



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГРАЂЕВИНАРСТВО ДИПЛОМСКЕ АКАДЕМСКЕ СТУДИЈЕ**

Modul: **КОНСТРУКЦИЈЕ**

Година/Семестар: **II година / III семестар**

Назив предмета (шифра): **БЕТОНСКИ МОСТОВИ (МЗК2БМ и МОК1БМ)**

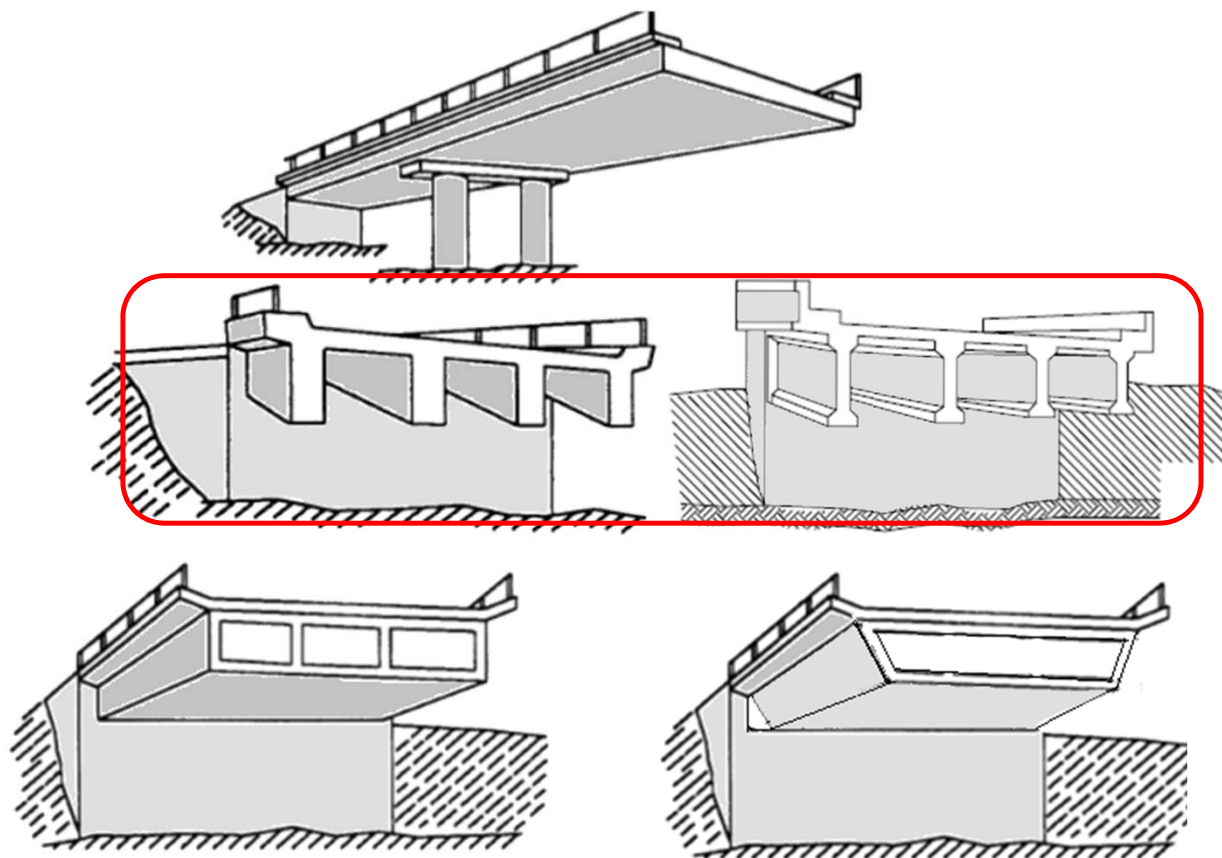
Наставник : **В. Проф. Др Снежана Машовић**
В. Проф. Др Иван Игњатовић

Наслов предавања: **Ребрасти попречни пресеци коловозне
конструкције бетонских мостова**

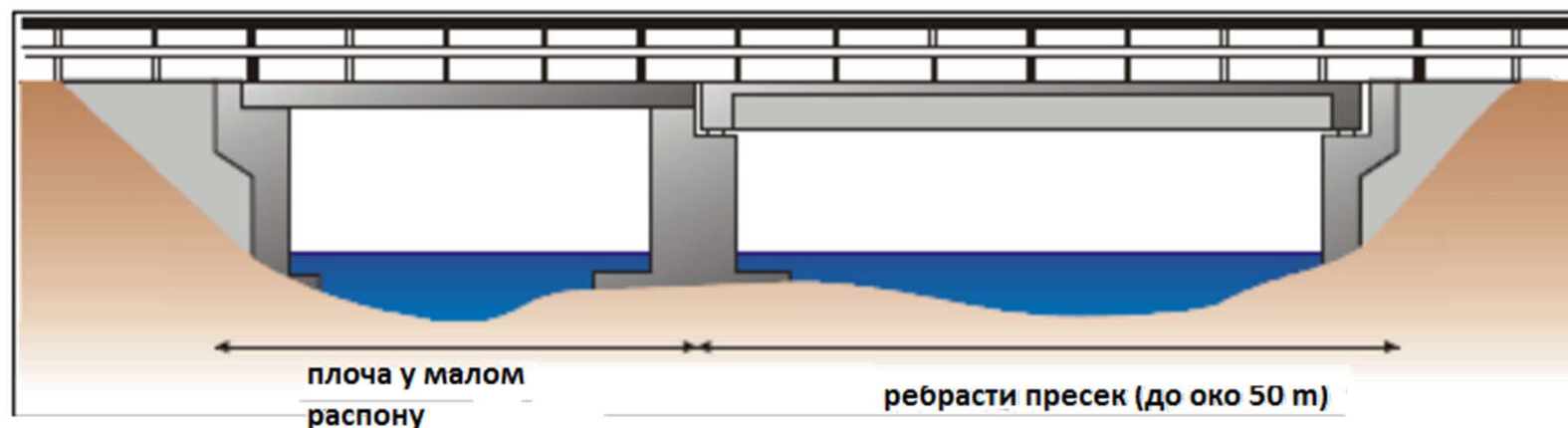
Датум : 08.12.2025.

Типови попречног пресека коловоне конструкције

- Избор типа попречног пресека зависи од :
 - Распона коловозне конструкције
 - Расположиве висине
 - Начина извођења
- Постоје:
 - Плочасти
 - Ребрасти
 - Сандучасти



Избор попречног пресека (распон)



Плочаста проста греда
АБ: $L_{\max} = 15,0 \text{ m}$
ПН: $L_{\max} = 25,0 \text{ m}$

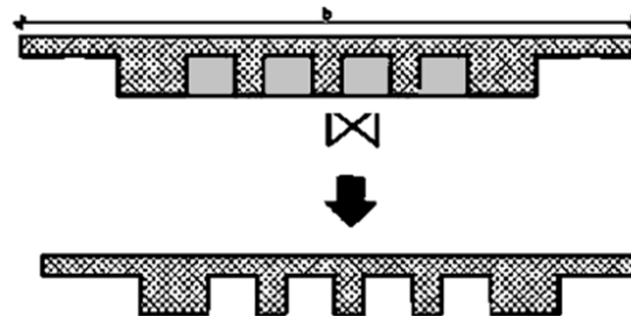


Ребраста проста греда
АБ: $L_{\max} = 25,0 \text{ m}$
ПН: $L_{\max} = 45,0 \text{ m}$

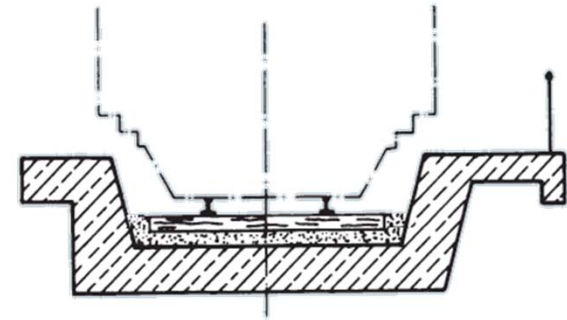
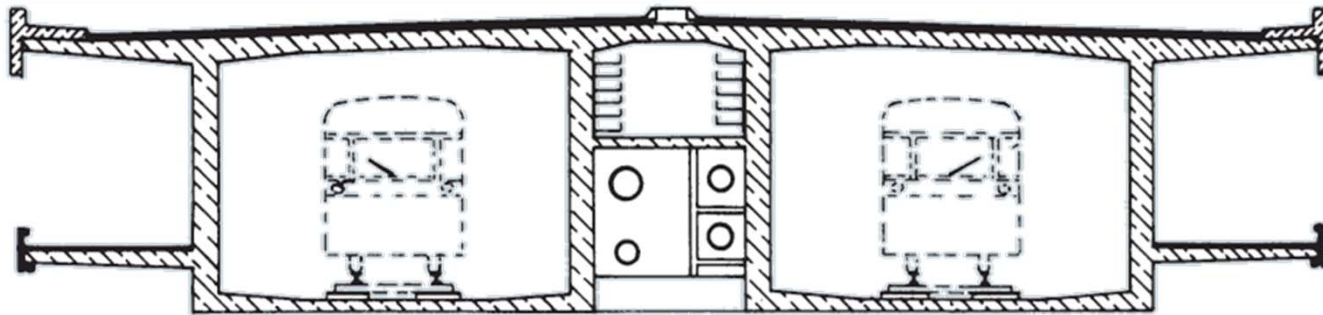
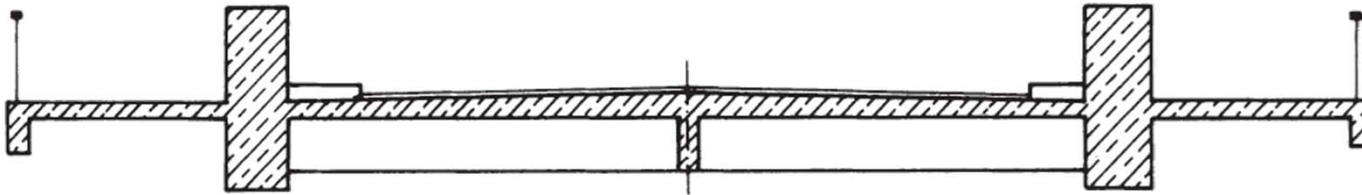
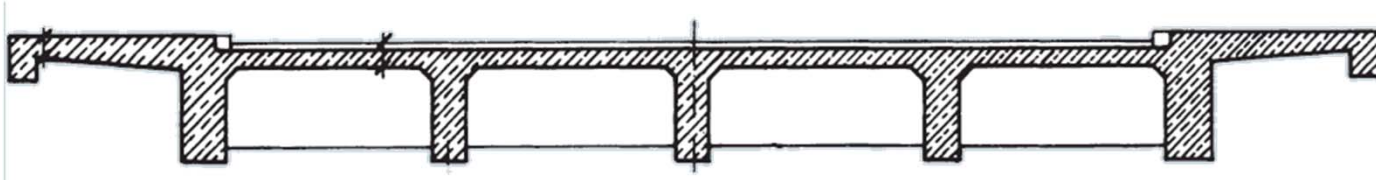


Развој ребрастих пресека

- Ребрасти пресеци се развијају из плочастих ради повећања ефикасности при већим распонима.
- Ребра (носачи – носе плочу) служе за повећење крака унутрашњих сила у пресеку.
- Број ребара 1-~ 10 зависи од:
 - намене моста,
 - ширине моста,
 - расположиве г. висине,
 - начина извођења



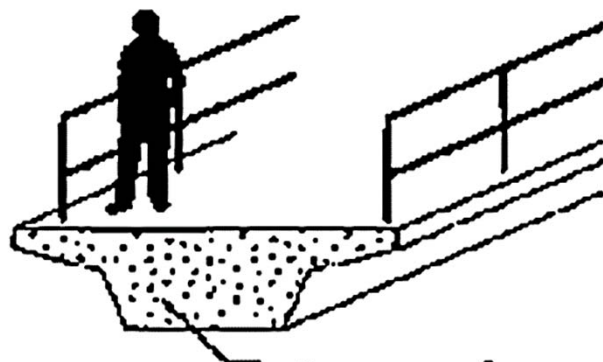
Положај коловозне плоче



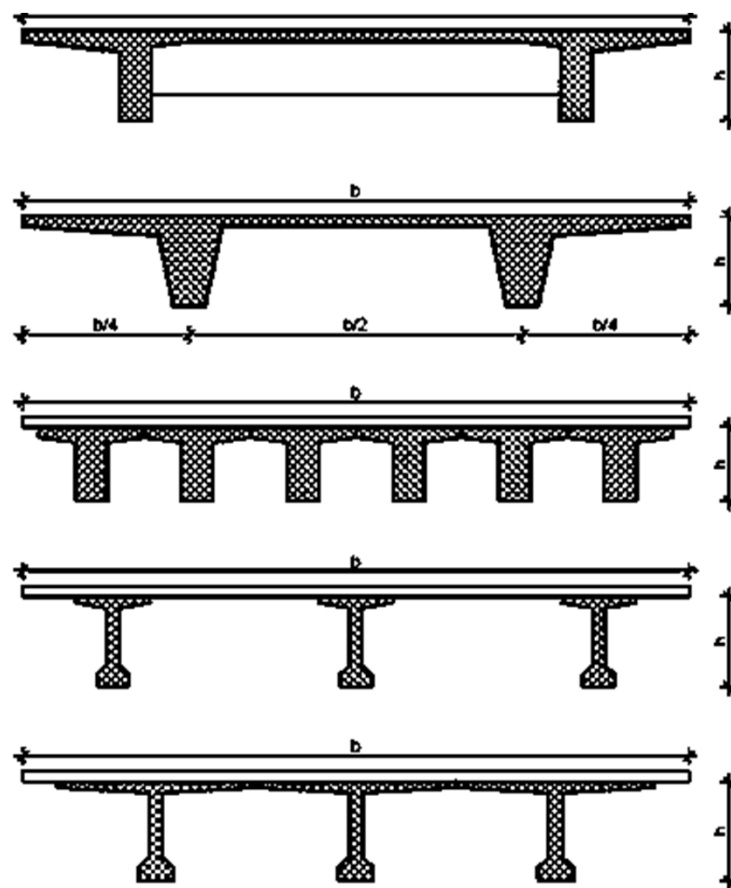
Основни делови ребрастих пресека

- Два основна елемента:
 - Коловозна плоча:
 - Попречно - као плоча преноси оптерећење од своје тежине и саобраћаја на ребра пресека;
 - Подужно:
 - Део пресека при подужном савијању (фланша Т/спрегнутог пресека);
 - Део пресека при поречном савијању (ребро).
 - Ребро / префабриковани носач:
 - Подужно - греда која преноси оптерећење са коловозне плоче на ослонце (савијање и торзија);
 - Попречно – део попречног рама за савијање око вертикалне осе (фланша).

Број ребара – главних носача коловозне конструкције

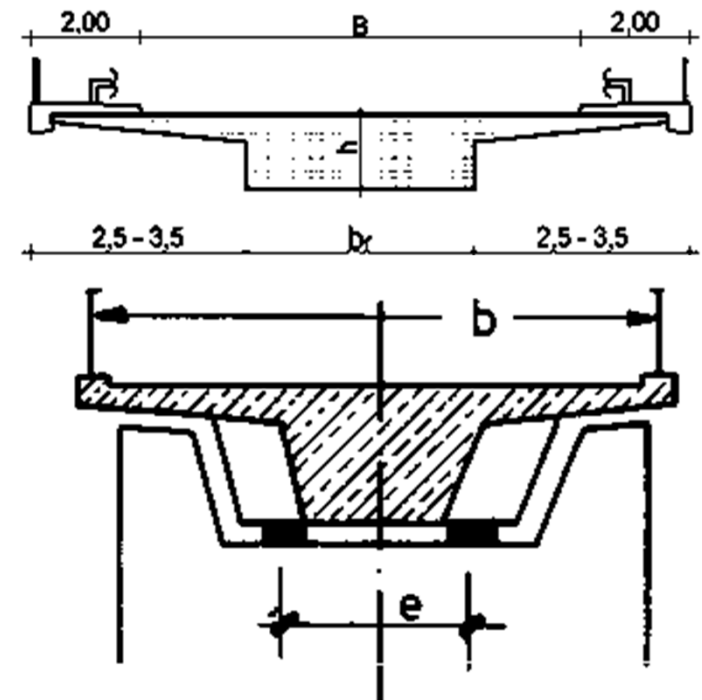


Једно ребро - узан мост

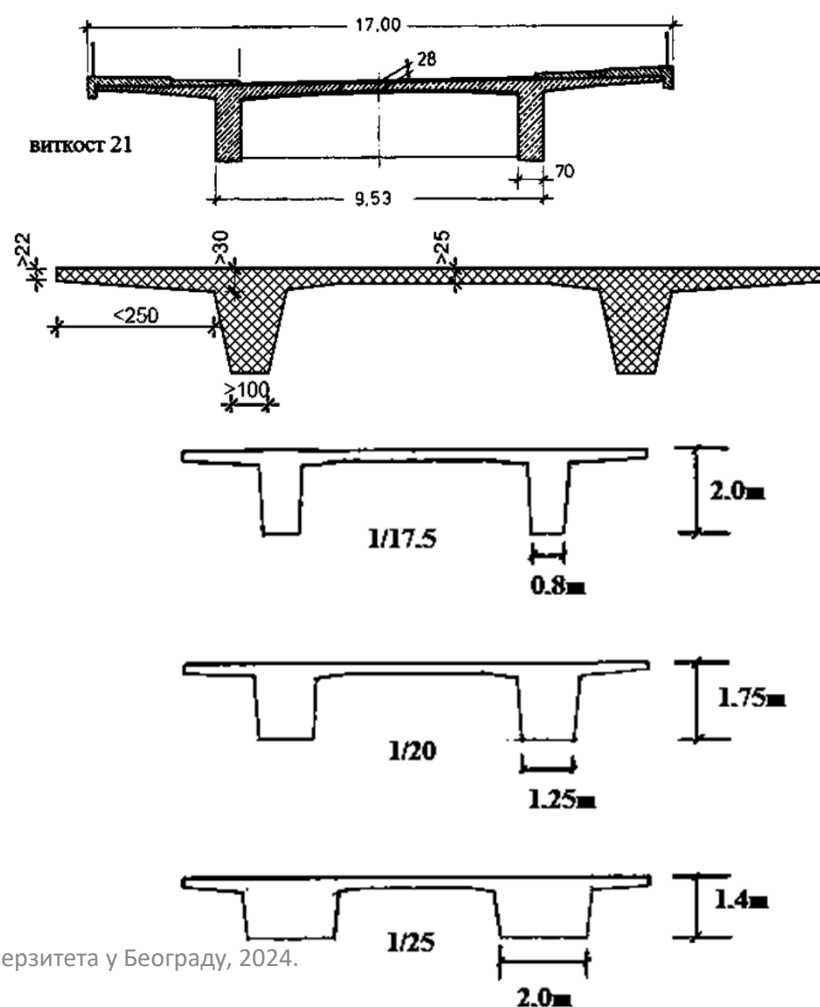
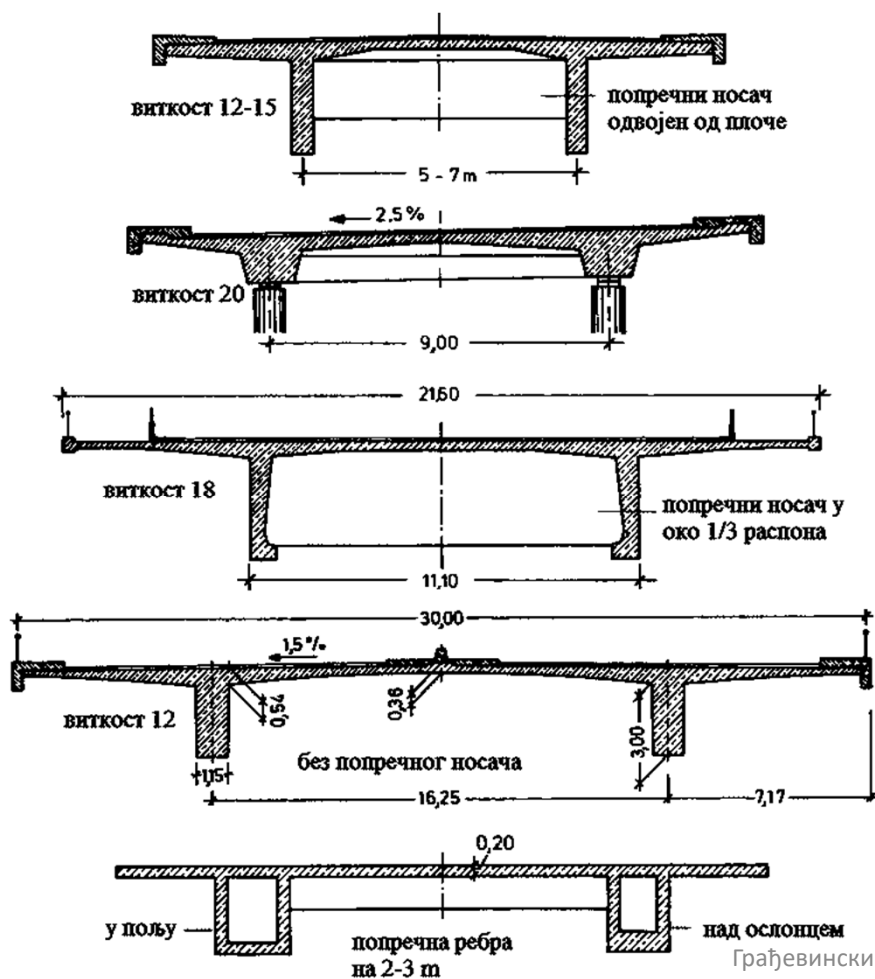


