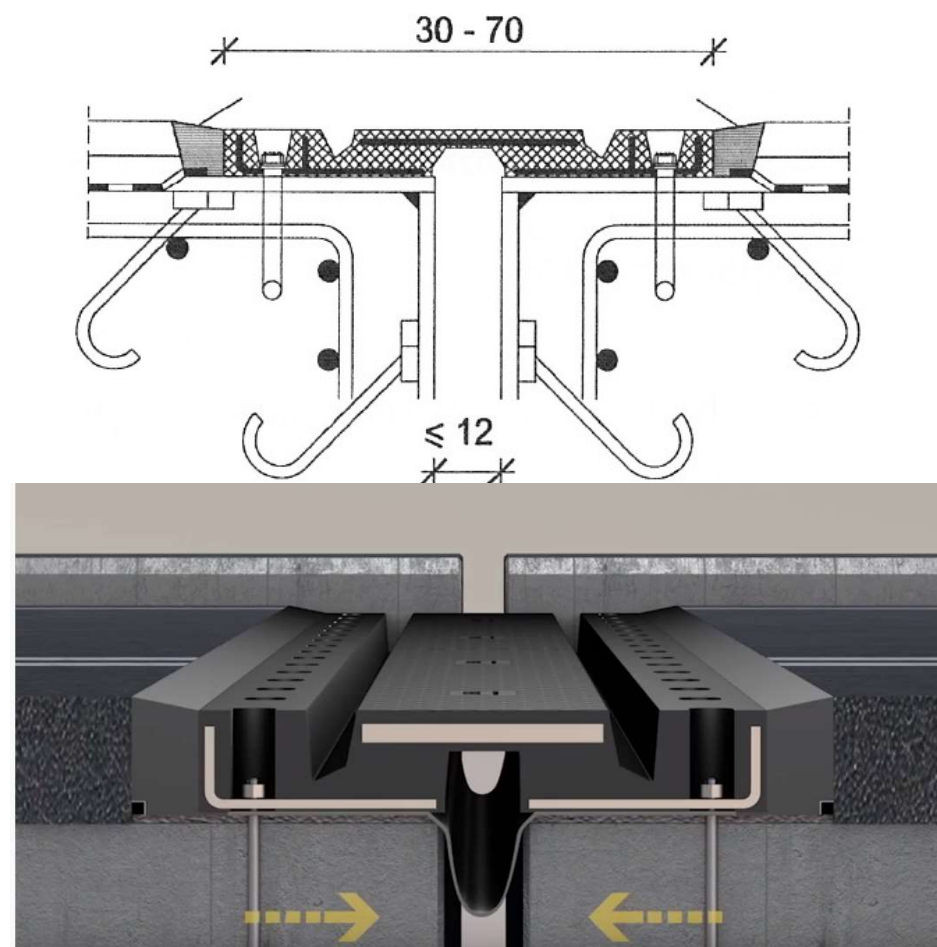


Дилатације за средња померања

- Оквирна дужина дилатирања до 150м.
- Померања око 15цм (+/-7.5цм)
- У ове дилатације спадају:
 - Еластометне (Tansflex / тепих дилатације/ Дилатације са армираним гуменим заптивачем);
 - Дилатације са међупрофилима (ламелне/модулне дилатације);
 - Дилатације са челичним зупцима (дилатације у облику чешља).
- *Називи који се налазе у заградама заправо су синоними за исте типове дилатација*

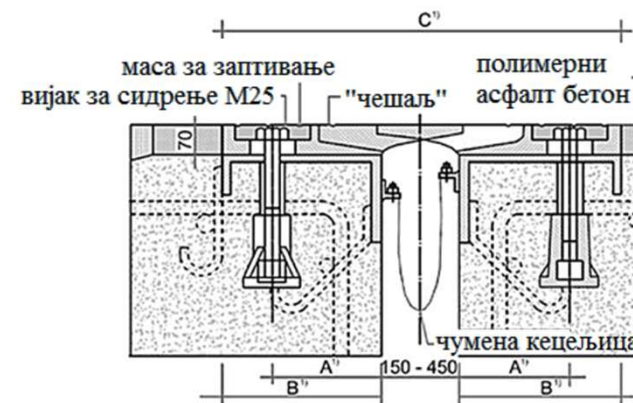
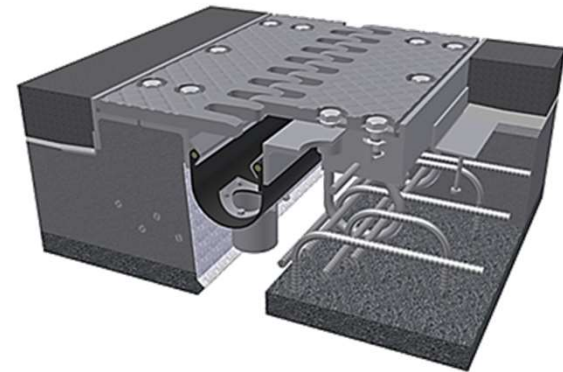
Tansflex

