

PRETHODNO NAPREGNUTE BETONSKE KONSTRUKCIJE

1. semestar 2024/25. godine

Materijali za pripremu ispita

Važi do januarskog roka 2026. godine

Informacije o propozicijama

- Potpis:** Odlukom NN veća GF svim upisanim studentima prvog semestra školske 2024/25. na modulu Konstrukcije dodeljuje se potpis iz predmeta PNBK (bez obzira na PIO učinak, a ne kako je to bilo planirano u propozicijama na početku kursa). PIO iz školske 2024/25. godine važi zaključno sa januarskim rokom 2026. godine, nakon čega $PIO = 0$ (počev od februarskog roka 2026. godine – to jest, prvog roka u kome može da polaže sledeća generacija). Potpis važi trajno (ne resetuje se kao PIO nakon godinu dana). Potpis se na kraju semestra automatski evidentira svim studentima. Student koji ne želi da uzme potpis u ovoj školskoj godini treba da pisano (mail-om) obavesti Vedrana Carevića. Studenti generacije 2024/25. koji uzmu potpis mogu, nezavisno od toga, u narednoj 2025/26. godini ponovo da rade zadatke i sakupljaju PIO poene (ako žele da iznova slušaju kurs, čak i u slučaju da nisu obnovili upis predmeta – potrebno je samo da se jave V. Careviću radi stavljanja na interni spisak). Studenti koji ne uzmu potpis upisuju predmet dogodne i rade elaborat iznova.
- PIO:** U školskoj 2024/25. godini bilo je planirano da studenti tokom semestra mogu da zarade deo konačne ocene, izradom 7 zadataka i jednog kolokvijuma (testa). Realizovana je izrada 4 zadatka, a kolokvijum nije održan, zbog prekida nastave. Zbog toga se koriguje obračun PIO poena na sledeći način: ostvareni učinak pri izradi prva četiri zadatka (izražen u procentima u odnosu na maksimalni mogući učinak, 0-100 %) se proglašava konačnim učinkom. Ovako izračunati PIO je maksimalno do 100 poena, a ponderiše se, za konačnu ocenu, množenjem faktorom 0,30, kao što je objašnjeno u nastavku. Vezano uz ovo, s obzirom da takođe nije bilo moguće realizovati, na početku kursa najavljeni, dodatni temin za izradu propuštenih zadataka, u ispitnim rokovima u kojima važi PIO iz školske 2024/25. godine, uspostavlja se i dodatni način obračuna poena za formiranje konačne ocene bez PIO poena, prikazan u nastavku, u delu „Ocena“.
- Ispit:** Ispit mogu da polažu samo studenti sa validnom prijavom – odnosno čije se ime nalazi na elektronskom spisku Fakulteta. Uslov za prijavljivanje ispita je potpis iz ovog predmeta. Ispit je pismeni i usmeni.
- Pismeni:** Pismeni ispit sadrži 2-3 zadatka. Pismeni ispit se radi 2 sata i 15 minuta, sa literaturom, i boduje sa maksimalno 103 poena (do 100 poena na zadatke i do 3 poena na urednost, preglednost i obrazloženost rešenja). Student je položio pismeni ispit ako je rešavanjem zadataka zaradio ≥ 51 poena. Poeni, predviđeni za svaki zadatak, naznačeni su na postavci: $1+2(+3) = ..+..+ = 100$. Tipovi zadataka ilustrovani su u nastavku.
- Usmeni:** Usmeni ispit se polaže na osnovu položenog pismenog ispita. U skladu sa odlukom NN veća Fakulteta, položen pismeni ispit važi za dva polaganja usmenog ispita u tekućoj školskoj godini. Ako je pismeni ispit položen ranije, potrebno je ponovno prijavljivanje ispita. Sva pitanja za usmeni ispit navedena su u ovom materijalu, u obliku u kome su na ispitnim ceduljama. Na usmenom ispitu student odgovara na 3 pitanja sa spiska. Student pri drugom polaganju usmenog ispita (na osnovu jednog pismenog) odgovara na dvostruki broj pitanja (6 pitanja). Da bi položio usmeni ispit student mora da dâ zadovoljavajući odgovor na sva pitanja koja je izvukao.
- Ocena:** Konačna ocena se izračunava prema (primenjuje se povoljnije za studenta od): $0,3 \times PIO(0 \div 100) + 0,4 \times \text{pismeni}(0 \div 103) + 0,3 \times \text{usmeni}(0 \div 100)$, alternativno $0,7 \times \text{pismeni}(0 \div 103) + 0,3 \times \text{usmeni}(0 \div 100)$, (zaključno sa januarskim rokom 2026.) i iznosi: do 50 poena $\rightarrow 5$, $51 \div 64 \rightarrow 6$, $65 \div 74 \rightarrow 7$, $75 \div 84 \rightarrow 8$, $85 \div 94 \rightarrow 9$ i 95 i više $\rightarrow 10$.