Пресеци са једним главним носачем

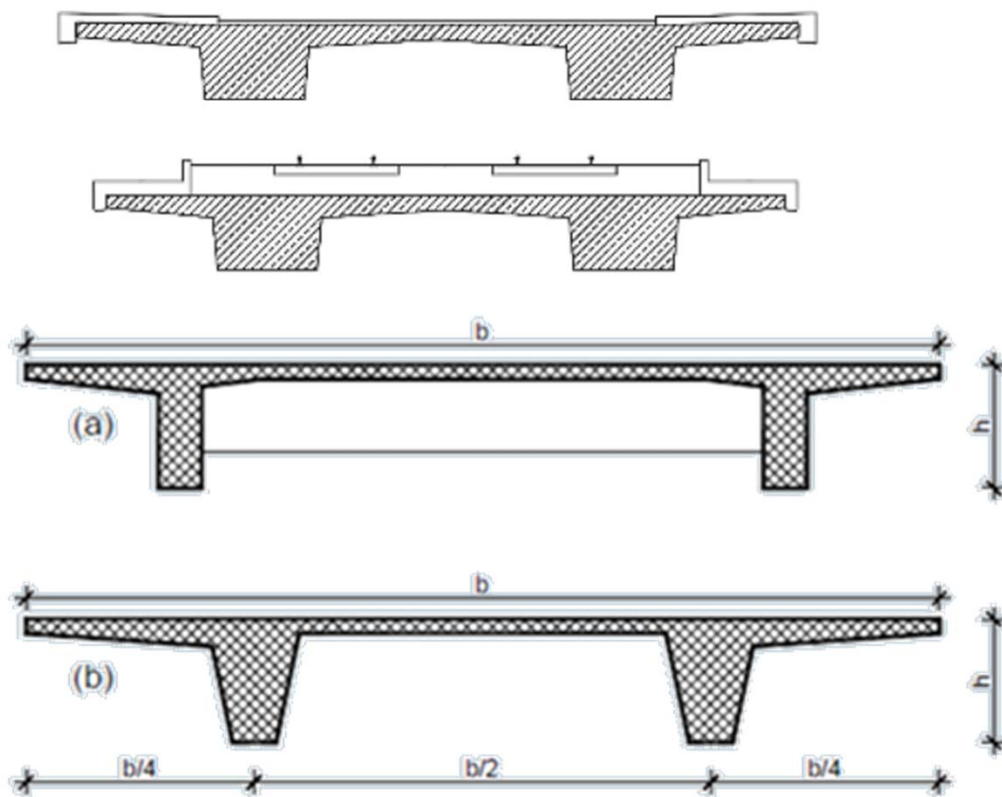
- Веома слични почастим мостовима са наглашеним конзолама
- Ребро оптерећено торзијом – веома широко
- Обавезно попречни носач на ослонцима



Пресеци са два ребра (главна носача)

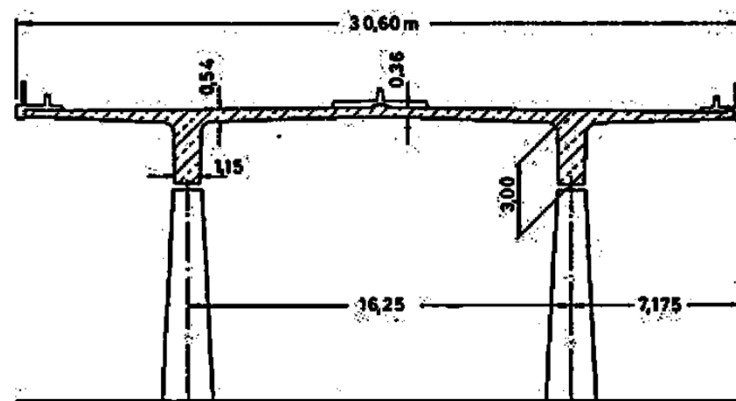
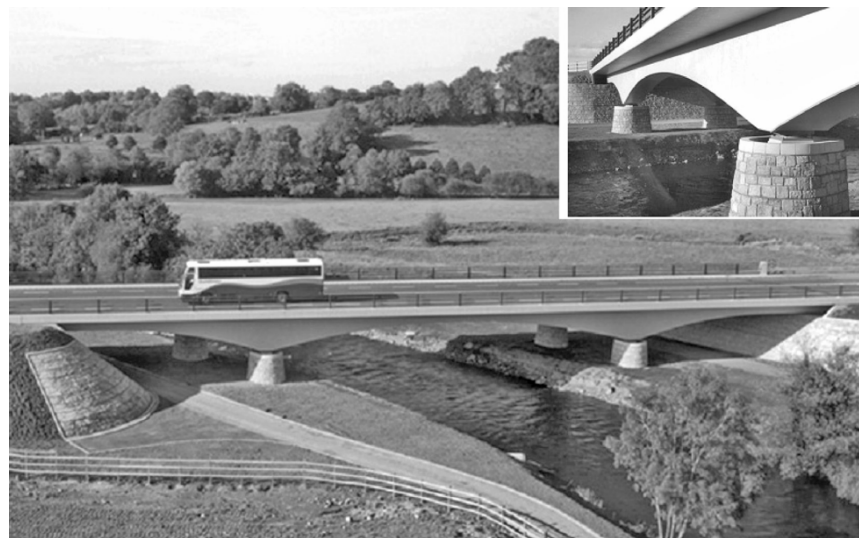


Попречни пресеци са два главна носача



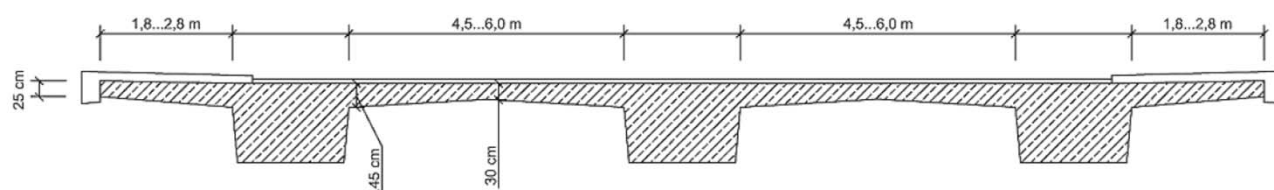
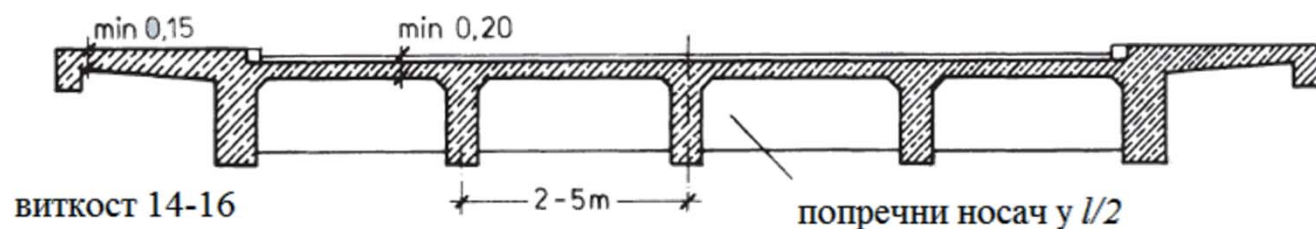
АБ		ПН	
распон [m]	конст. висина h [m]	распон [m]	конст. висина h [m]
(a)			
10-30	$\frac{1}{10-15}$	—	—
(b)			
10-30	$\frac{1}{10-15}$	25-45	$\frac{1}{15-20}$

Примери мостова са два главна носача

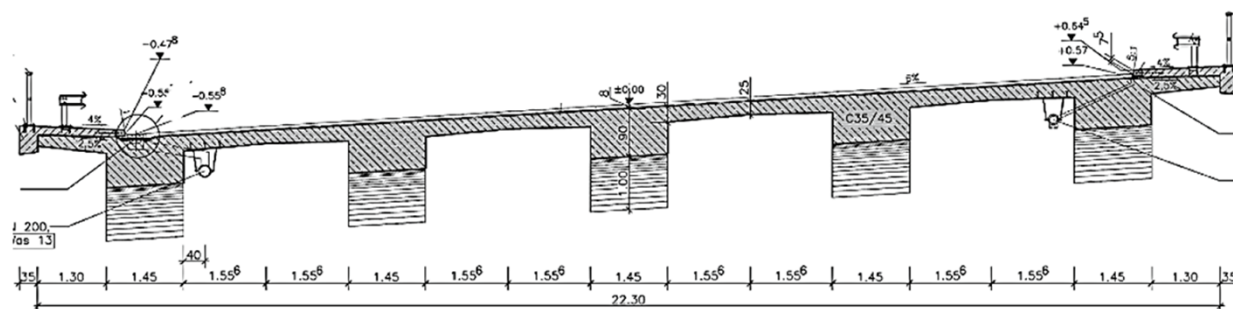


Претходно напрегнути без попречних носача

Пресеци са више ребра (монолитни)



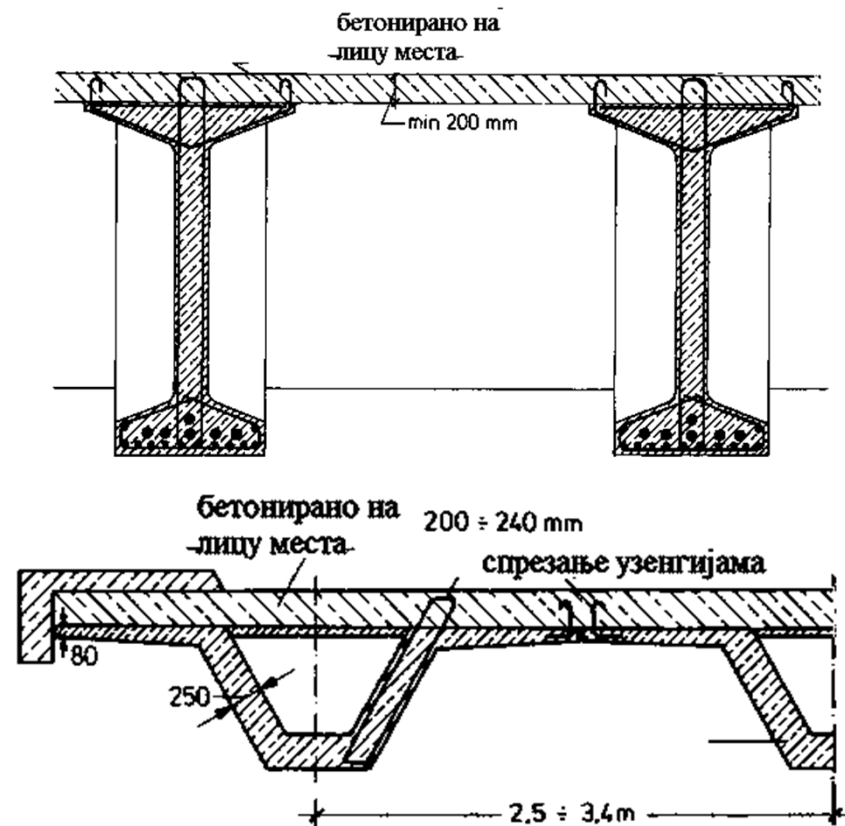
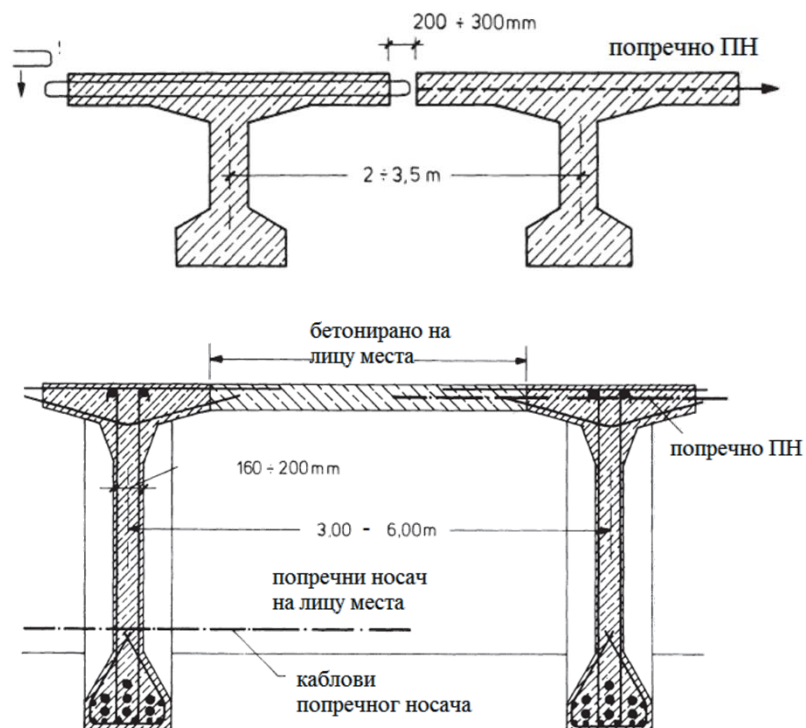
Континуална греда од преднапрегнутог бетона распона до око $L = 50$ m, Виткост око $L / 20$ до $L / 22$ ($L = 27,5 - 39,0 - 39,0 - 27,5$ m)



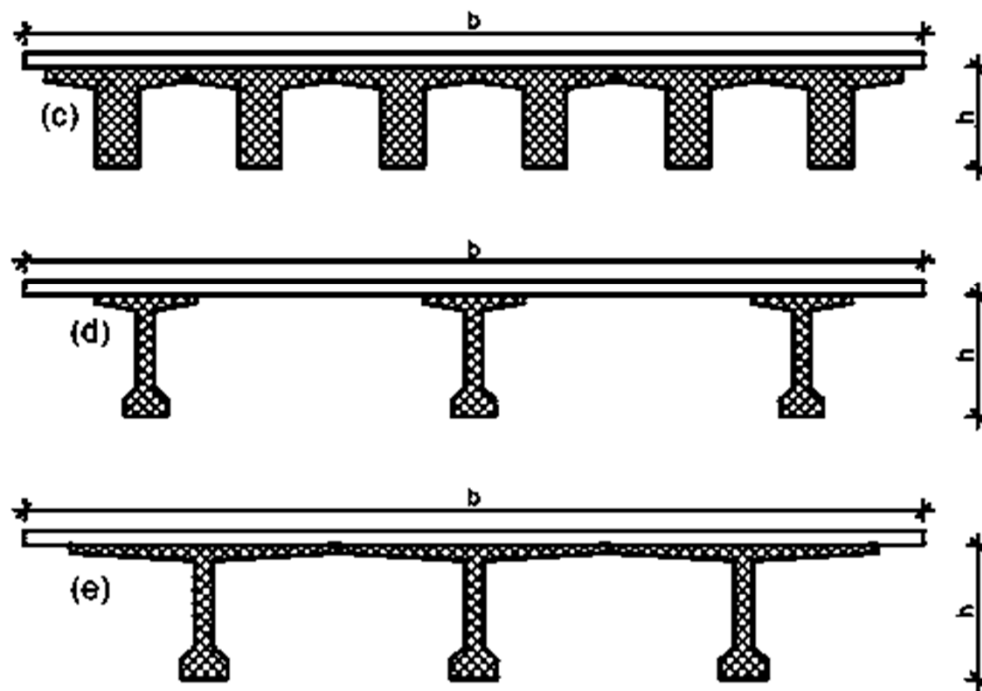
Рамовски носач, висина претходно напрегнутих ребра промењива 90 – 190 cm.

Распон подужног рама око 30 m.