- Префабриковане гумене плоче (*Transflex*), армиране са челичним плочама и сидрене у бетон помоћу завртњева
- Гума омогућава помјерања, а челични улошци дају потребну чврстоћу
- Постоје разни облици и комбинације са другим дилатацијама
- Нормално се користе за помјерања од 75 до 330 mm
- Могу представљати опасност по учеснике у саобраћају услед ломљења и испадања завртњева, па се данас све мање користе.



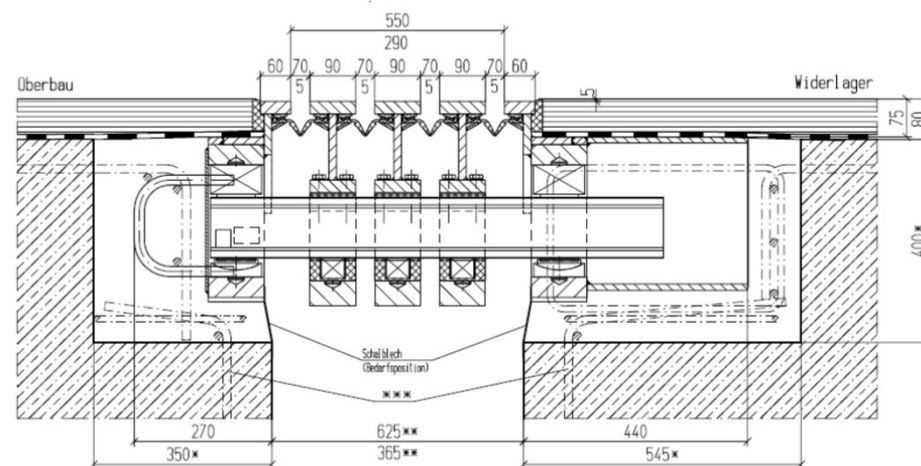
Чешљеви

- Састоје се од два челична лима, који се изнад дилатационе раздијелнице пружају тако да прсти једнога улазе у жљебове другог
- Прсти чешљева се повијају према доле због бојазности од оштећења
- Могу прихватити помјерања и до 1000 mm
- Обезбјеђују удобну вожњу и смањују буку приликом преласка
- Дуг вијек трајања (>25 год.)
- С обзиром да ове дилатације не обезбјеђују ефективну заштиту од продирања воде обавезно је постављање гуменог корита унутар дилатације, испод лимова



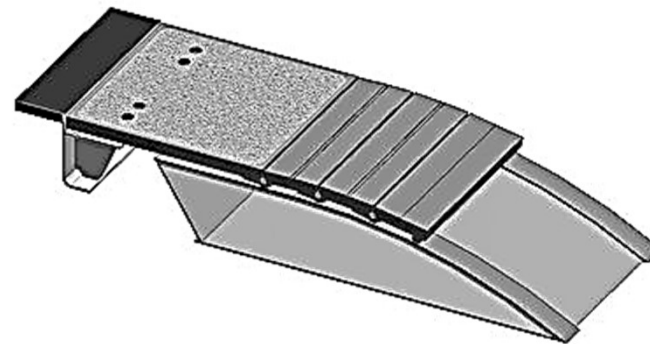
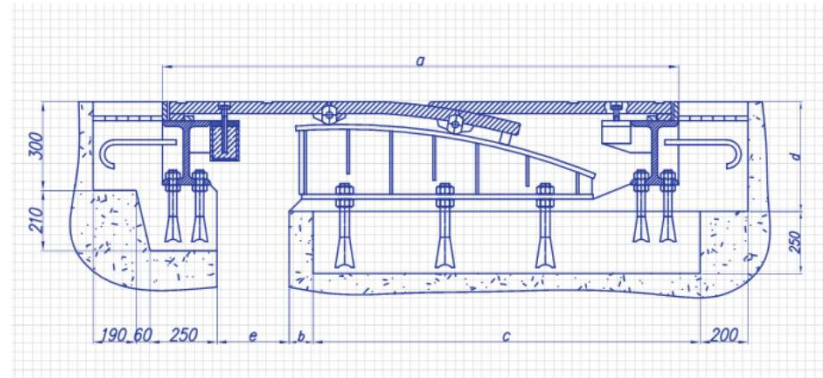
Ламелне/модулне дилатације

- Име су добиле због конфигурације која се састоји од серије стандардизованих јединица (модула), од којих свака може да прихвати помјерања и преко 75 mm
- Састоје се из серије челичних профила између којих се налазе гумени улошци
- Могу примити велика хоризонтална помјерања, до 2000 mm, као и помјерања и ротације у свим правцима
- Испоручују се као велике префабриковане системске јединице
- Одликује их водонепропусност, смањена бука и удобност приликом преласка, квалитет, дуг век трајања (>25 год.)