Uputstvo za polaganje pismenog ispita

Pažljivo pročitati tekst zadataka. **Ne boduje se: rad sa računskim greškama, rad koji nije potreban za rešavanje zadataka, račun sa podacima koji se razlikuju od zadatih podataka u tekstu.** Na omot rada, **a ukoliko se ne radi u vežbanci,** i na svaki list, upisati ime, prezime i broj indeksa, a strane numerisati. **Strane (van vežbanke) bez ličnih podataka i numeracije se neće pregledati.**

Pismeni ispit traje 2 sata i 15 minuta. U pogledu koncepta pismenog ispita primenjuju se sledeće opcije:

- Kombinacija 1. i jednog zadatka iz grupe 2. - 7. (prema opisu iz ovog materijala za polaganje ispita), **ILI**
- Kombinacija tri zadatka iz grupe 2. - 7.

U nastavku su dati primeri zadataka (1 – 7, sa varijantama). Osenčene stavke su promenljive.

Tekst može biti i drugačiji. Na linku http://imksus.grf.bg.ac.rs/nastava/BETON-NOVI%20NASTAVNI%20PLAN_2021/PNBK/PNBK_primeri_zadataka_pismeni.pdf su dati dodatni primeri ovih zadataka koji mogu poslužiti za vežbu.

1. Projektovati montažni krovni nosač statičkog sistema proste grede koji se prethodno napreže utezanjem nakon očvršćavanja betona tako da se naponi ograniče na veličine koje omogućavaju ispunjenje svih projektnih uslova prema SRPS EN 1992-1-1:2015. Zahtevi:

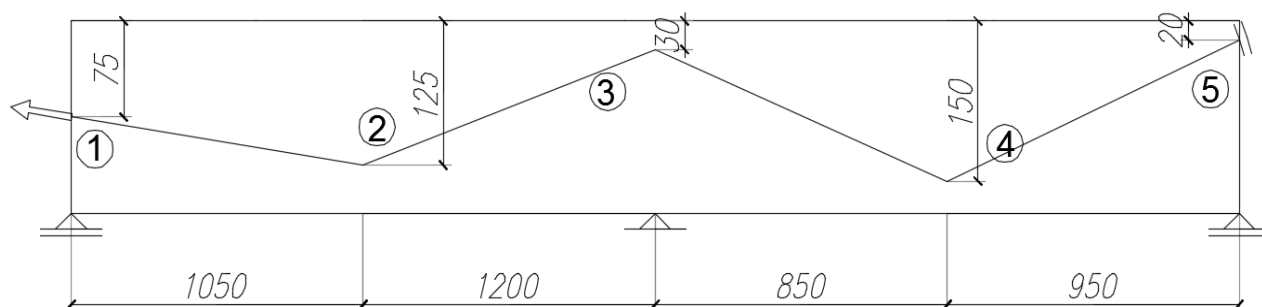
- raspon $L = 28.0$ m
- opterećenja: g (sopstvena težina – prema usvojenom preseku), $\Delta g = 15.0$ kN/m' (ne deluje pri prethodnom naprezanju), $q_s = 10.0$ kN/m' (sneg), $q_w = 5.0$ kN/m' (vetar)
- kotve IMS SPB S6/15 (kablovi $6\varnothing 15,2$), maksimalna sila na presi 974 kN
- prethodno naprezanje pri starosti od 7 dana
- beton C40/50, cement klase N, potpuno prethodno naprezanje
- klasa izloženosti XC3
- širina preseka $b \leq 55$ cm
- visina na osloncu iz uslova da je nagib gornjeg pojasa ≥ 3.0 %
- prečnik zaštitne cevi $\varnothing 50$ mm.
- kvazi-stalna kombinacija opterećenja nije merodavna