Развој префабрикованих носача



Савремени префабриковани носачи



ПН	
распон [m]	конст. висина h [m]
(c)	
15-25	$\frac{1}{10 - 25}$
(d)	
25-45	$\frac{1}{15 - 25}$
(e)	
25-45	$\frac{1}{15 - 25}$

Употреба префабрикованих носача

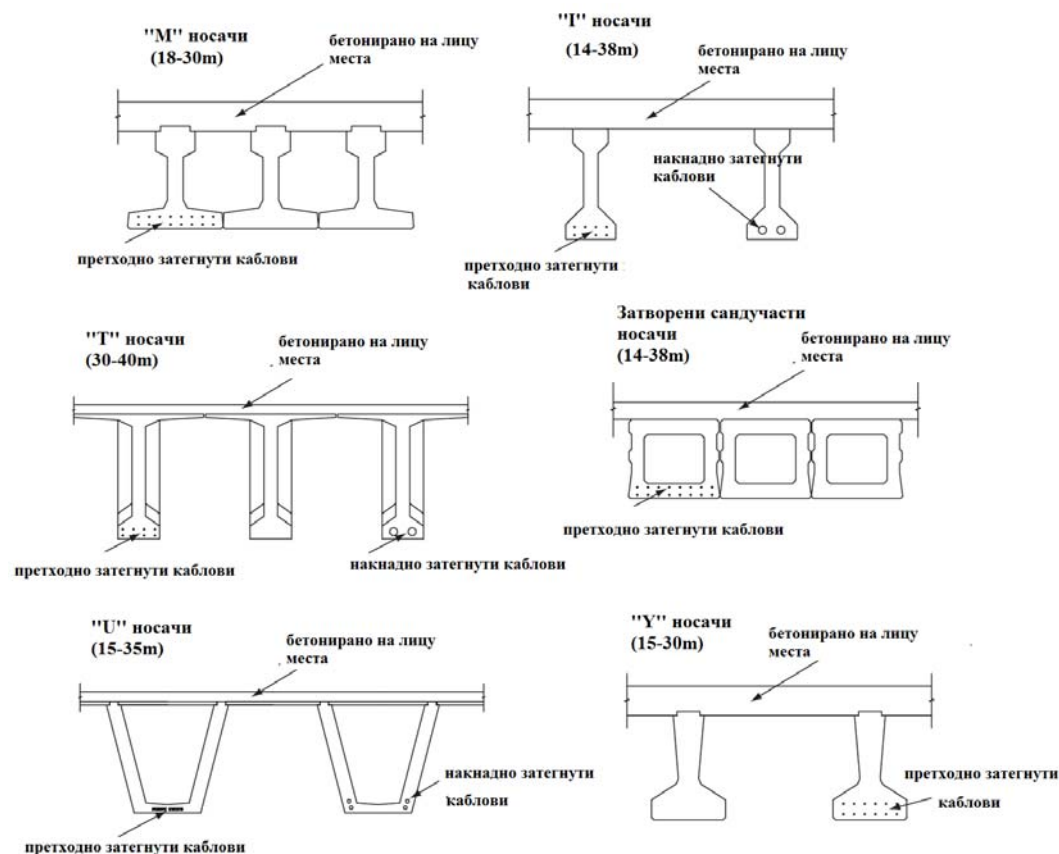


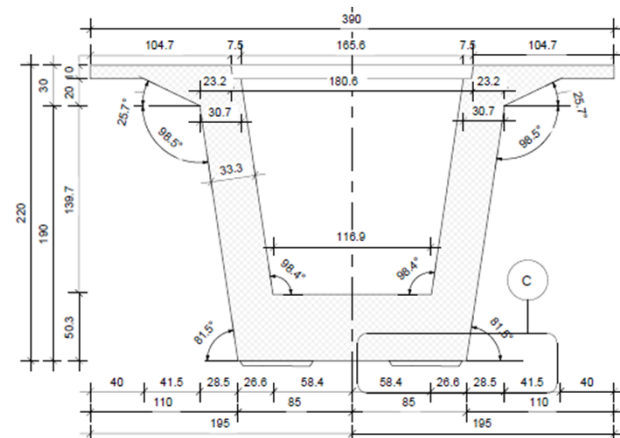


Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Типизирани пресеци префабрикованих греда

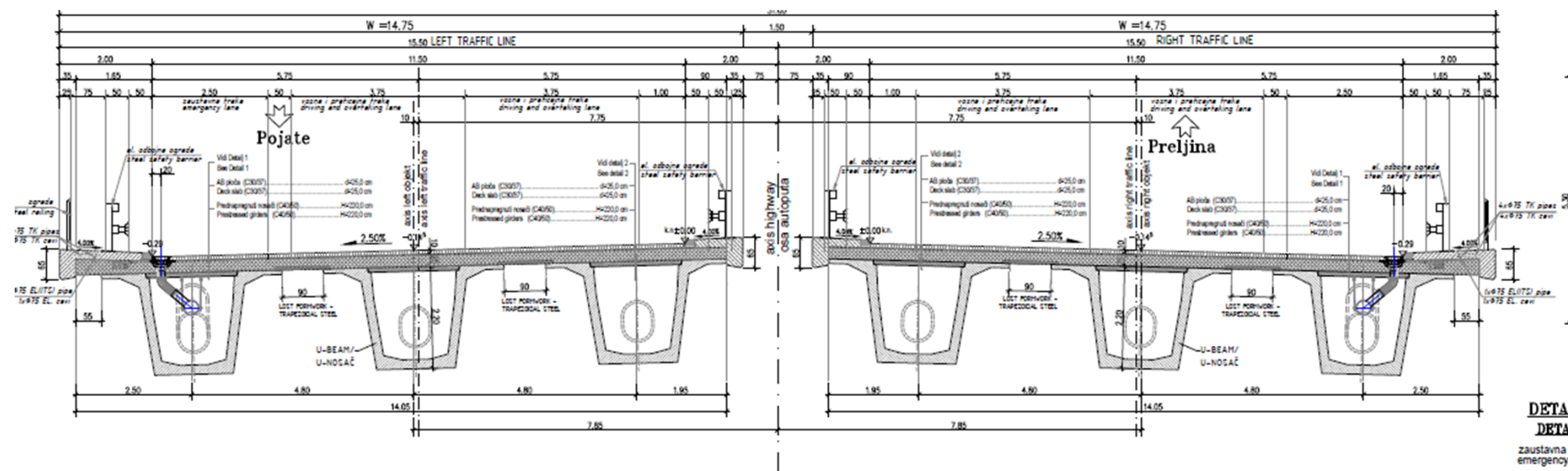
- У неким земљама, где постоји стална производња префабрикованих носача, развијени су стандардни пресеци префабрикованих греда.
- У УК, 'М', 'У' и 'SY' носачи се најчешће користе, као и 'инверзан Т', 'затворени сандучаст' и 'U' пресек.
- У USA се користе широко размакнути 'I' носачи или 'bulb T', којима се могу достићи распони и до 50m.
- У Аустралији се користе 'I', 'U', 'T' и 'super T' носачи. 'Super T' се обликује слично као дубока 'U' греда али са бочним конзолама према спољњој страни.
- У југоисточној Европи, почињу да се примењују од 1980. Али се носачи пројектују за сваки поједини пројект моста.





Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Пример моста са U носачима



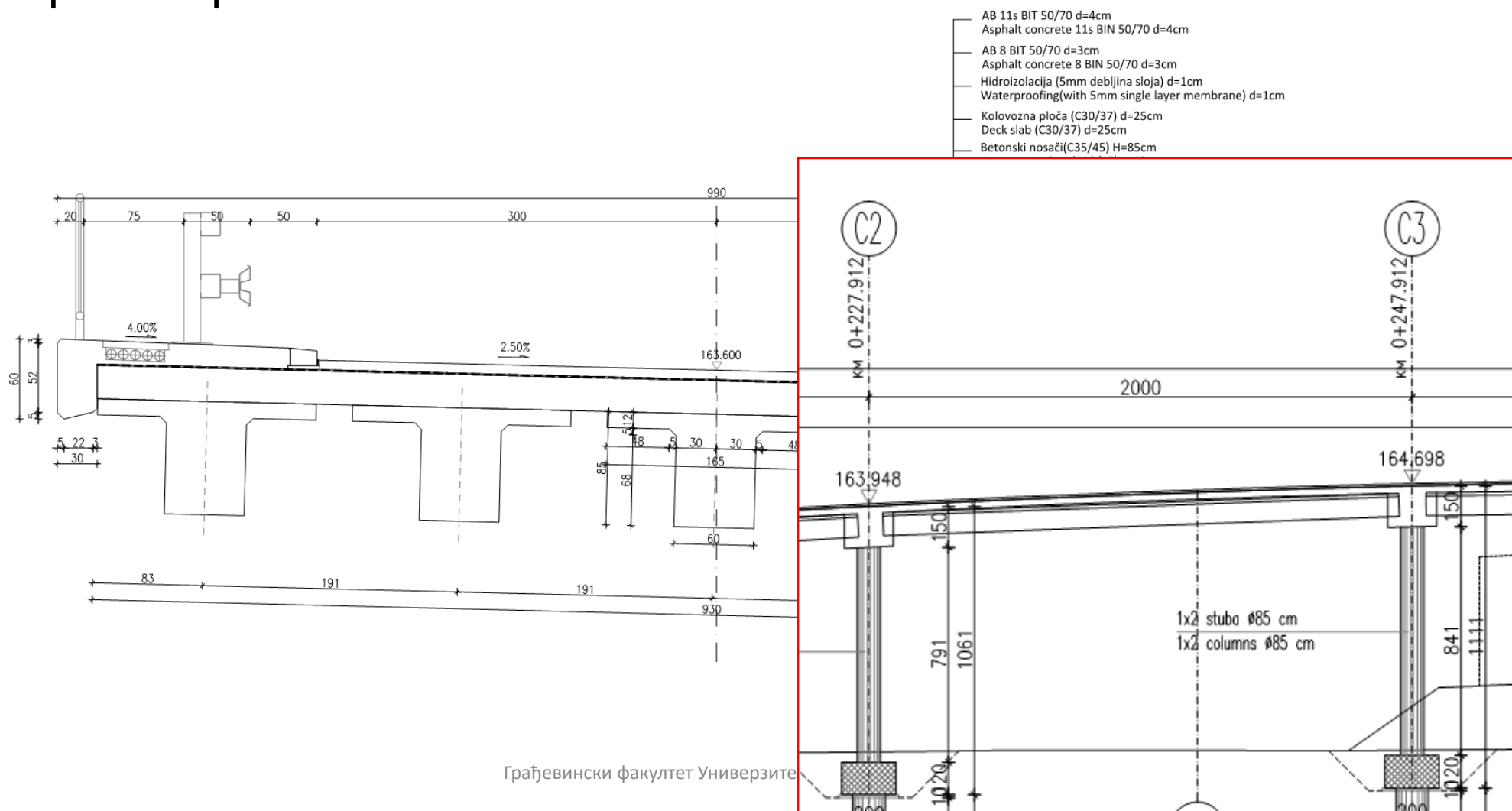
U-префабриковани носачи су намењени за мостове распона до око 45 m. Однос висине и распона је нешто мањи него код T или I носача.

Код простих греда виткост је око 1/20, док је за континуалне греде виткост 1/22

Ипак због тежине носача најчешће се користе за распоне између 30 и 36 m

У примеру су носачи висине 2.2 m, а дужине носача 37 m

Пример моста са Т носачима

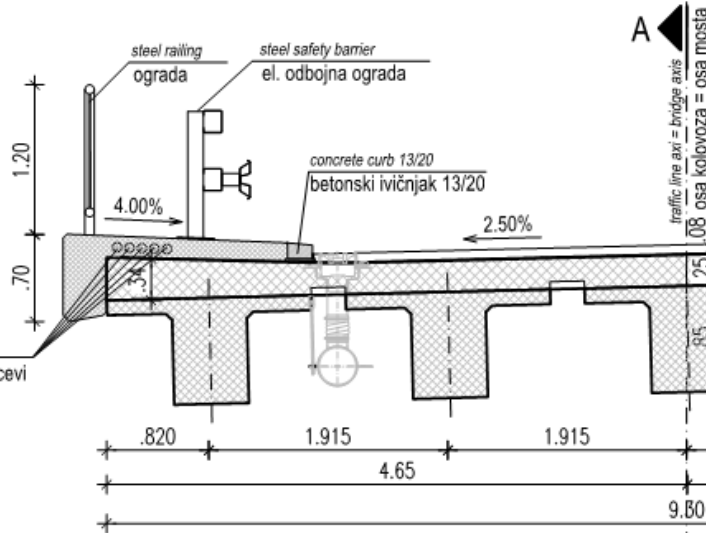
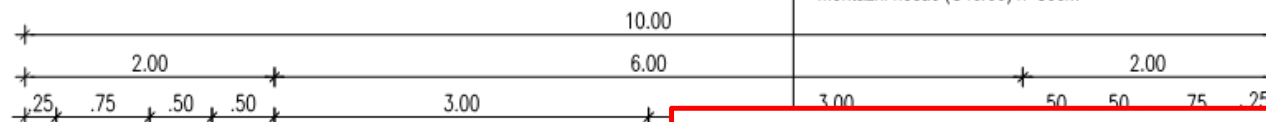


KARAKTERISTIČNI POPREČNI PRESEK

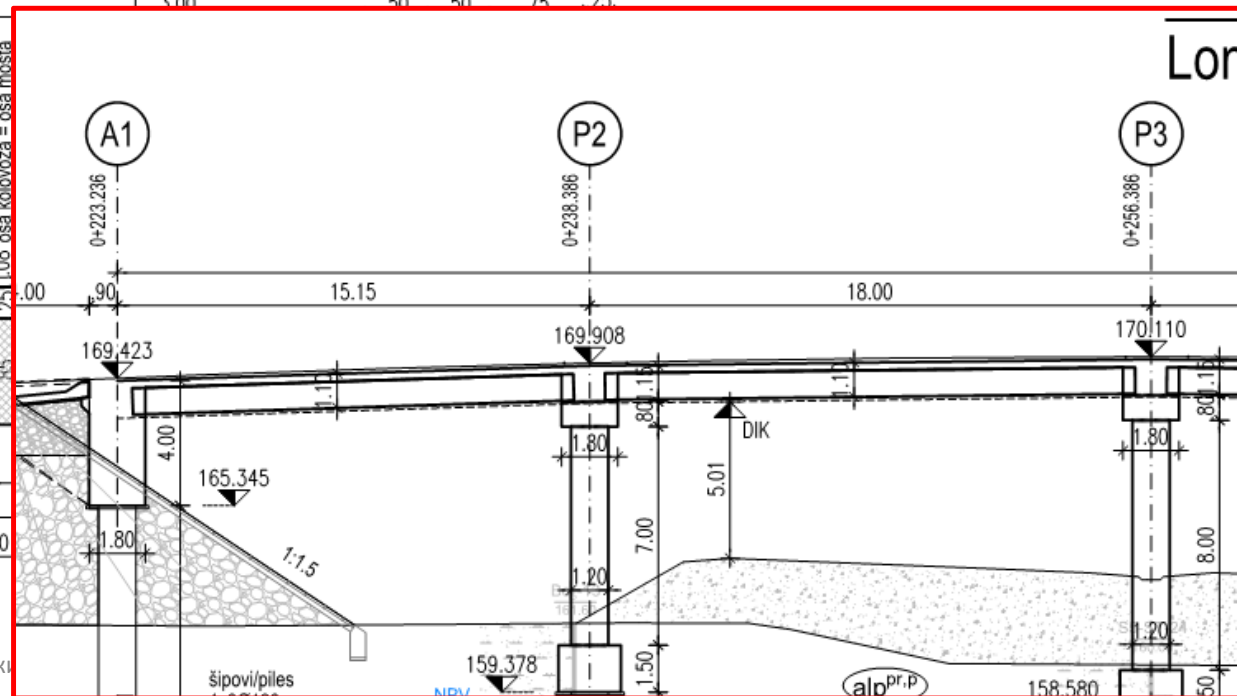
TYPICAL CROSS SECTION

R/SC 1:50

Asphalt concrete 11s(BIT 50/70), dvar.=4-9cm
 AB11s (BIT 50/70), dvar.=4-9cm
 Asphalt concrete 8 (BIT 50/70), d=3cm
 AB8 (BIT 50/70), d=3cm
 Waterproofing system (with 5mm single layer membrane) - 1,0 cm
 Hidroizolacioni sistem (5mm debljina sloja) - 1,0 cm
 Deck slab (C30/37) dmin.=25 cm
 Kolovozna ploča (C30/37) dmin.=25 cm
 Precast girder (C40/50) h=85cm
 Montažni nosač (C40/50) h=85cm