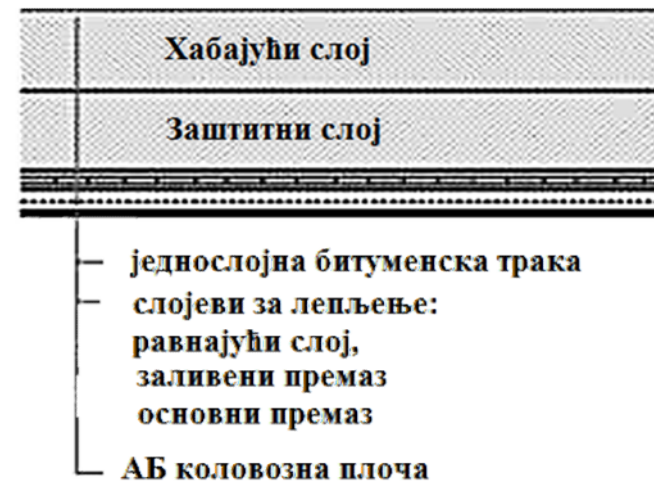
Дилатације за велика померања

- За велика померања се могу користити исти типови дилатација као и за средња померања али већих димензија. Код дилатација са међупрофилима (модулних) постоји и већи број профила.
- Постоје још и специјалне дилатације (приказана на слици) као што су рол дилатације које се састоје од клизне плоче која се при дилатирању увлачи у комору у оквиру конструкције моста.



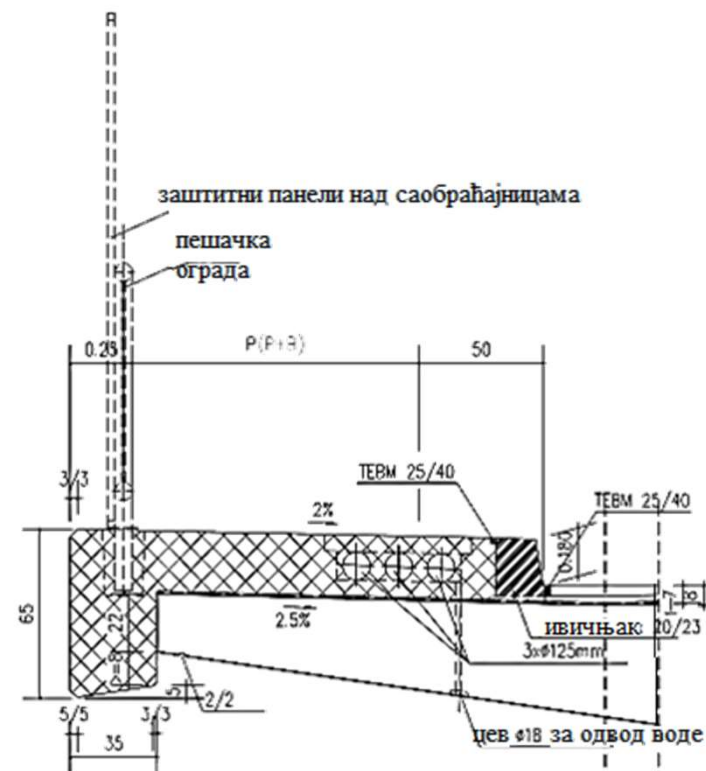
Хидроизолација и застор

- Данас се за излолацију користе битуменске траке које се међусобно лепе врућим поступком.
- Посебно осетљива места су контакти коловиза са ивичњацима и око отвора за сливнике,
- Асвалтне мешавине за застор се наносе у два слоја: заштитни слој (између 2,5 и 5 цм дебљине од ливеног асфалта) и хабајући слој – (4-7 цм од асфалт бетона)