Uraditi:

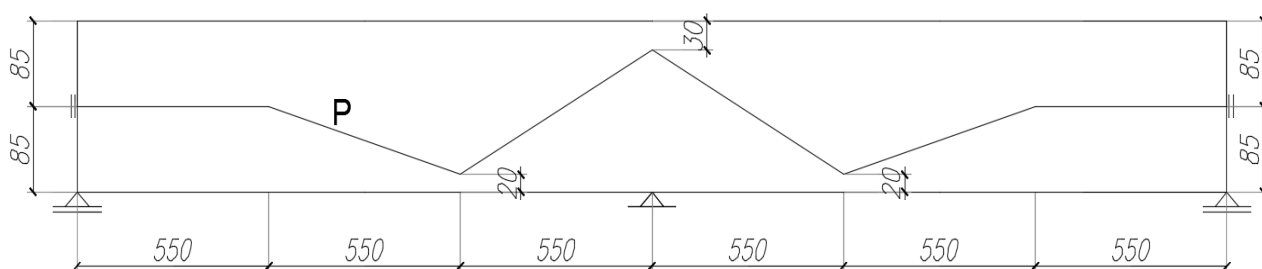
- 1.1. Nacrtati u razmeri i kotirati presek u sredini raspona sa rasporedom zaštitnih cevi;
- 1.2. Nacrtati u razmeri i kotirati presek kod oslonca sa rasporedom kotvi;
- 1.3. Pretpostaviti (usvojiti) početne gubitke i gubitke u vremenu za presek u sredini raspona;
- 1.4. Definirati silu na presi (P^0). Za usvojenu silu na presi i pretpostavljene gubitke sračunati početnu (P_0) i trajnu (P_t) silu PN;
- 1.5. Sračunati položaj (rezultante) sile PN u preseku u sredini raspona i kod oslonca;
- 1.6. Kontrolisati napone za presek u sredini raspona za fazu PN (može sa karakteristikama bruto betonskog preseka);
- 1.7. Kontrolisati napone za presek u sredini raspona za karakterističnu/kvazi-stalnu i karakterističnu kombinaciju opterećenja (može sa karakteristikama bruto betonskog preseka);
- 1.8. Kontrolisati položaj rezultante sile PN na osloncu.

Napomena uz zadatak tip 1: Kada u zadatku nije zadat presek (sredina, oslonac), od studenata se očekuje da ga racionalno konstruišu (dimenzionišu). Kriterijum racionalnosti jeste ostvarenje što manjeg (nižeg) preseka u sredini raspona. Primer ovakvog postupka može se videti u nastavnom Prilogu 4.1. (razrada rešenja - tačke 1. do 10.) Međutim, rešenjem se smatra i nasumično usvojen presek, za koji se dokaže da ispunjava tražene zahteve. Pritom, ukoliko je presek veći (viši) nego što bi mogao da bude, ostvareni poeni se umanjuju za po 3 poena za svakih 5 cm suviše visine!

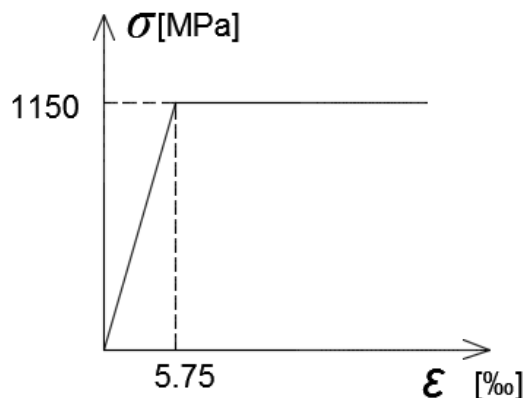
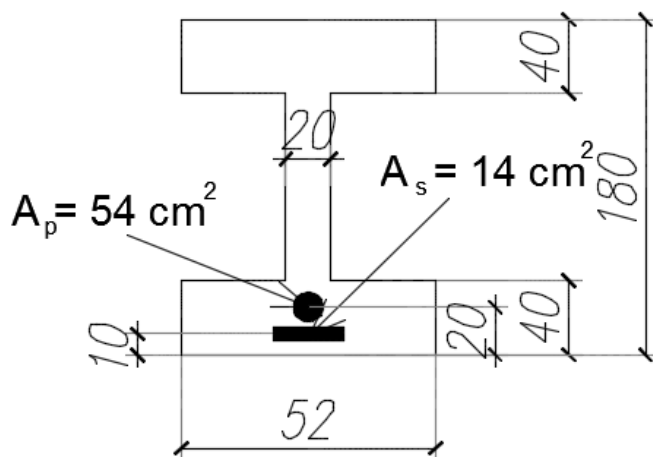
2. Za prikazani kabl koji se uteže sa levog kraja, sračunati promenu sile (gubitke) usled trenja (odrediti veličinu sile u obeleženim tačkama 1–5). Parametri trenja su 0.30 1/rad i $2.0 \times 10^{-3} \text{ 1/m}$. Sila na presi iznosi $P^0 = 6000 \text{ kN}$. (naravno, oblik i geometrija trase i nosača su promenljivi)