A
 traffic line axis = bridge axis
 08. osa kolovoza = osa mosta



Грађевински

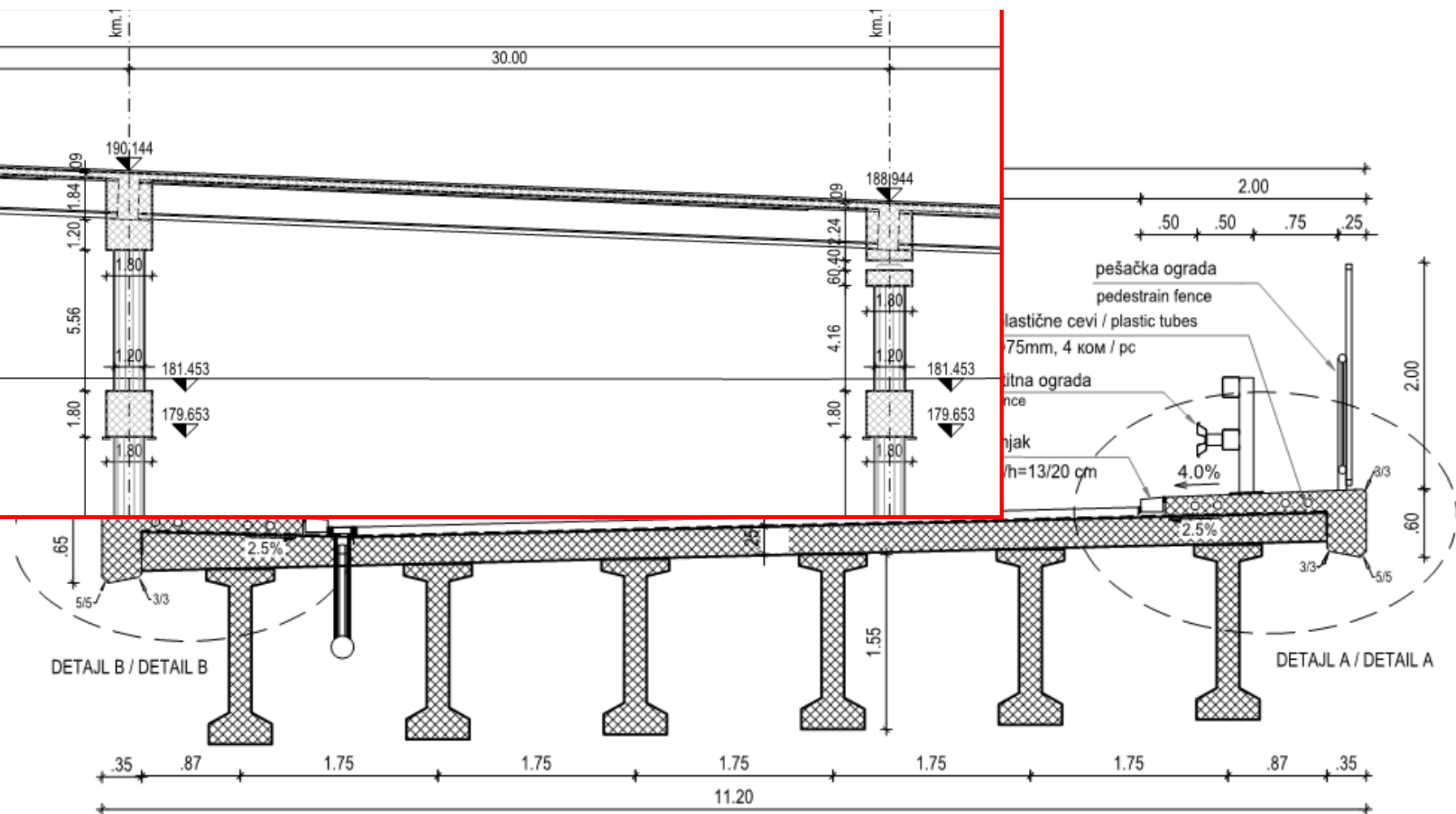
šipovi/piles

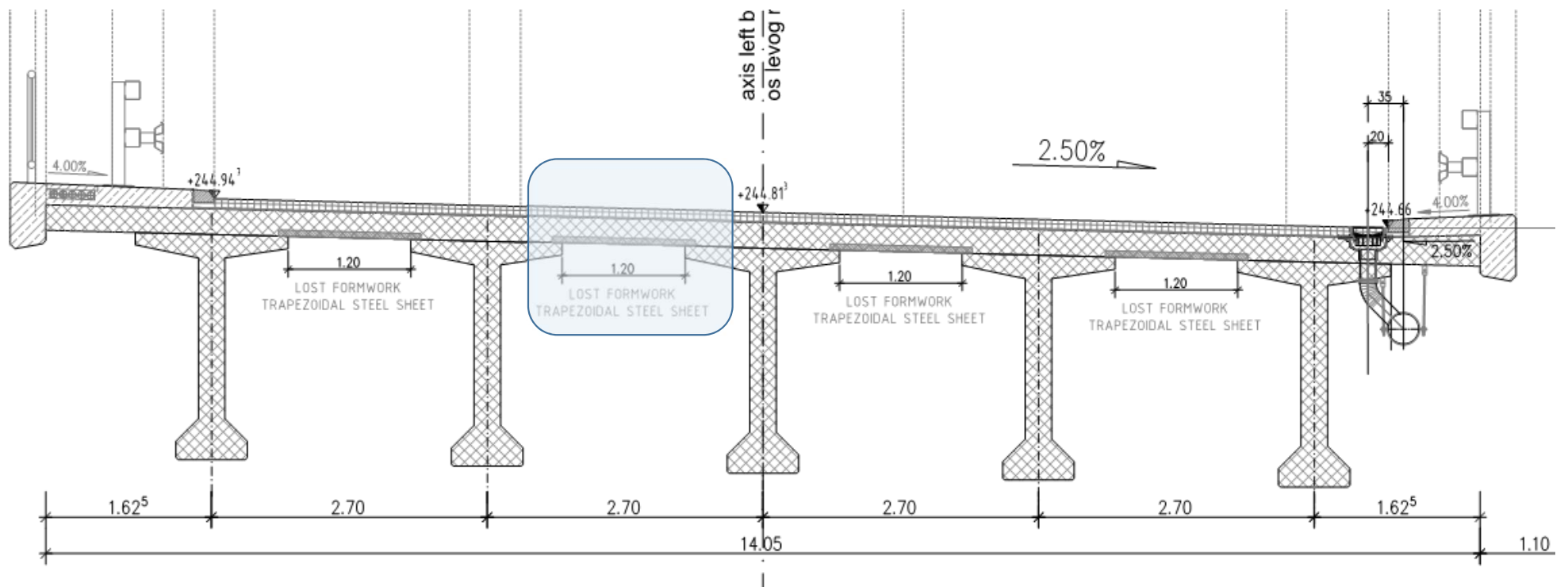
159.378

alp^{pr.p}

158.580

Lor

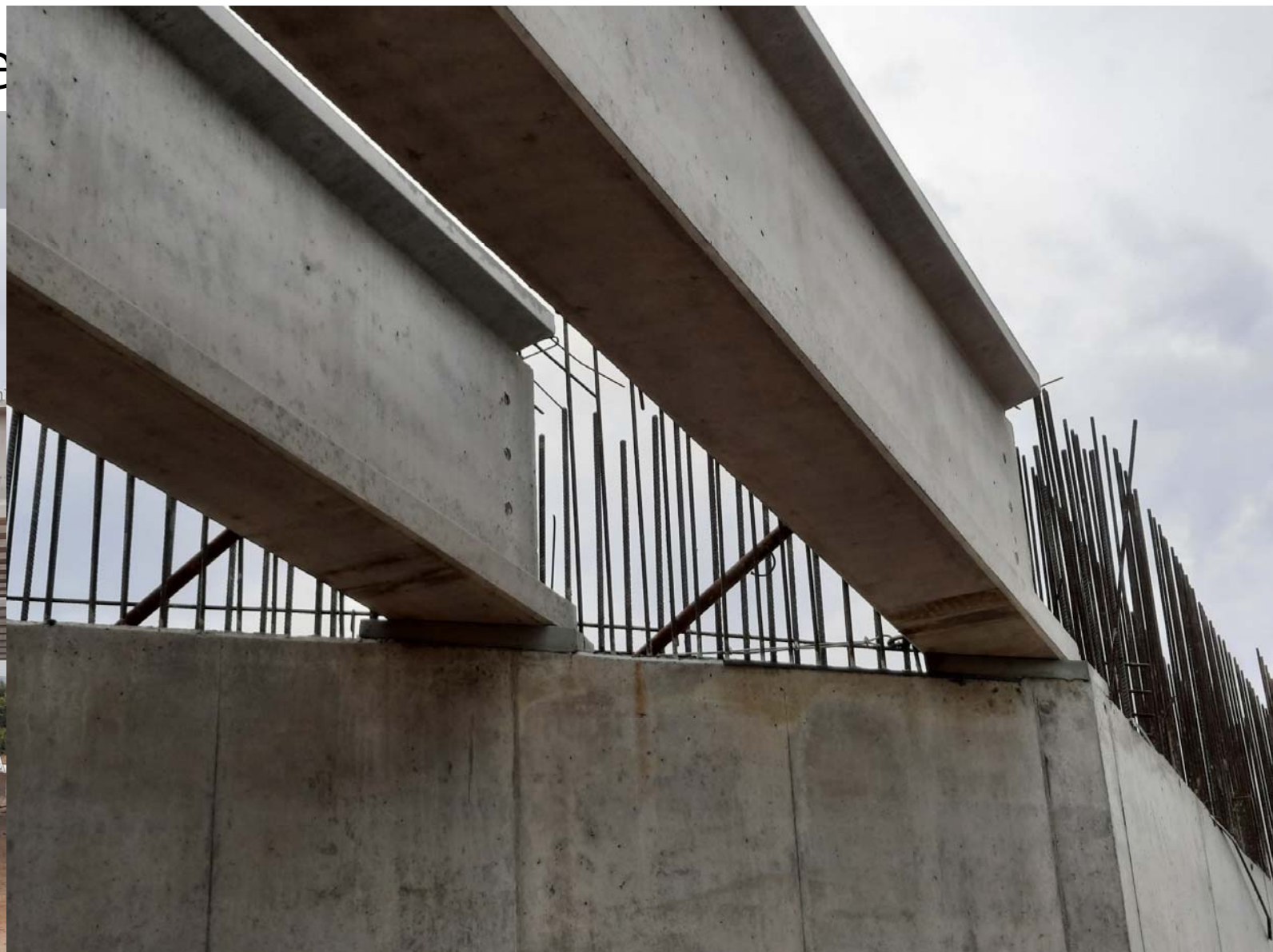




Мостови у кривине са префабрикованим носачима



Приме



Пример моста са ребрастом коловозном конструкцијом



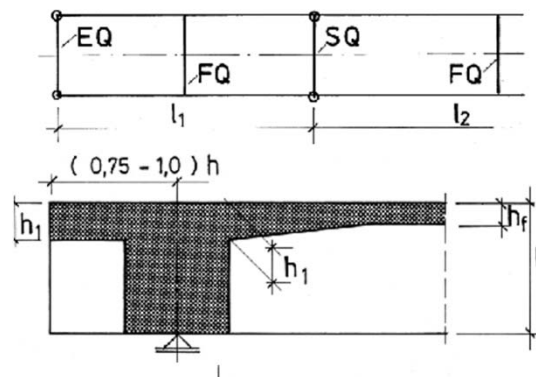
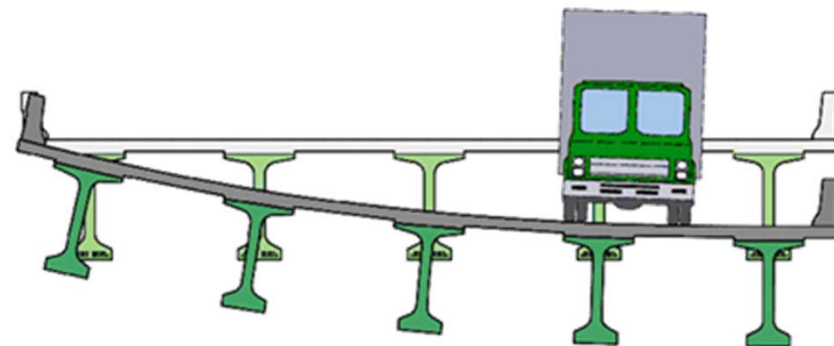
Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Пример моста са ребрастом коловозном конструкцијом



Улога попречних носача

- Прихватају оптерећење са секундарних подужних носача (ако ови постоје – екстремно архаично решење у бетонским мостовима)
- Евентуално носе плочу у подужном правцу (коловозна плоча у два правца)
- Повећавају степен укљештења плоче у главне носаче (ребра)
- Повезују главне носаче у склопу попречног пресека
- Помажу при расподели оптерећења на главне носаче
- **Значајно компликују извођење**
- **Обавезно се постављају изнад крајњих ослонаца моста**
- Уколико се изостављају изнад средњих ослонаца, ребра (главни носачи) морају да буду линијски ослоњени у целој ширини ребра или укљештени у попречном правцу. (евентуално код торзионо крутих попречних носача – коритастих пресека)



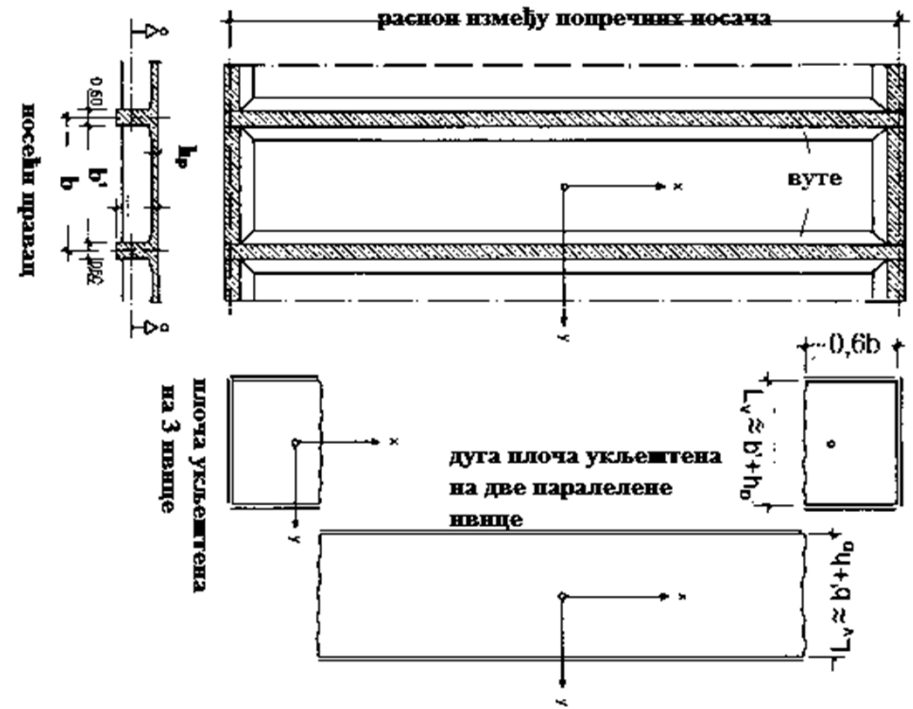
Попречни носачи при извођењу



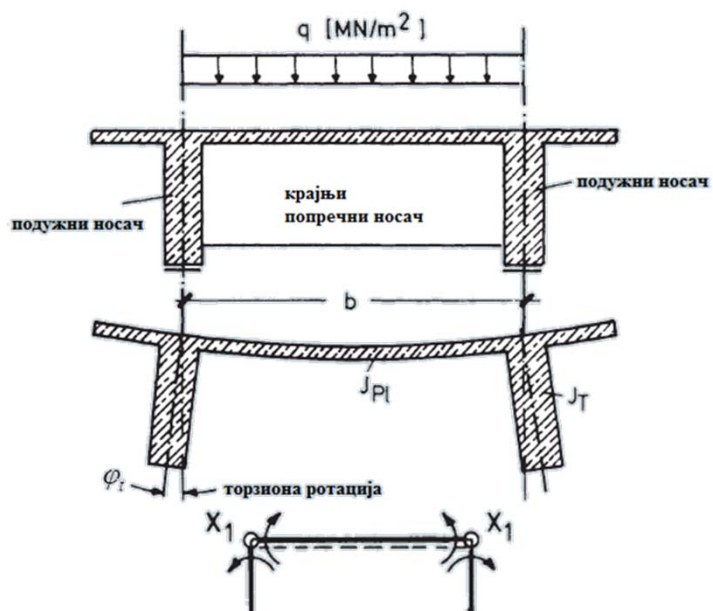
Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

Прорачун коловозне плоче код ребрастих пресека коловозних конструкција

- Коловозна плоча
 - Носи у једом правцу – попречном (у зависности од размака попречних носача).
 - Ефективна ширина
 - Еластично укљештена у главне носаче (степен укљештења зависи од торзионе крутости главних носача и распореда попречних носача)



Степен укљештења плоче ослоњене на два носача у попречном правцу



- Степен укљештења α коловозне плоче ослоњене на два главна носача се може одредити према изразу:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{k \cdot L^2 \cdot I_{Platte}}{b \cdot I_T}}$$

L - размак између попречних носача;

I_{Pl} - момент инерције плоче;

b - осовински размак главних носача;

I_T - торзиона константа ребра, која се може смањити на 50% уколико се очекују прслине услед торзије;

k - коефицијент чија вредност зависи од положаја пресека у односу на положај попречног носача.

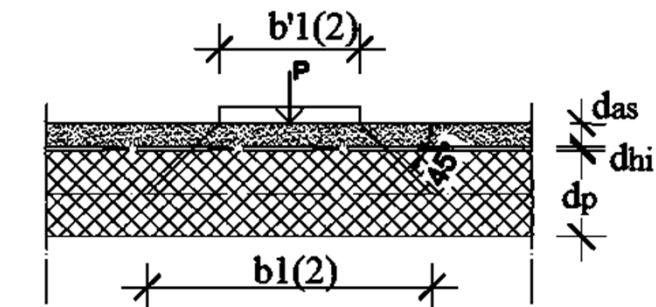
- k коефицијент који зависи од положаја посматраног пресека дуж распона;

$$X_1 = - \frac{\frac{b^3}{12}}{\frac{E J_{P1}}{G J_T} \cdot \frac{l^2}{4} + b} = - \frac{\frac{b^3}{12 \cdot J_{P1}}}{\frac{0,625 l^2}{J_T} + \frac{b}{J_{P1}}}$$

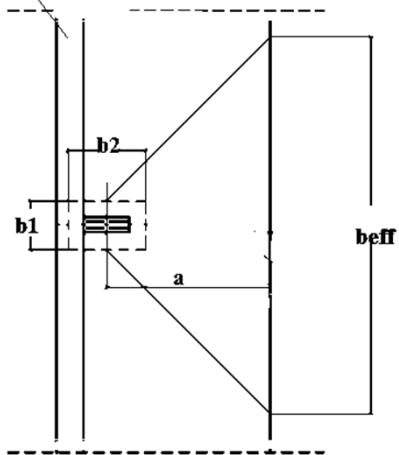
$$\frac{E}{G} = 2,5$$

x/l	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
k	0	0,225	0,40	0,525	0,60	0,625

Распростирање оптерећења од точкова



ограда или ивично
ојачање

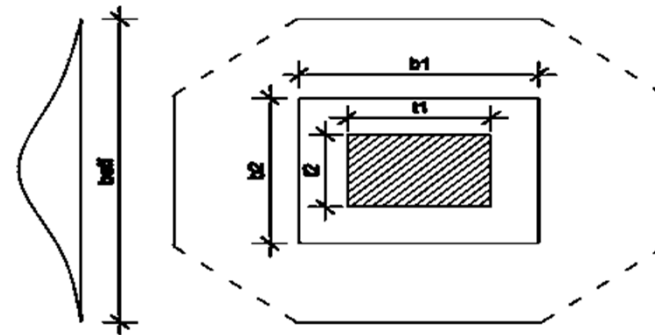


Конзолна
плоча

$$b_{eff} = b_1 + 2a$$

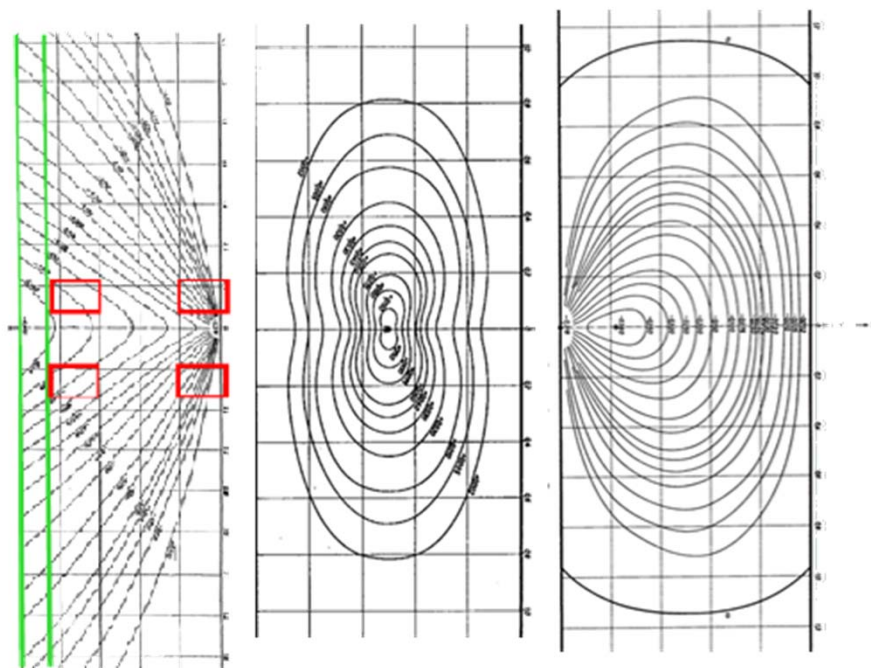
Плоча у једном правцу

правац ношења - распон L ,
главна арматура A

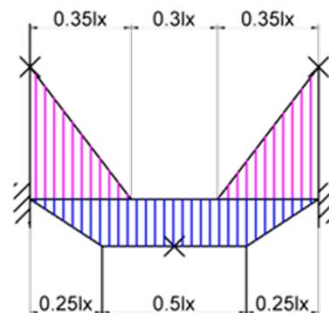


$$b_{eff} = b_2 + \frac{A_p}{A} L$$

Употреба утицајних површина

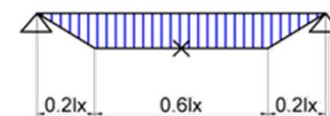


моменти у носећем
правцу m_x

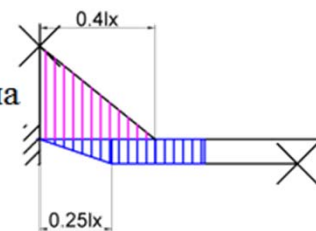


горња зона
доња зона

моменти управни на правац
ношења m_y

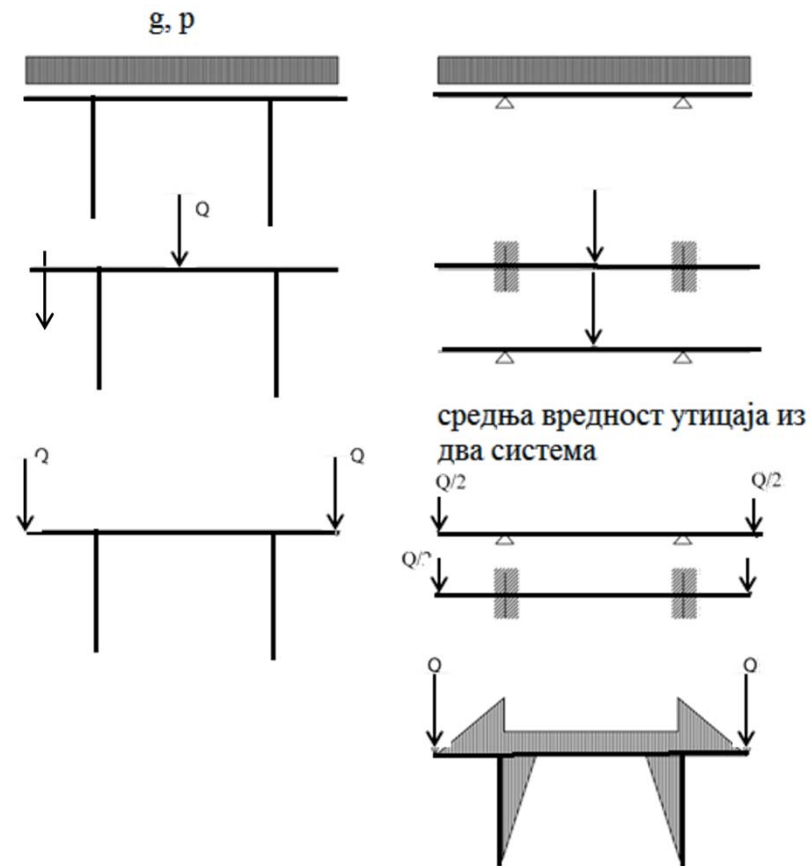
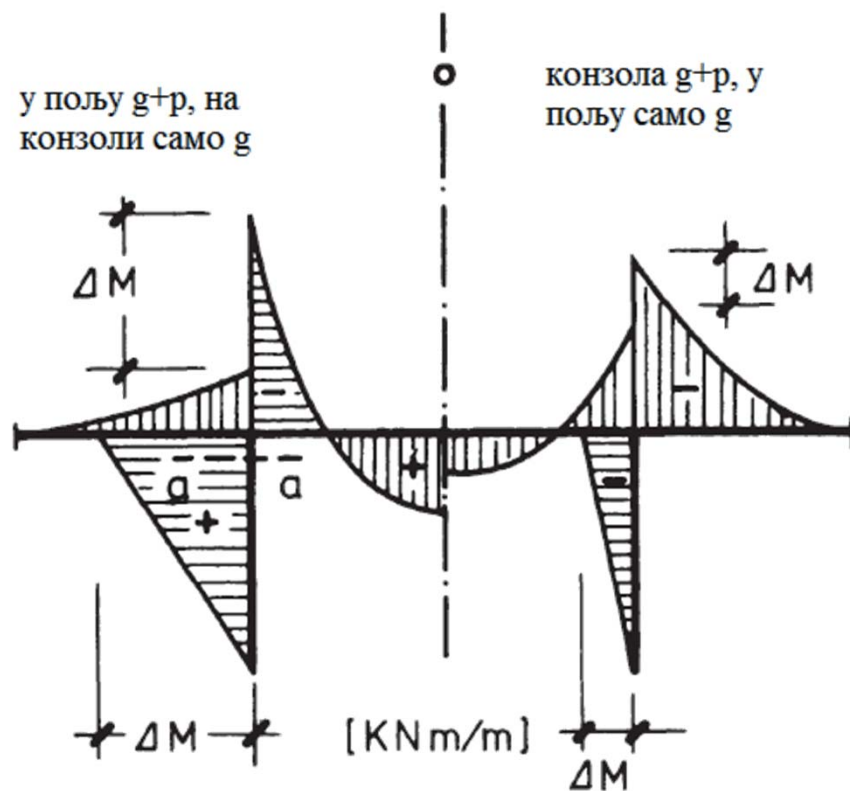