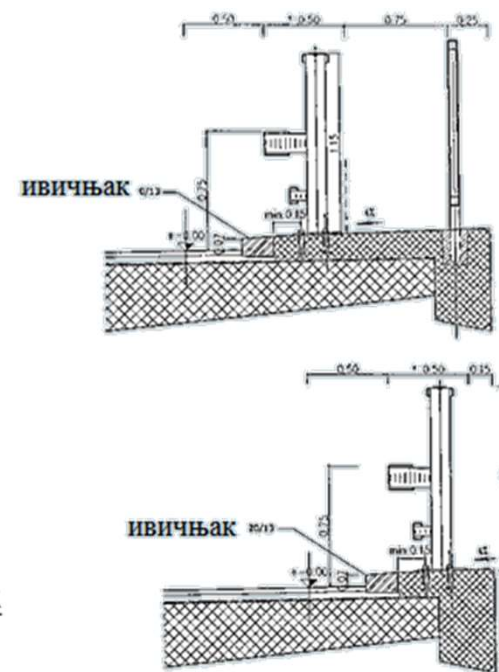
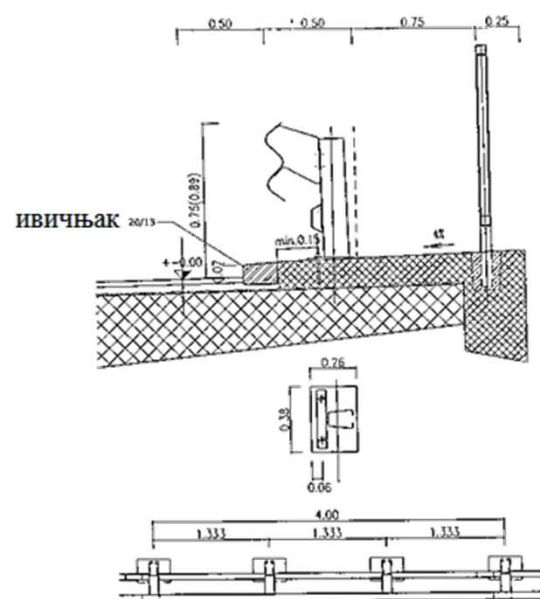
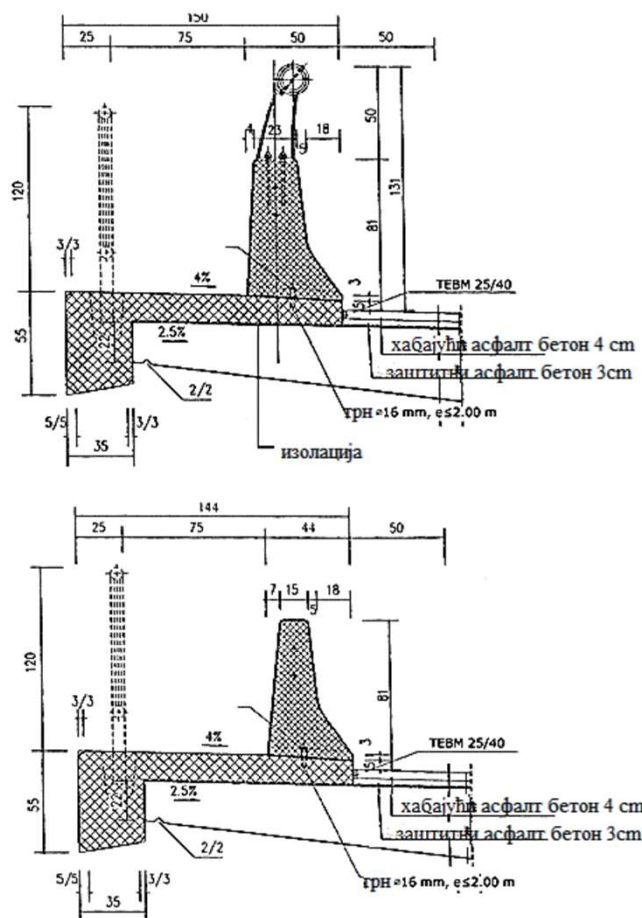


Пешачке/ревизионе стазе - елементи

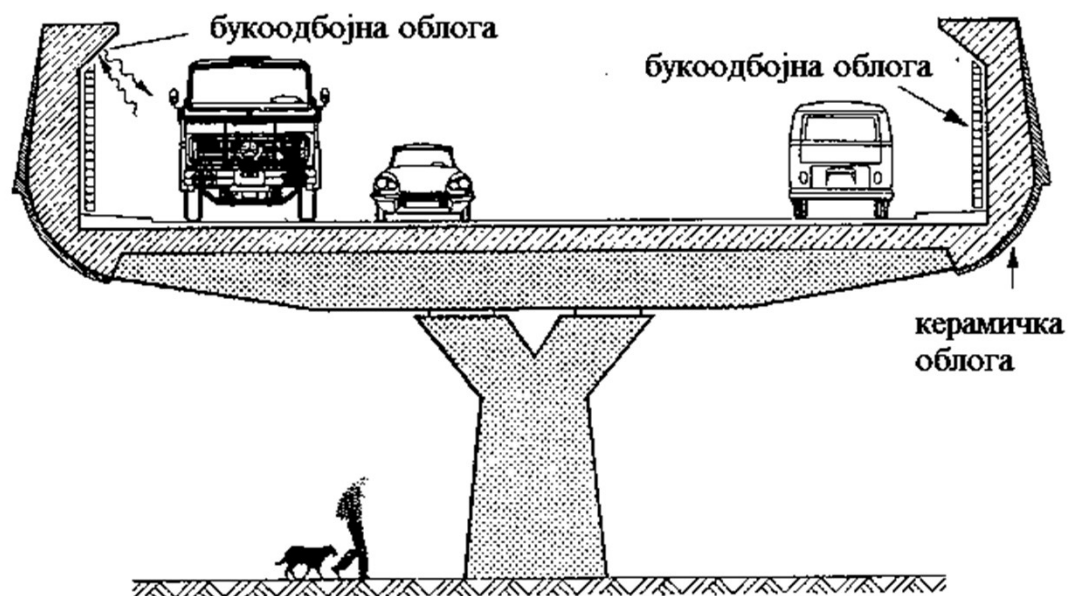
- Рубни венац – завршни елемент пешачке стазе на крају конзолног препуста коловозне плоче – висина 50-65цм ширина 25-35цм (усидрење пешачке обраде и естетески – изравњање ивица конзоле),
- Ходник – издигнута површина за службена лица, пешаке и бициклисте
- Венац и ходник се углавном изводе монолитно након извођења коловозне плоче.
- Ивичњак – углавном од еруптивног камена, висина зависно од начина одвајања пешачке стазе (са или без заштитне оgrade).
- Пешачке оgrade – на рубном венцу – штите пешаке и бициклисте од пада са моста
- Бетонска или челична заштитна ограда штити возила од пада са моста или прелаза на супротни коловоз или ходник.
- На слици је приказано решење пешачке стазе на мосту за путеве брзине до 50km/h. У овом случају је денивелација пешачке стазе 18-20цм и нема заштитне оgrade која спречава прелаз возила на ходник.
- Решења за мостове на путевима са већим брзинама приказана су на следећем слајду заједно са могућим решењима заштитних оgrade.