× вредност одређена
по утицајној
површини

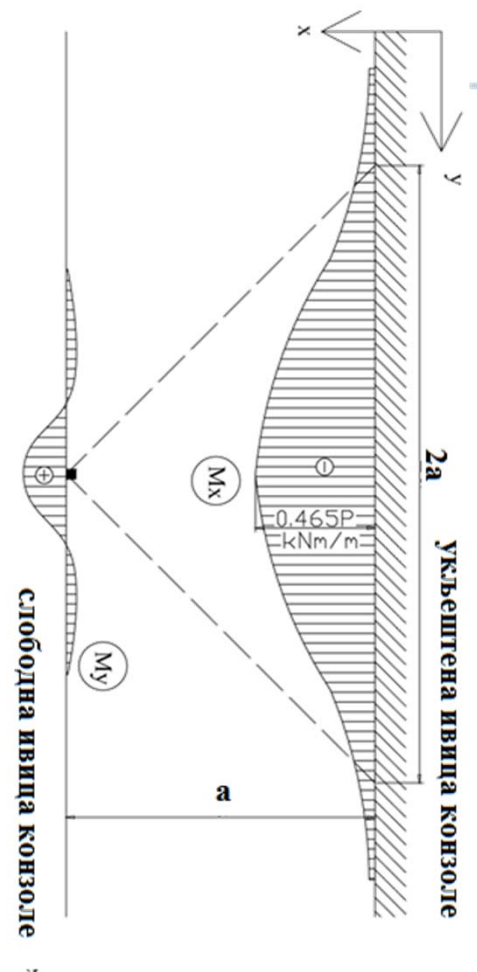
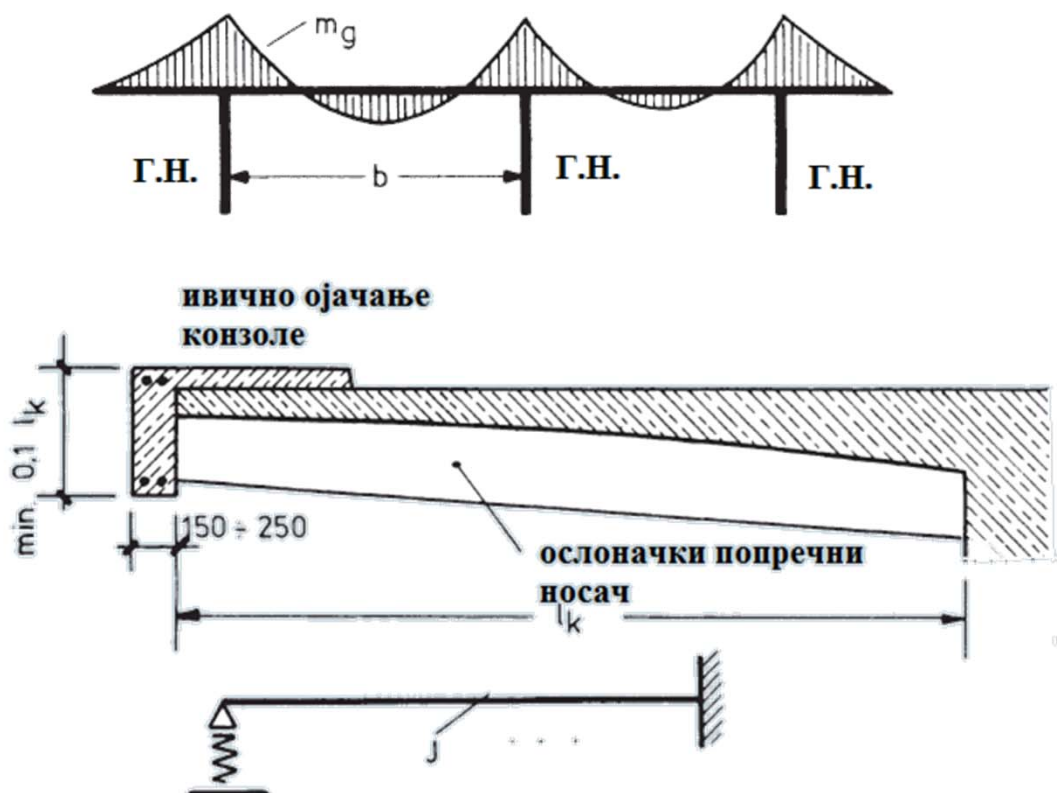


моменти m_y у близини попречних
носача

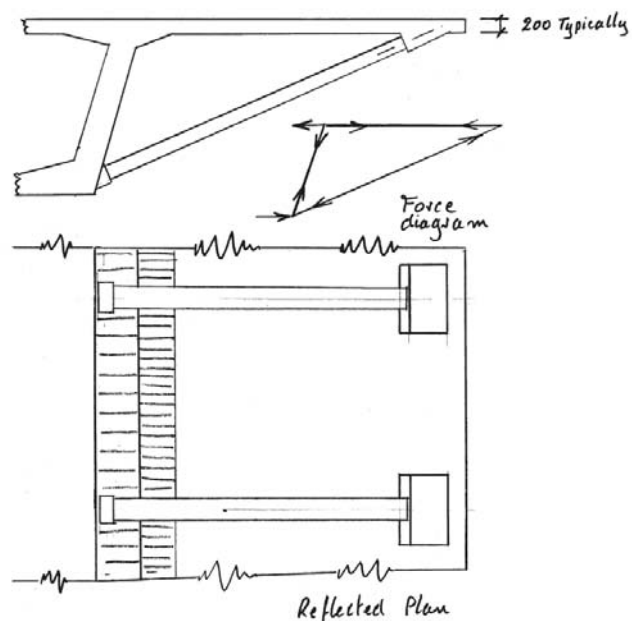
Моменти у коловозној плочи



Конзолни препусти



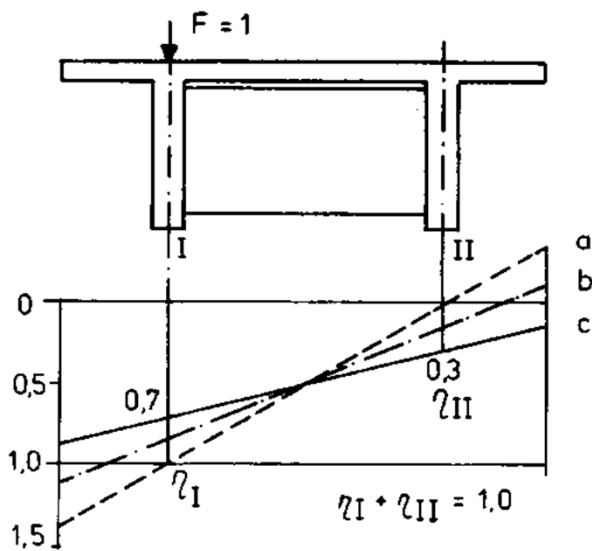
Употреба косника ради повећања распона конзоле



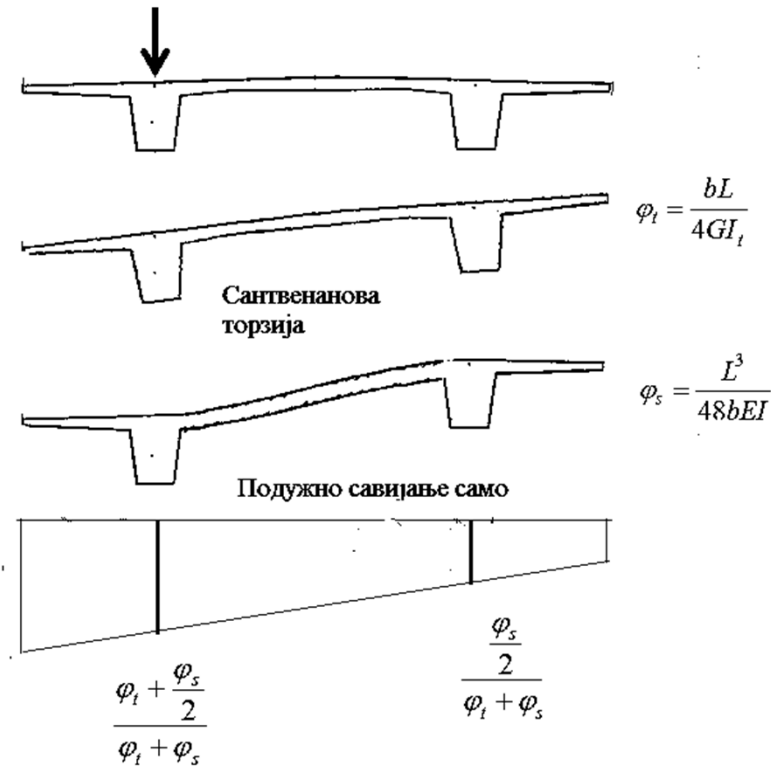
Прорачунски модели код ребрастих коловозних конструкција

- Без обзира на облик пресека, изводе се два глобална статичка прорачуна:
 - Прорачун у попречном смеру (прорачун коловозне плоче)
 - Прорачун у подужном правцу
- Свођење на систем подужних греда - дефинисана је попречна прерасподела
 - Попречна прерасподелом се одређује оптерећење за један носач и даље се третира као изоловани гредни елемент
- Модел роштиља

Два главна носача – расподела оптерећења у попречном правцу



- a) по принципу полуге
- b) са танким ребрима и без попречног носача у $l/2$
- c) са дељим ребрима и попречним носачем у $l/2$



Принцип попречне расподеле саобраћајних оптерећења друмских мостова на главне носаче

$$\varphi_T = \frac{0,5 \cdot M_T \cdot \frac{L}{2}}{G \cdot I_T} = \frac{M_T \cdot L}{4 \cdot 0,4 \cdot E \cdot I_T} = \frac{M_T \cdot L}{1,6 \cdot E \cdot I_T}$$

Торзiona крутост за цео попречни пресек

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

За једно ребро

За просту греду

$$\varphi_{w0} = \frac{f}{0,5 \cdot b}$$

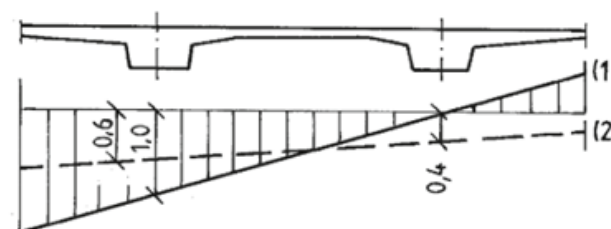
Осовински размак носача

$$\kappa = \frac{\varphi_T}{\varphi_{w0} + \varphi_T}$$

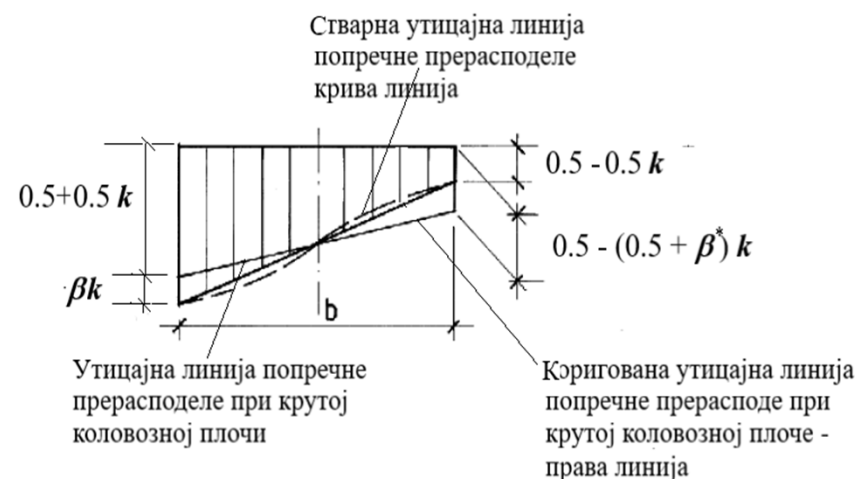
$$\eta = \eta_s \pm 0,5 \cdot \kappa$$

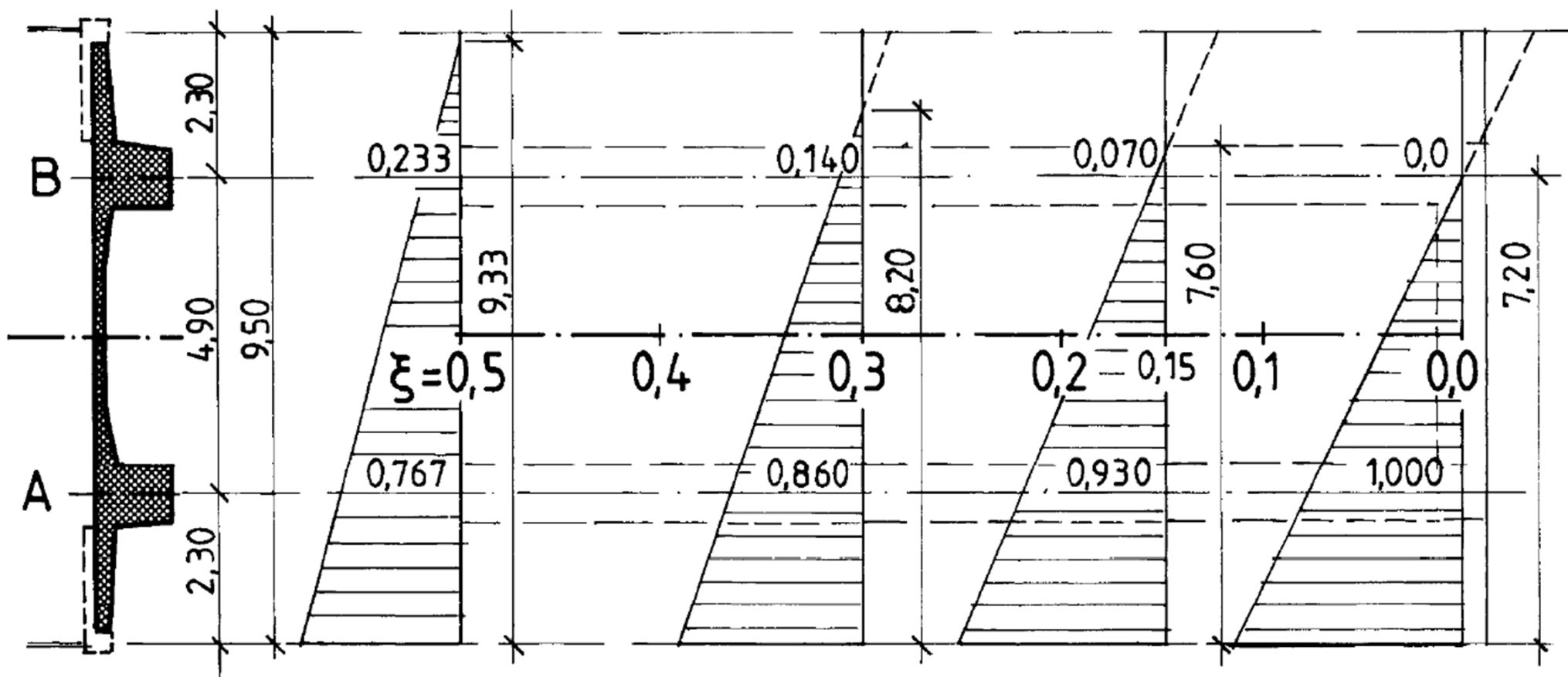
$$\rightarrow \eta_1 = 0,5 + 0,5 \cdot \kappa$$

$$\eta_2 = 0,5 - 0,5 \cdot \kappa$$

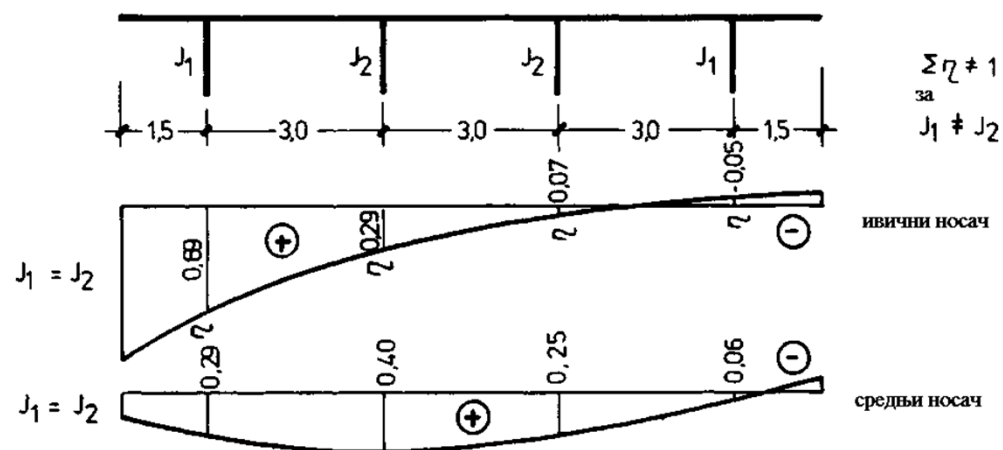
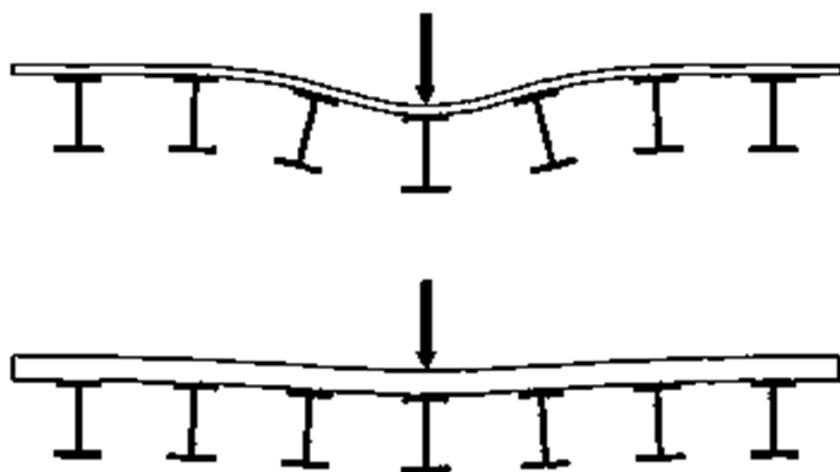


- 1) у зони ослонаца (попречних носача)
- 2) око средине распона

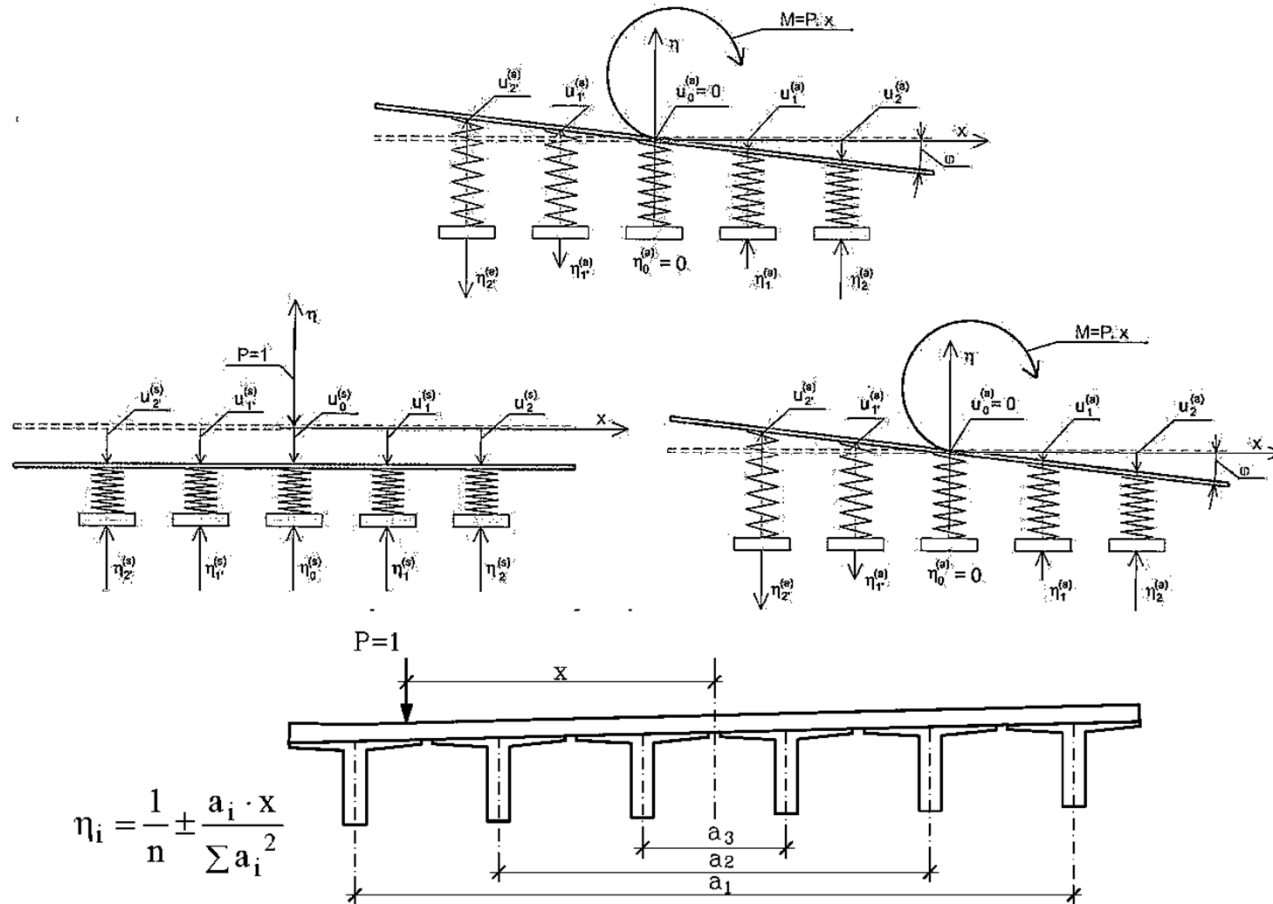


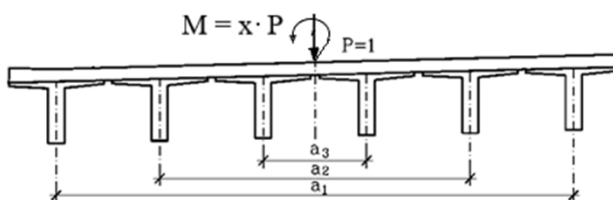
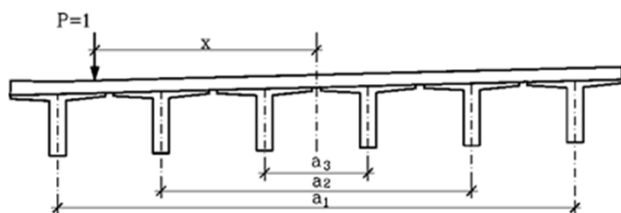


Расподела оптерећења на више носача



Метод ексцентричног притиска (Courbon)

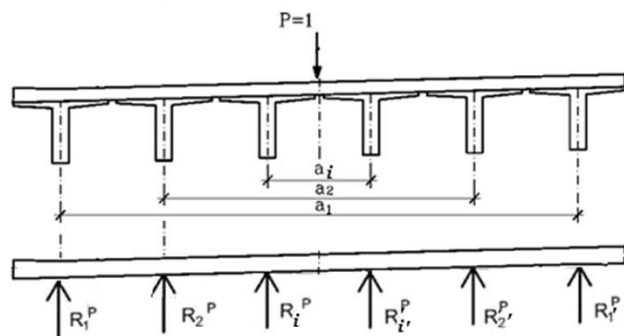




$$\eta_{i,k} = \frac{I_i}{\sum I_i} \pm \frac{a_i \cdot a_k \cdot I_i}{2 \sum a_i^2 I_i}$$

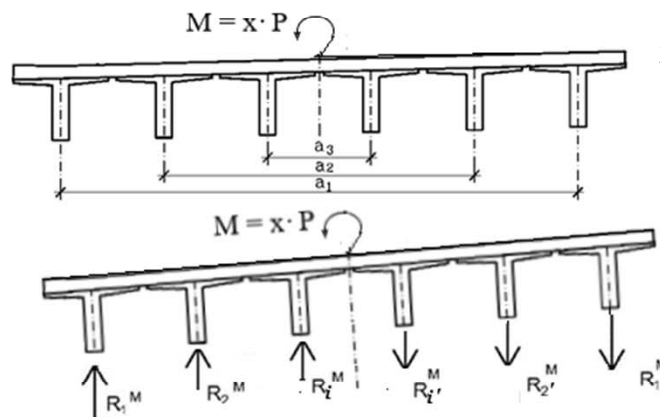
У случају да су сви главни носачи истог попречног пресека:

Ефекат translације пресека



$$R_i^P = \frac{I_i}{\sum I_i}$$

Ефекат ротације услед момента



$$\eta_{i,i} = \frac{1}{n} + \frac{a_i^2}{2 \sum a_i^2} \quad \eta_{i,i'} = \frac{1}{n} - \frac{a_i^2}{2 \sum a_i^2}$$

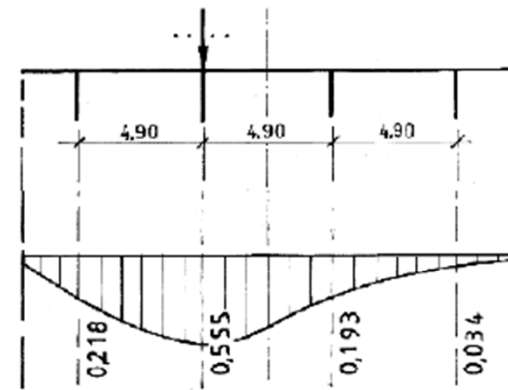
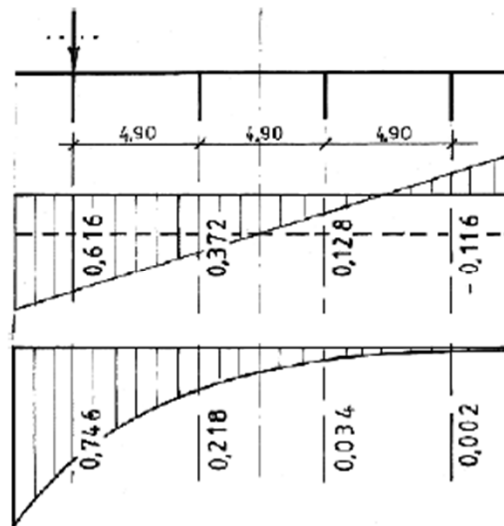
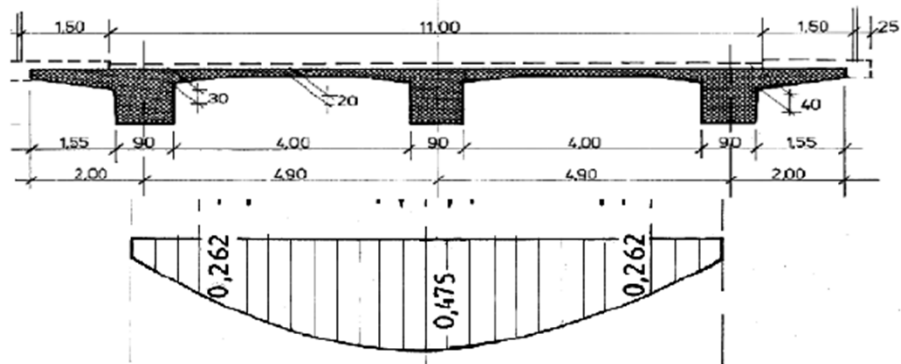
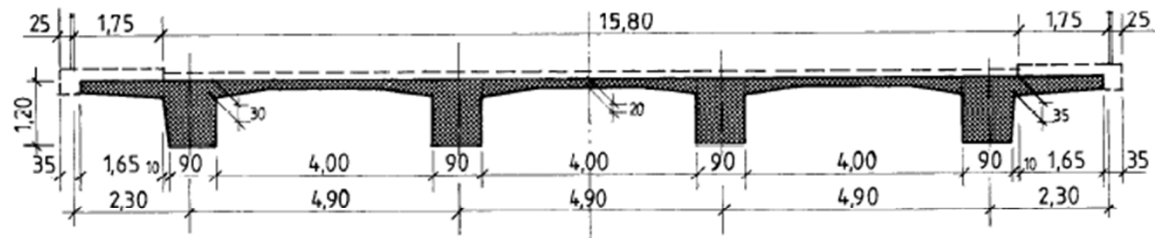
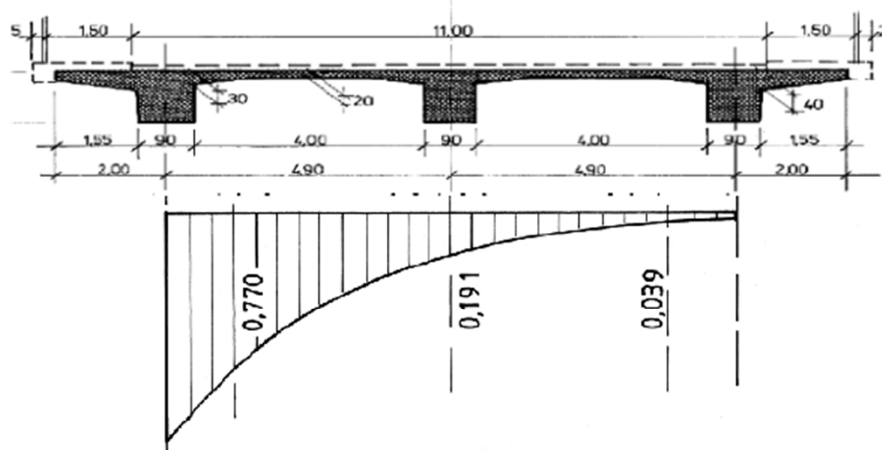
$$R_i^M = R_1^M \frac{a_i I_i}{a_1 I_1} \quad (1)$$

Услов
равнотеже

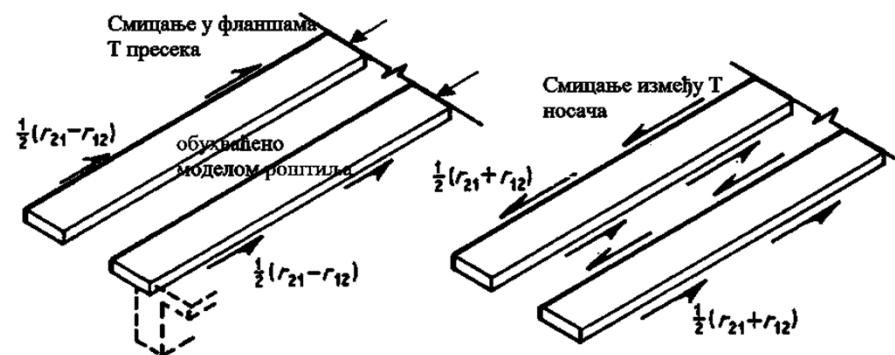
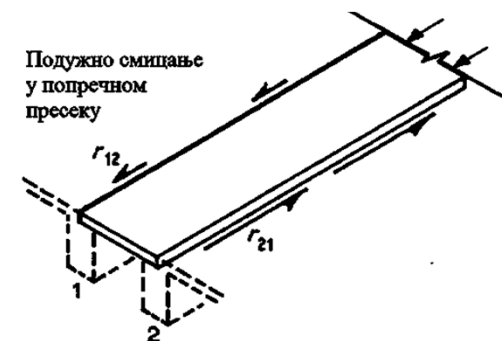
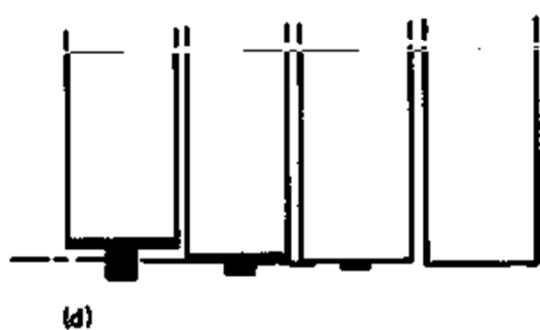
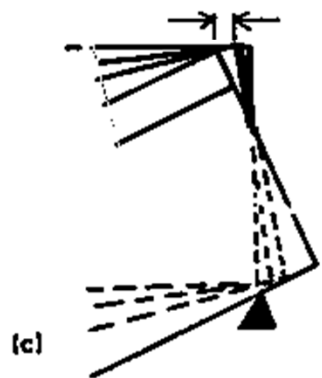
$$\sum M = 0 \Rightarrow$$

$$R_1^M \times a_1 + R_2^M \times a_2 + R_i^M \times a_i + \dots = \frac{a_1}{2} \quad (2)$$

$$R_i^M = \frac{a_1 a_i I_i}{2 \sum a_i^2 I_i}$$

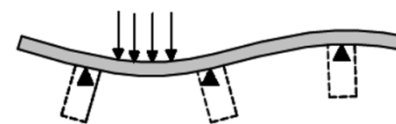
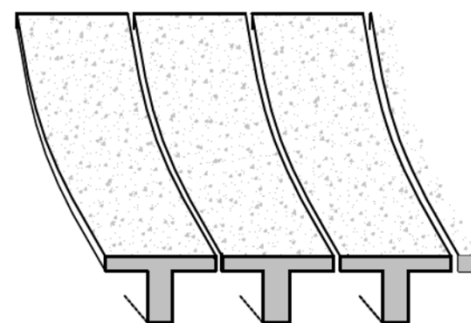


Ефекат подужног смицања у плочи



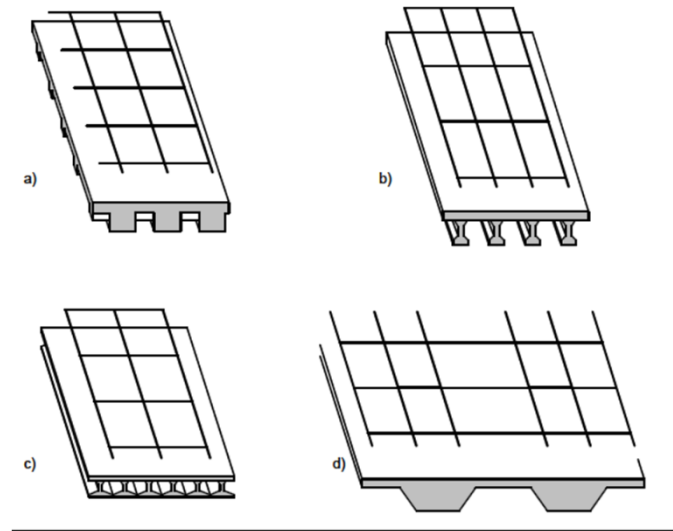
Роштиљни модел

- Модел уздужних ребара повезаних коловозном плочом
- Плоча делује као горњи појас, али такође даје крутост у попречном правцу
- Уздужни носачи роштиља су носачи Т-пресека (ребра са плочом) а попречни носачи су елементи плоче и евентуалних попречних носача



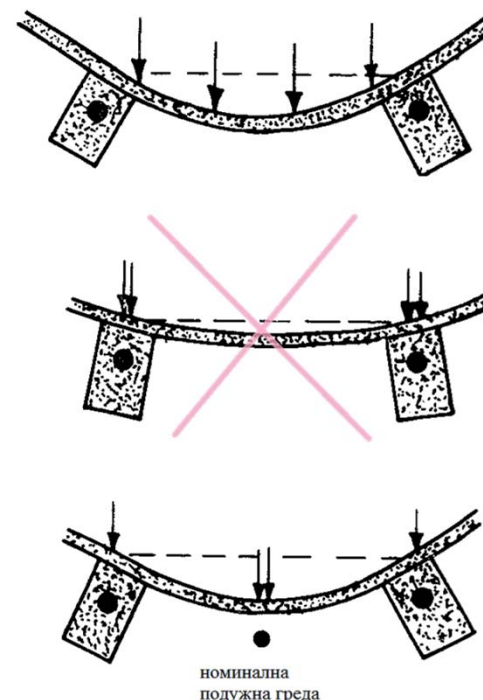
Могуће варијанте пресека и модела

- Уздужне греде модела логично су постављене у тежиште носача.
- Ако нема попречних носача осим преко ослонаца, онда постоји празнина па се попречни елементи произвољно постављају
- Штапови се обично бирају у интервалима од $1/6$ до $1/8$ распона
- Код густо постављених носача понекад се две греде моделирају једним штапом, али то се углавном не препоручује због потешкоћа у тумачењу резултата.
- У случају два веома широка ребра могу се ова ребра моделирати са два подужна штапа повезана попречним штаповима како би се одредило попречно савијање ових носача.
- Моделирање пресека за ребрасте пресеке није задовољавајуће ако је растојање уздужних ребара веће од приближно $1/10$ распона
- У случају два широка ребра додају се подужни ивични штапови ради лакшег дефинисања положаја оптерећења на носачу и имају стварну, односно малу крутост