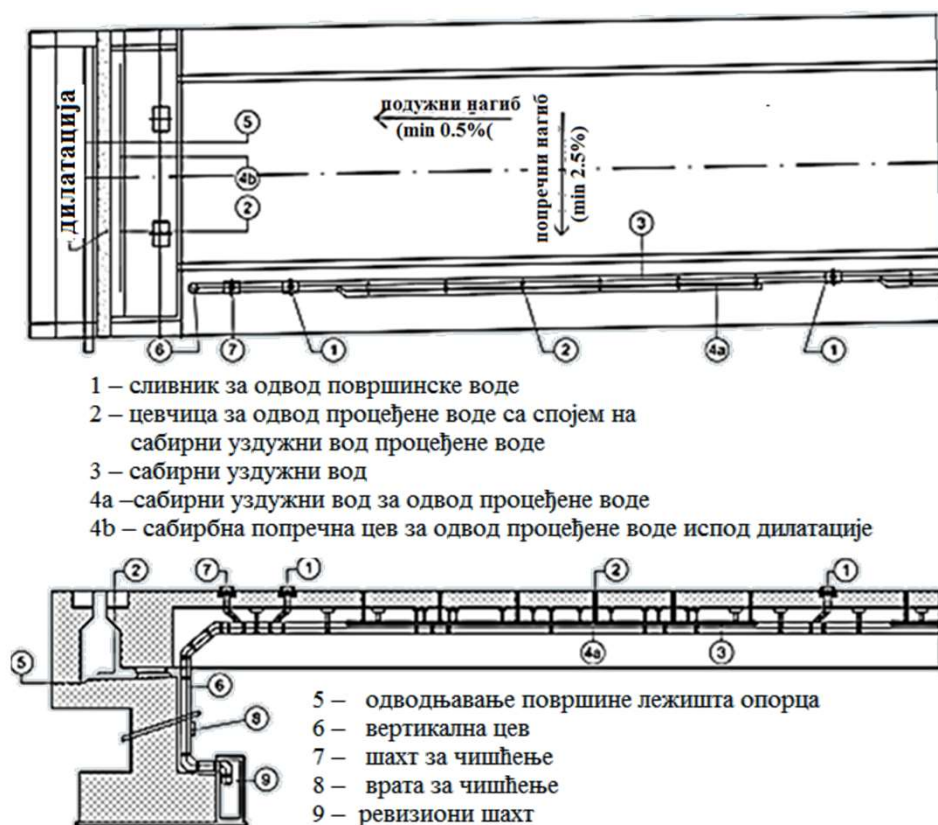
Примери заштитних ограда



Заштита од буке



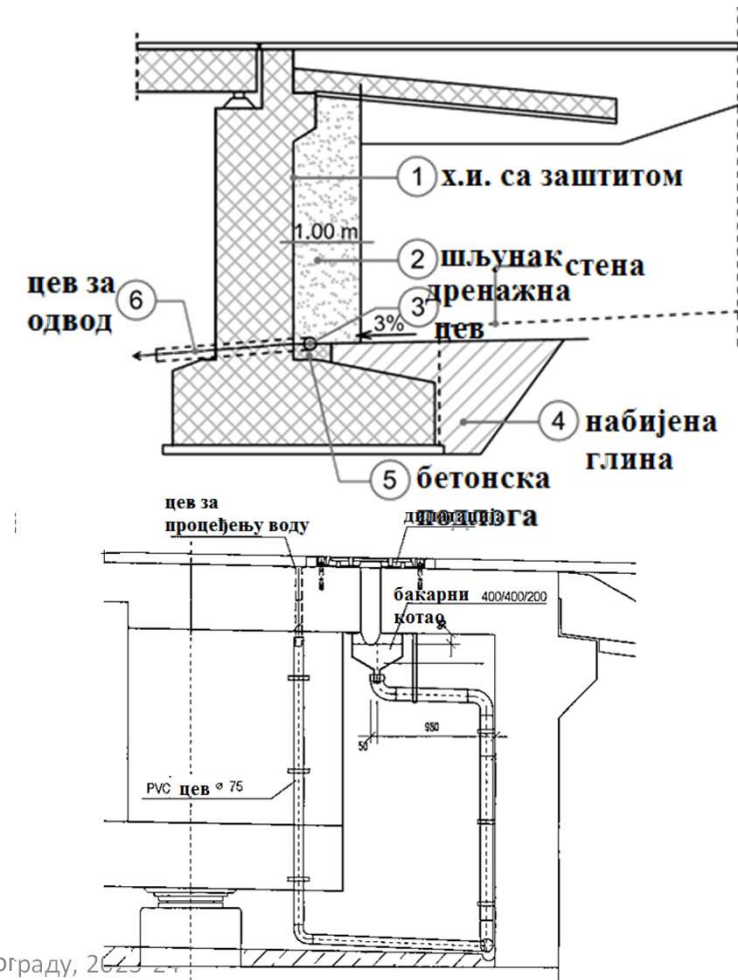
Дренажни систем



- Дренажни систем може бити отвореног типа (на мостовима нижег ранга који не премошћују саобраћајнице, пловне реке или насеља) или затвореног као што је приказан на слици.
- Основни елементи код оба типа су сливници. Код затвореног типа постоји и систем канализационих цеви са прикључцима за шахтове.
- Код отвореног типа одводну цев из сливника треба поставити тако да вода не прска конструкцију. Такође је потребно да ове цеви не буду близу стубова како их вода не би угрожавала, што значи да сливнике није пожељно постављати у близини стубова.
- Уколико постоје редовни прегледи могуће је уздужне водове за одвод воде поставити унутара сандука коловозне конструкције. У том случају оствљају се отвори за вентилацију сандука у ребрима као и отвори у оњој плочи ради одвођења инцидентне воде.
- На наредној слајду приказани су неки примери елемената дренажног система у попречном пресеку моста. Приказана је област прскања у случају отвореног дренажног система.

Дренажа код опорца

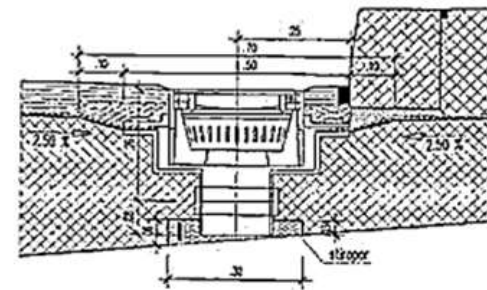
- Да би се елиминисала појава хидростатичког притиска на зид и крила крајњих стубова, те да би се спречило продирање површинске воде у насип иза крајњих стубова, потребно је да се предвиди филтерски слој од шљунковитог материјала дебљине 1,0 м дуж читаве висине зида крајњих стубова.
- Код примене водопрпусних чешљастих или других водопрпусних дилатацијоних спојница које имају уграђен бакарни канал потребно је извести одводњавање тога канала. Код дилатација на нижој страни моста, испред дилатацијоних спојница се скупља процедурну вода коју треба каналисано одвести у сабирну цев



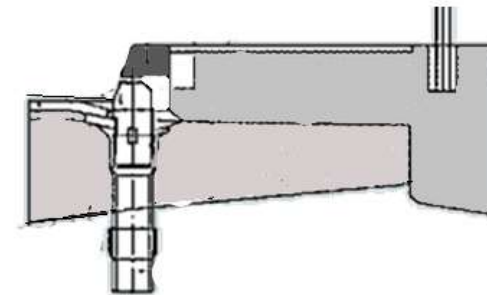
Сливници

- Уграђују се на ивици коловоза
- Број и размак према хидрауличком прорачуну
- Код класичних сливника доњи део је убетониран током извођења коловозне плоче.
- Вертикални сливници у оквиру ивичњака имају погодности јер не ометају саобраћај али имају мањи уливни профил па их је потребно више од класичних сливника (на маљим размацама од хоризонталних сливника).

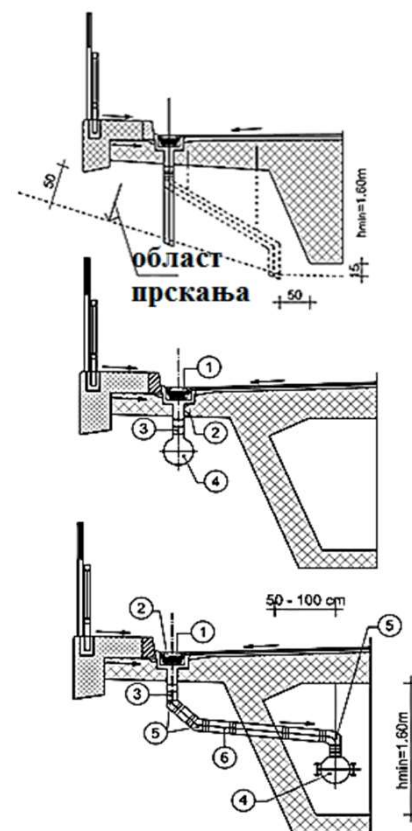
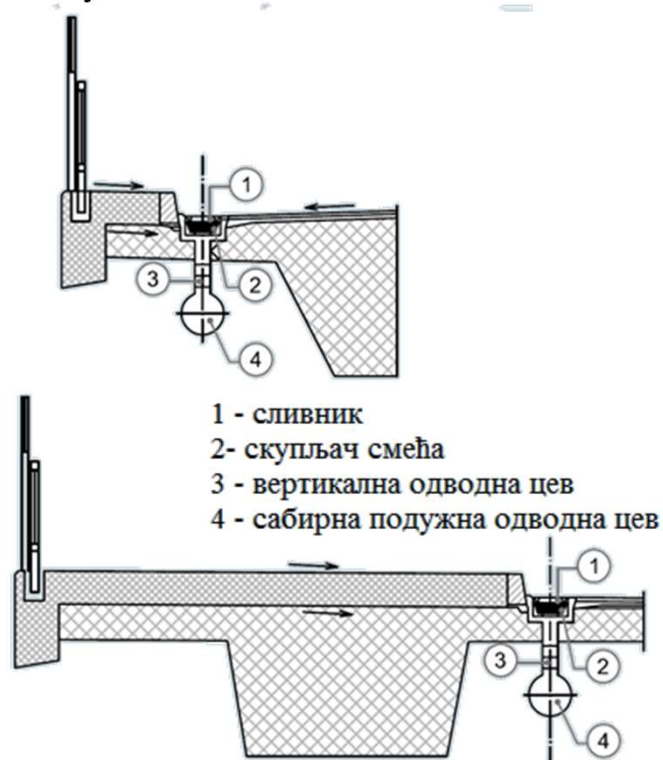
Хоризонтални сливник