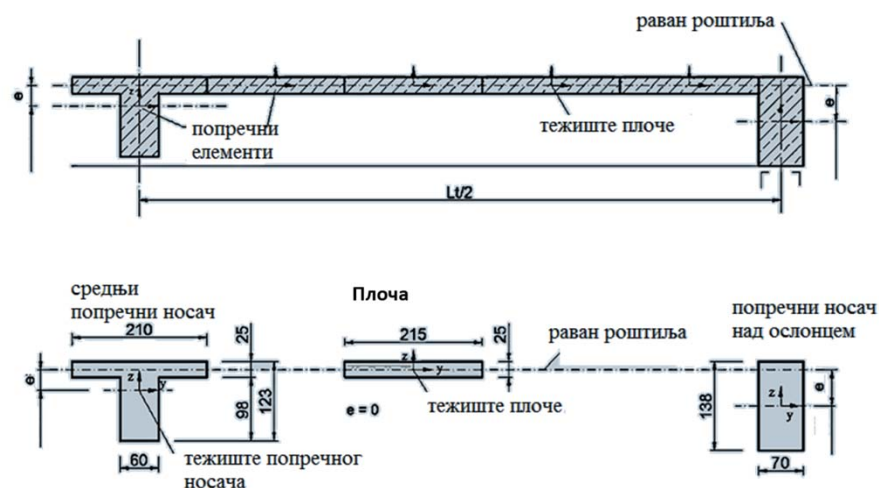
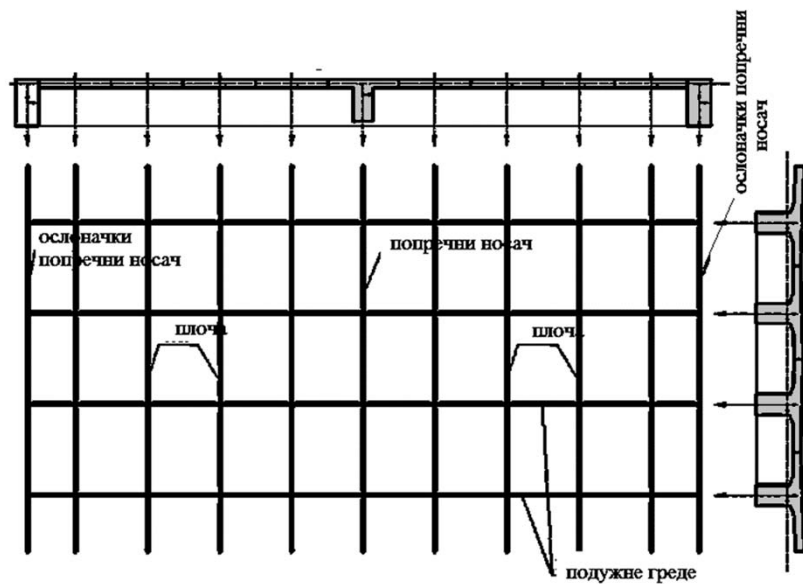


Распоред оптерећења на роштиљу

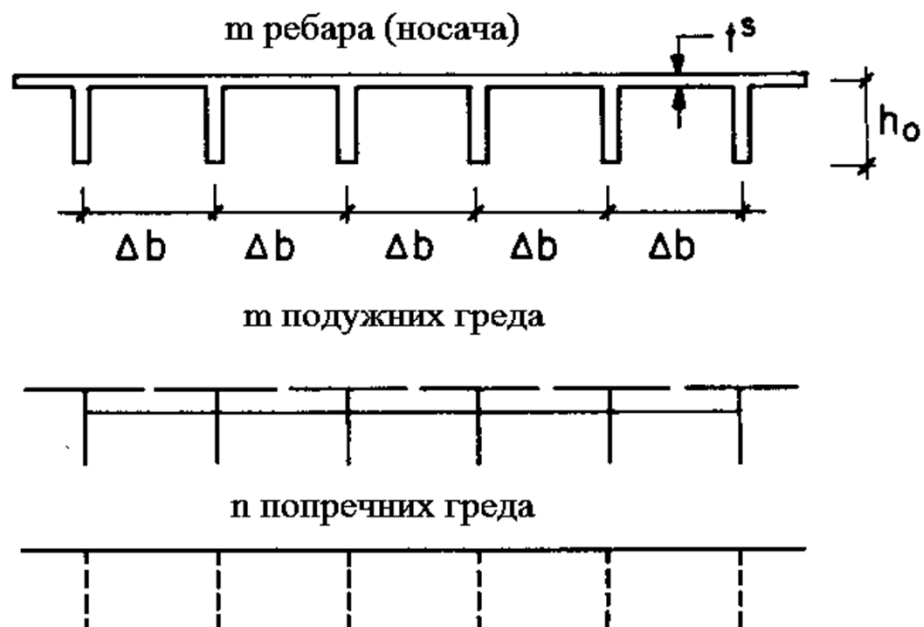
- Када су ребра попречног пресека размакнута више од $1/6$ ефективног распона или када ивична конзола прелази $1/12$ распона, потребно је смањити ширину плоче која учествује при израчунавању геометријских карактеристика носача.
- Карактеристике попречног пресека попречних елемената модела, када представљају само коловозну плочу, израчунавају се изразима који се користе за израчунавање карактеристика носача плоче.
- Када се попречна греда формира као греда, и за њу треба одредити ширина плоче која учествује. Обично је довољно тачно и на страни сигурности претпоставити ову ширину у вредности од $1/3$ размака уздужних носача.
- Ако се попречни пресек састоји од материјала различите крутости, на пример, ако су бетонски носачи већи и бетонска плоча мање чврстоће, то треба узети у обзир одговарајућим смањењем величина попречног пресека.
- Неки пресеци се састоје од носача чија је торзијска крутост врло мала у односу на крутост на савијање, па се утицај торзијске крутости може занемарити.



Једноставни роштиљни модел

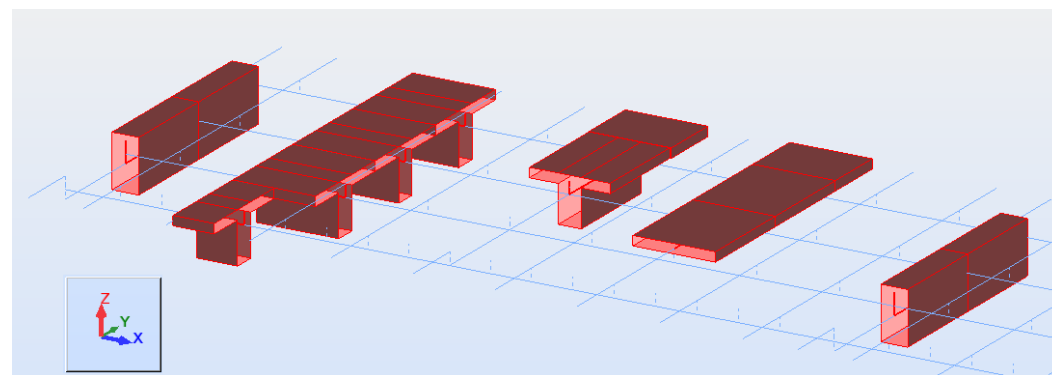
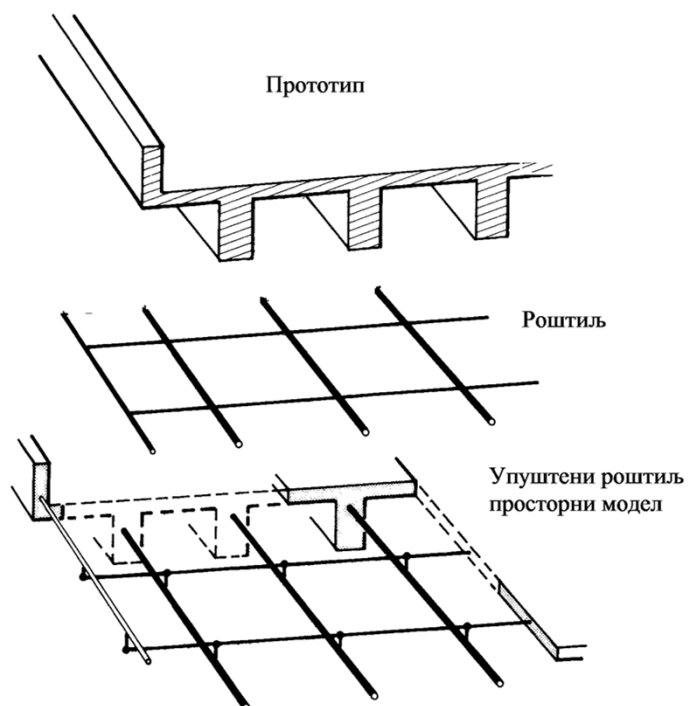


Препоруке према Мен-у

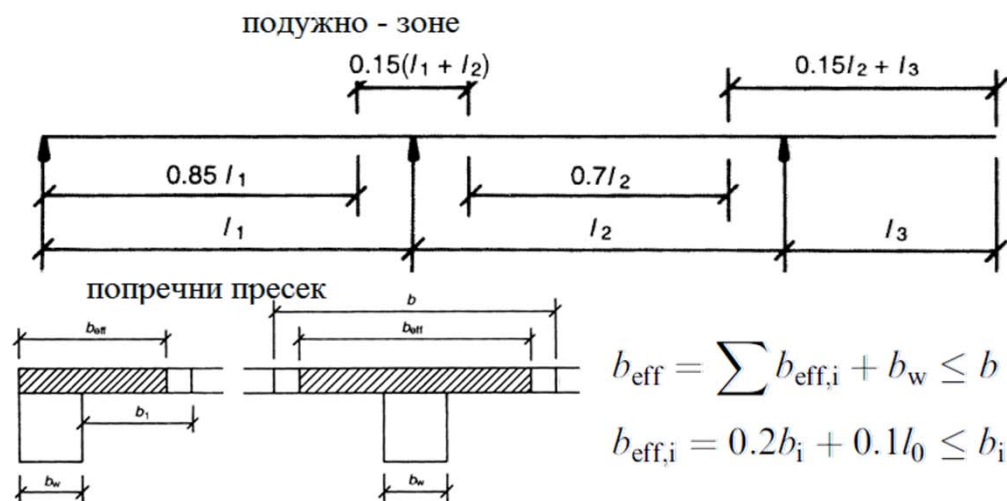
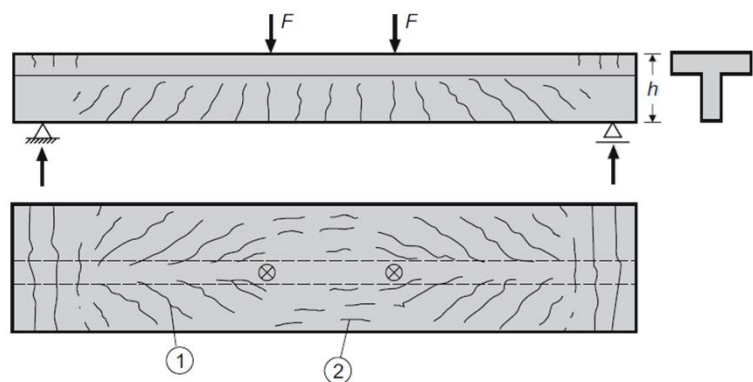


карактеристике	подужна греда	попречна греда $(\Delta = \frac{1}{n+1})$
Савијање	$EI^{LB} \cong \frac{EI_{tot}}{m}$	$EI^{TB} \cong \frac{1}{12} E \Delta l (t^s)^3$
Смицање	$\alpha G A^{LB} \cong \infty$	$\alpha G A^{TB} \cong \infty$
Торзија	$GK^{LB} \cong \frac{GK_{tot}}{m}$	$GK^{TB} \cong 0$

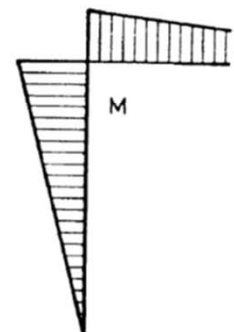
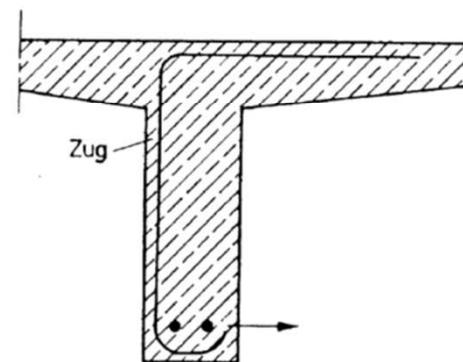
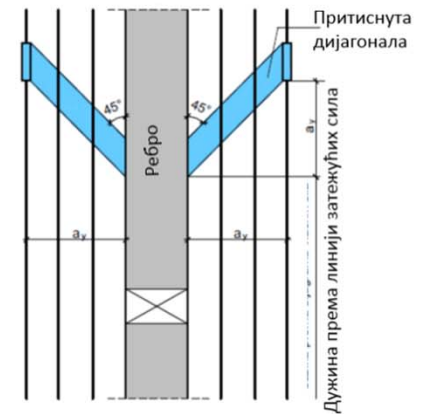
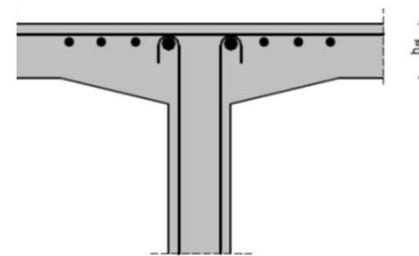
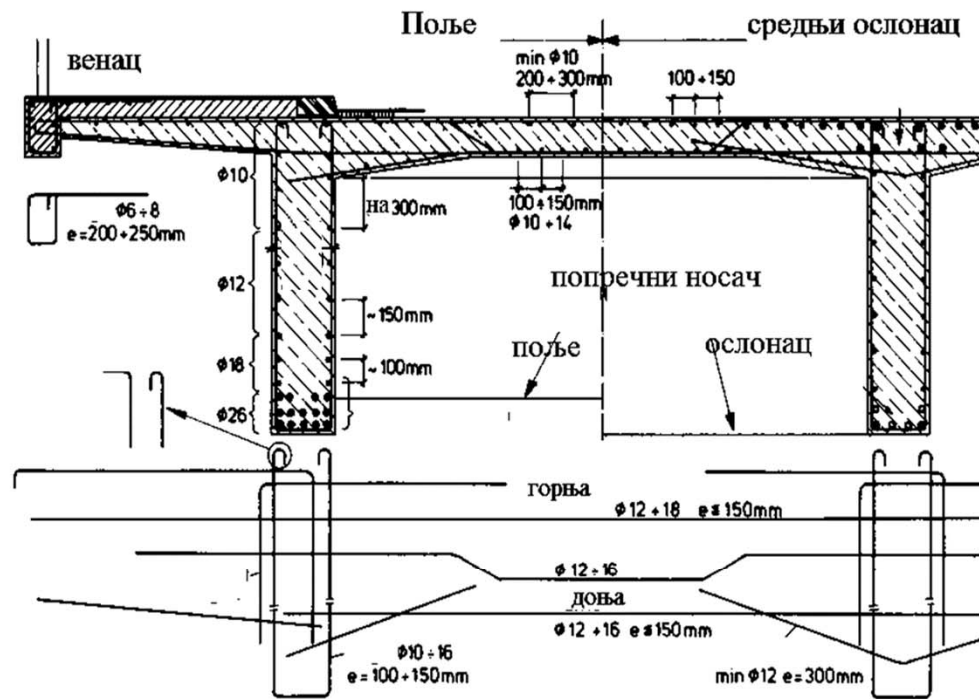
Упуштени роштиљ



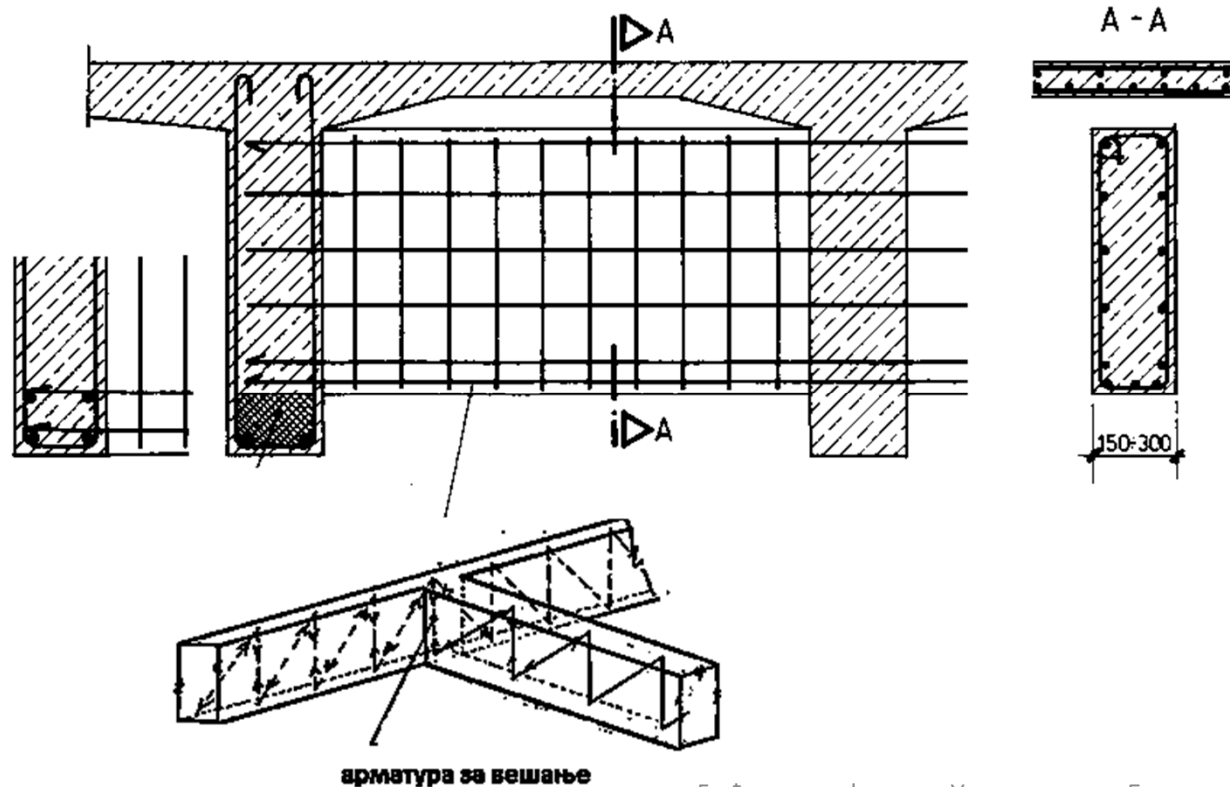
Ефективна (садејствујућа) ширина



Арматура главних носача



Арматура поперечних носача



У пољу:

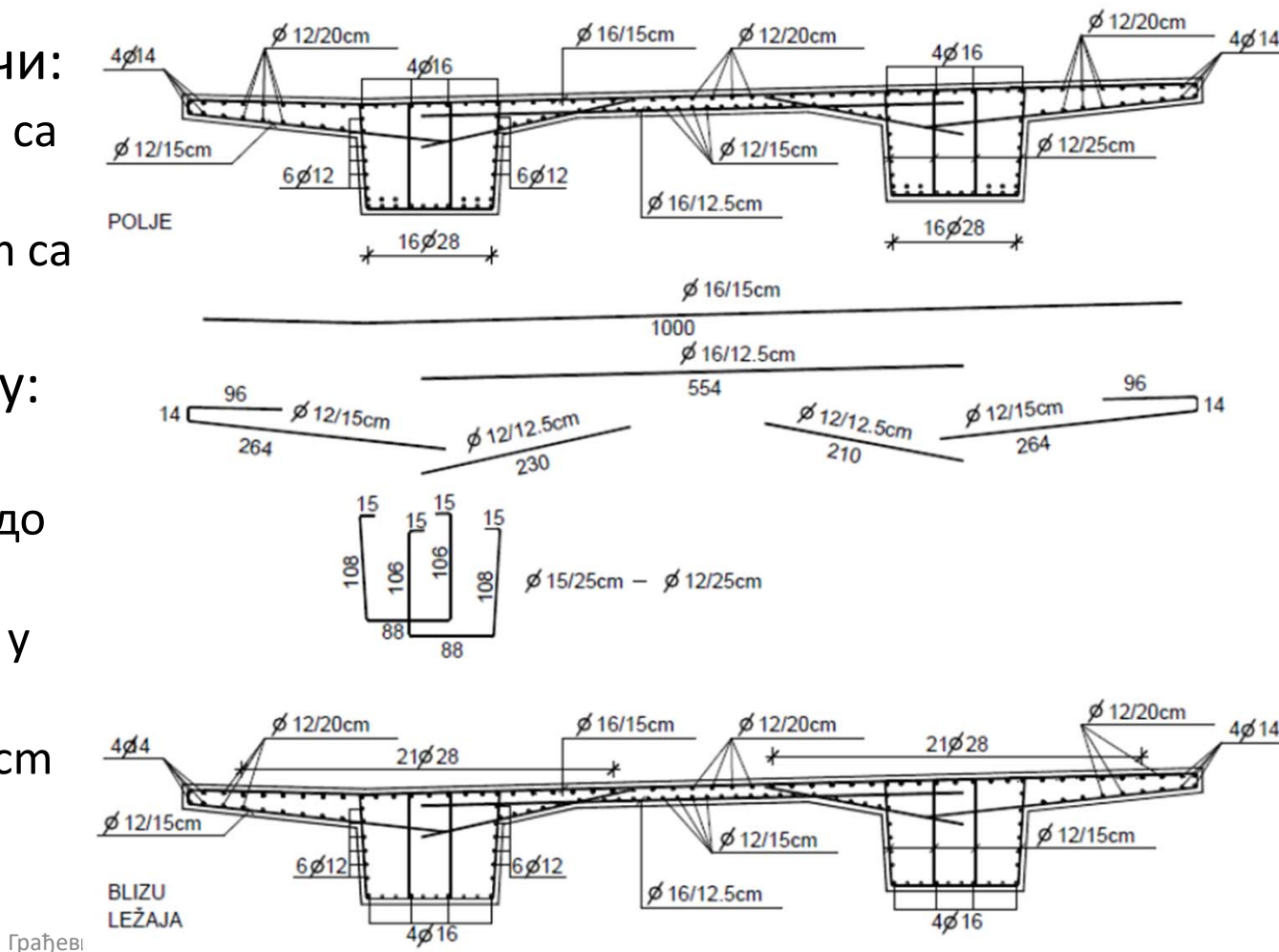
- Моменти савијања алтернативни
- Јача доња хоризонтална арматура, горња око 1/3 површине доње арматуре
- Сидрење у ребрима главних носача
- Густе узенгије за пријем смицања

Код ослонца:

- Мања смичућа напрезања - мање узенгија
- Значајна хоризонтална арматура за прихватање торзије (услед спречених торзионих ротација главних носача) и хоризонталне силе од спречених бочних померања

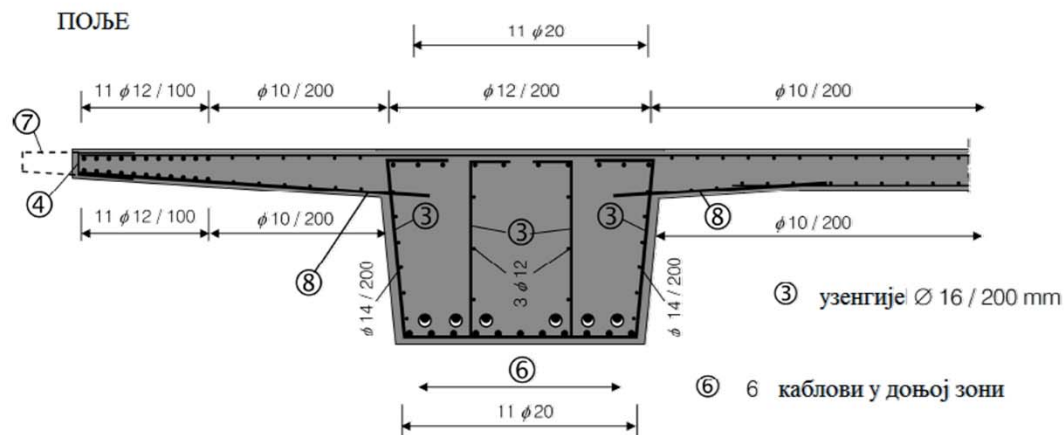
Армирање широких носача

- Попречна арматура у плочи:
 - У затегнутој зони: на 15 cm са min $\phi 16$
 - У притиснутој зони: а 20 cm са min $\phi 12$
- Подужна арматура у ребру:
 - До $\phi 28$
 - У доњој зони се поставља до висине 0,2h
 - У горњој зони се поставља у садејствијућој ширини
 - узенгије ($\phi 12-16$) на 10-15 cm око ослонаца



Грађев

Пример армирања и претходног напрезања



④ узенгије за везу $\varnothing 12 / 400 \text{ mm}$

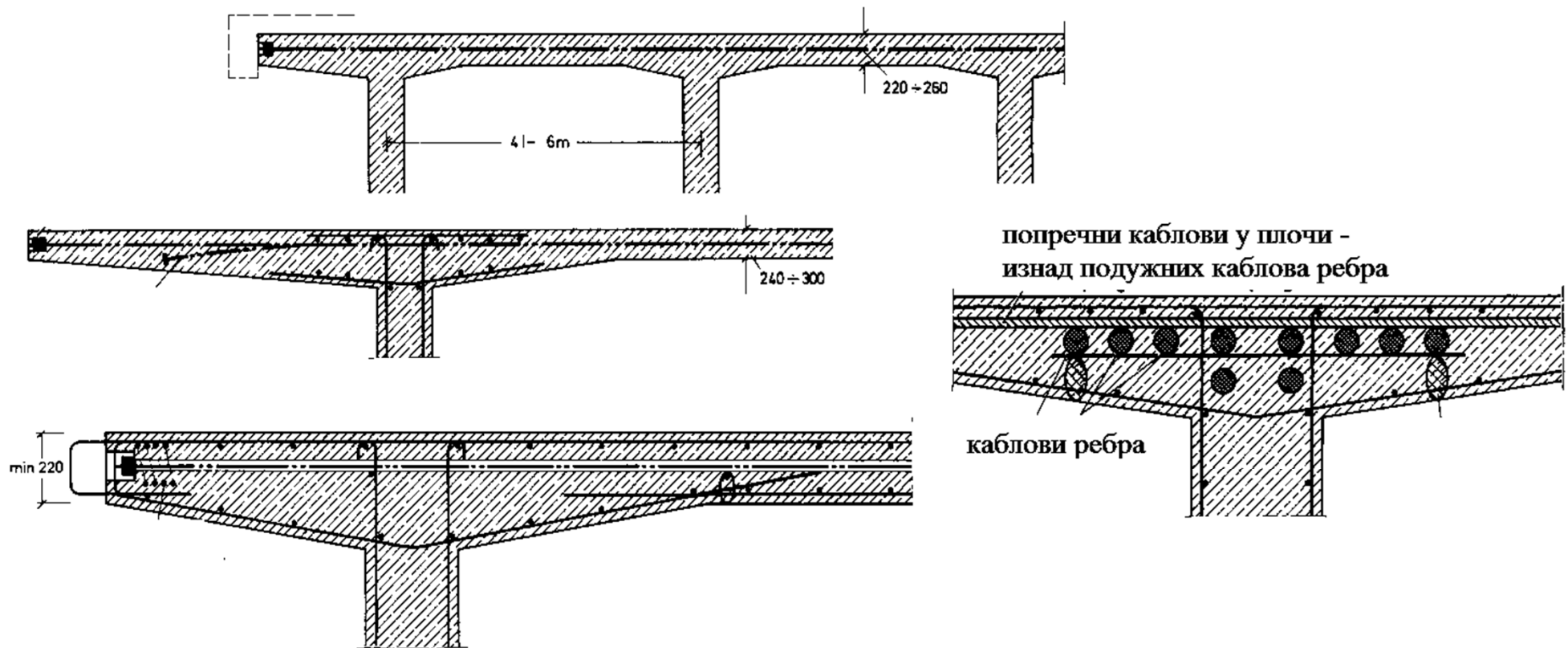
⑦ арматура за везу венца

① узенгије $\varnothing 16 / 125 \text{ mm}$

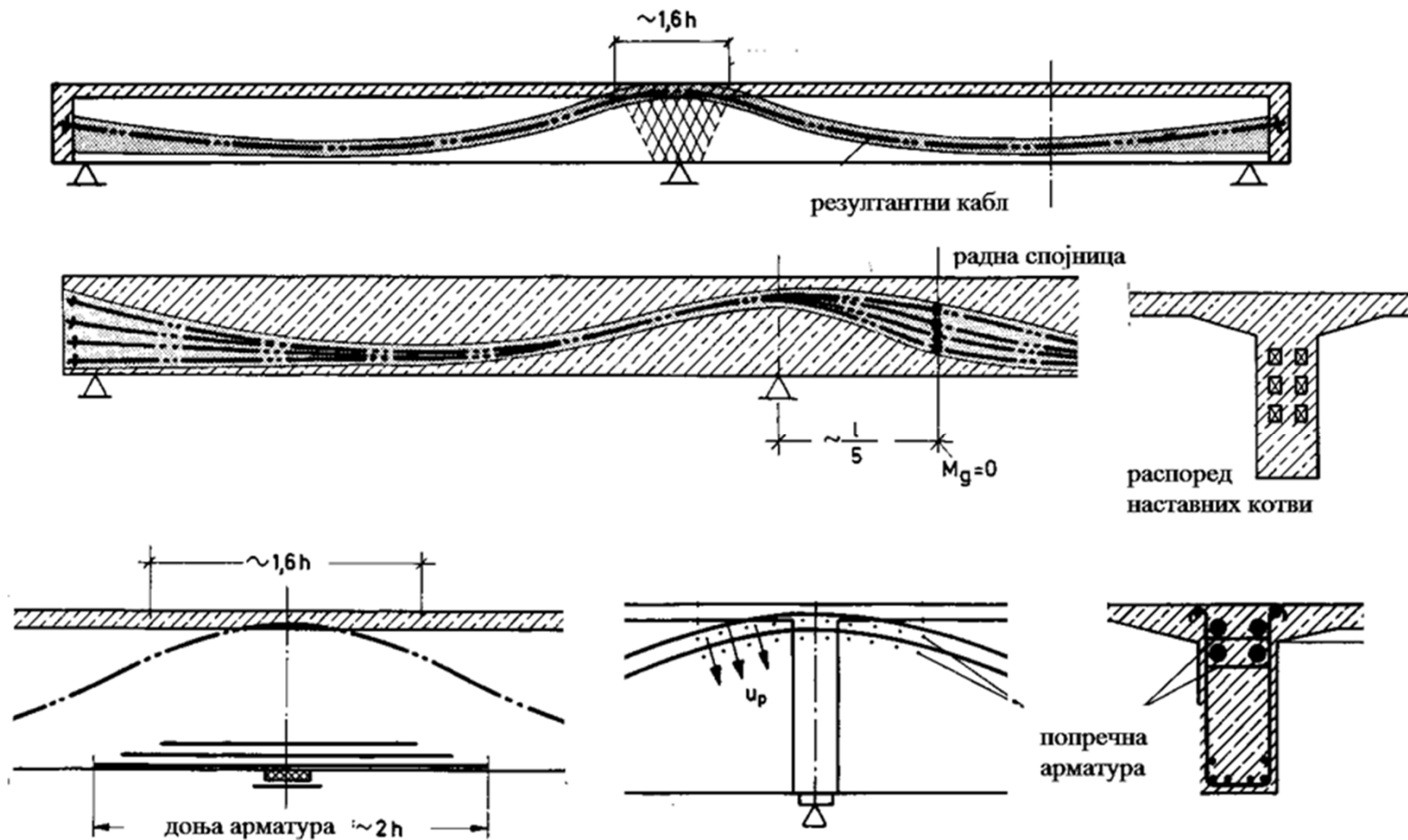
② узенгије $\varnothing 16 / 100 \text{ mm}$

Грађевински факултет Универзитета у Београду, 2024.

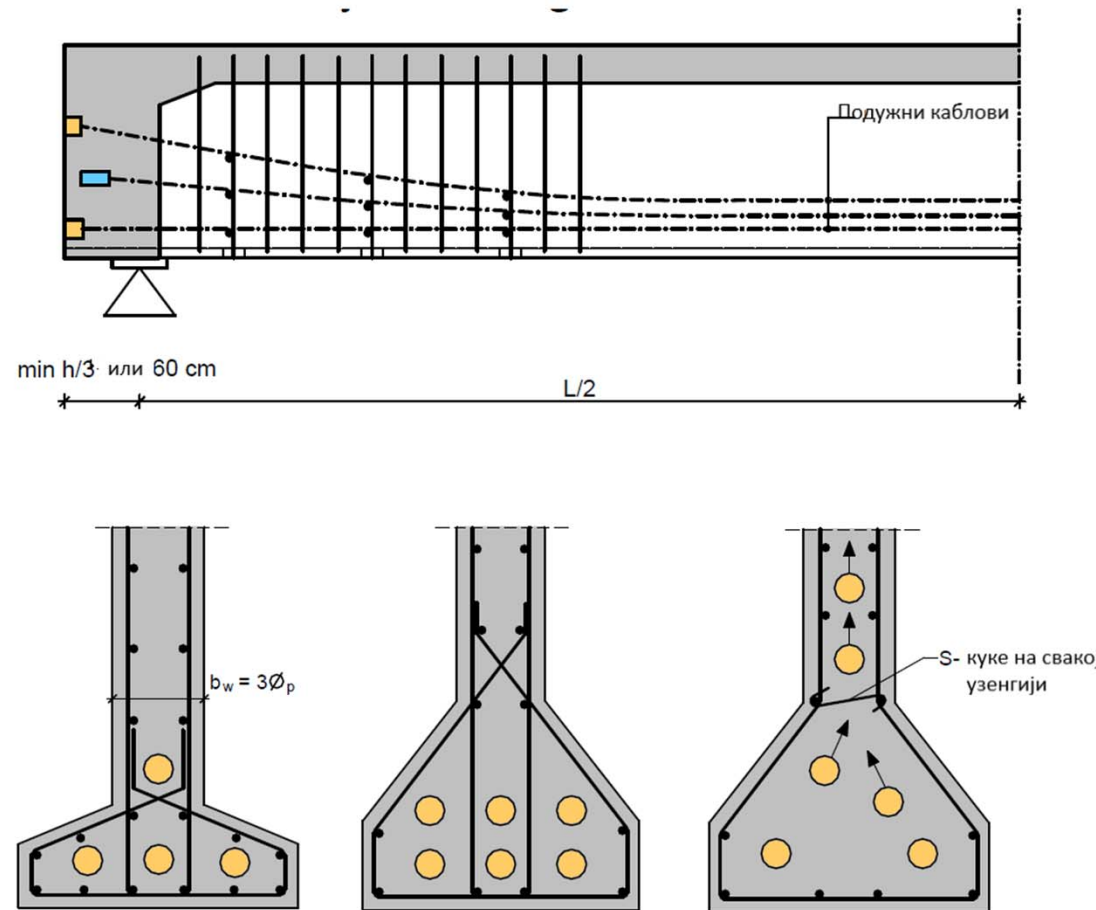
Попречно претходно напрезање плоче



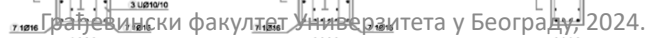
Преднапрезање главних носача



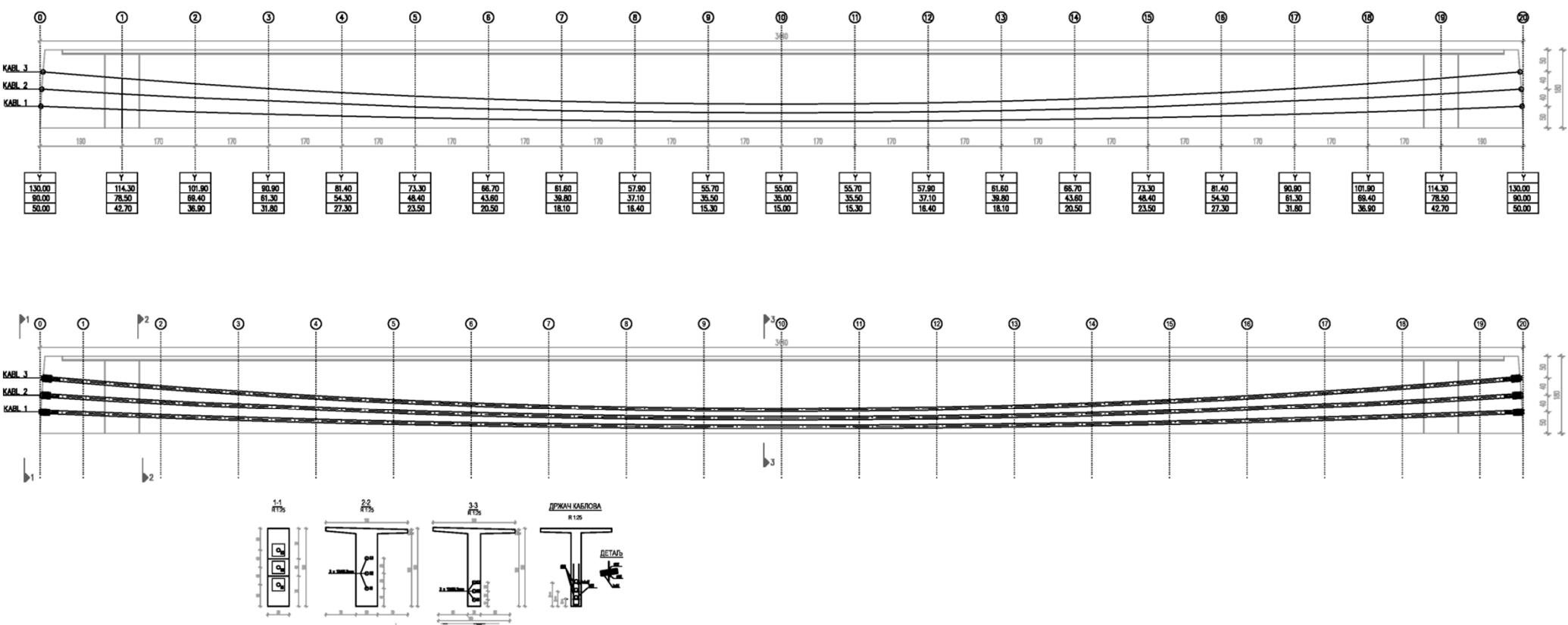
Вођење каблова префабрикованих носача



Арматура префабрикованих носача - пример



План каблова префабрикованих носача





ЗІТ