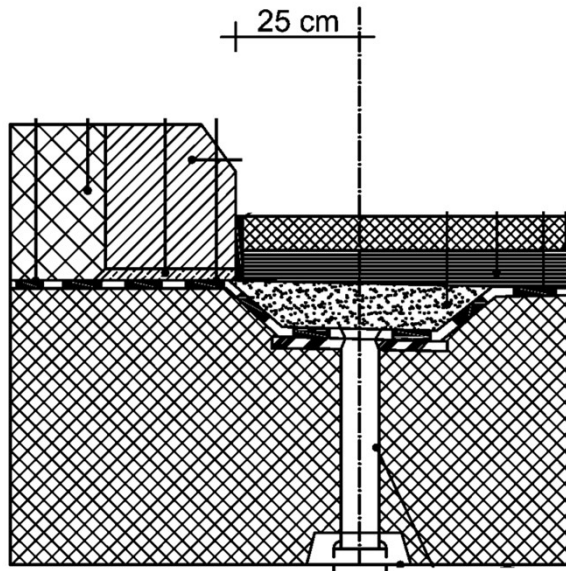
Вертикални сливник



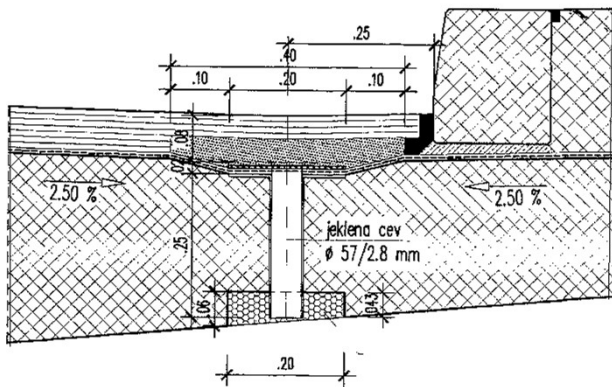
Елементи дренажног система у попречном пресеку



Процеђена вода и прозрачавање



Једна
процедна цев
на 15-25 m²
површине
коловоза

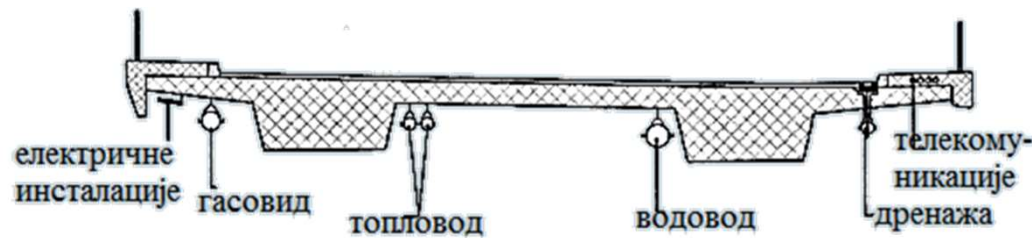


Инсталације

- Два типа (побројане су могуће али наравно да не постоје све на једном мосту):
 - У функцији комуналне инфраструктуре:
 - Инсталације у функцији саобраћаја, моста и пута:
- Комуналне инсталације се преко моста воде само онда када су друге могућности из техничких или економских разлога неприхватљиве.

Инсталације водовода и канализације се унутар сансучастих пресека који су проходни вешају на горњуплочу или полажу на доњу плочу. Обавезно треба предвидети отвор за директно истицање воде у случају квара или хаварије цевовода. Водоводе и цевоводе треба обложити заштитним цевима и на одговарајући начин топлотно заштитити. Цеви не смеју да се чврсто вежу за конструкцију, док се на одређеним местима причвршћују у циљу спречавања померања која могу да настану због утицаја саобраћајног оптерећења. Светли размак између инсталација и конструктивних елемената мора да буде минимално два пречника цеви. У подручју дилатацијоних спојница мостова дилатирају се цеви за инсталације. Превозиће нафтовода преко мостова није дозвољено. Боље је предвидети посебан објекат преко кога ће прећи нафтовод и савладати препреку.

Ако се на мосту налазе инсталације које захтевају електричну енергију, онда морају да се уземље сви метални делови моста. Метална ограда на мосту на коме нема електричних инсталација мора да се уземљи због могућности удара грома



Комуналне инсталације се постављају зависно од типа попречног пресека коловозне конструкције испод понзоле код плочастих пресека, између ребара код ребрастих пресека или унутар сандука код сандучастих пресека. Изузетно се електро и телекомуникациске инсталације могу поставити у ходник или ивични венац. Гасовод се због безбедности уграђује испод спољашње конзоле објекта. Електрична инсталација која напаја систем осветљења уграђује се у ходнике моста. У ходнику могу да се уграђују само цеви максималног пречника 110 мм.



Опрема за одржавање

- Ради редовних прегледа и одржавања мостова
- Током градње објекта на одређеним местима уграђују се репери који омогућавају геометријско праћење објекта у током извођења и експлоатације.
- Шупљи стубови који имају унутрашње димензије веће од 1,5 м морају да имају отвор за улаз са челичним вратима и бравом. На зид стуба уграђују се мердевине по читавој висини стуба.
- Код објеката који на опорцима имају комору треба омогућити прелаз из коморе у сандучасту конструкцију. Коловозне конструкције сандучастих преска без коморе морају да имају отвор у доњој плочи сандука у близини опорца ради уласка у сандук.
- За преглед коловозне конструкције са доње стране користе се специјална возила и нису у склопу стандардне опреме моста.
- На значајнијим мостовима је могуће поставити системе за мониторинг – непрекидно праћење, који се састоје од различитих сензора који се уграђују на критичним местима конструкције.