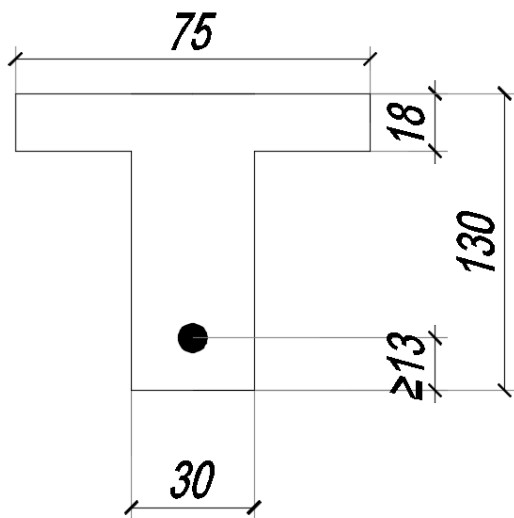
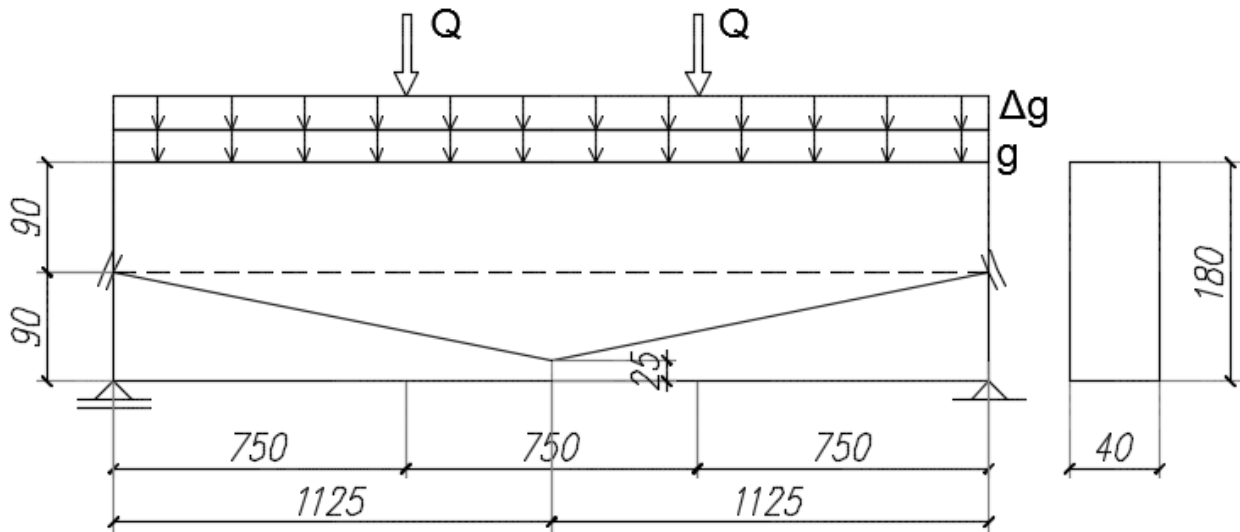
3. Za prikazani nosač i trasu rezultantnog kabla sračunati ekvivalentno opterećenje i nacrtati dijagrame presečnih sila M , V , N samo od uticaja PN. Sila u kابلu je $P = 6000 \text{ kN}$. Prikazati veličine reakcija oslonaca i nacrtati i dijagram momenata (M) samo usled reakcija. Poprečni presek je pravougaoni. (naravno, oblik i geometrija trase i nosača su promenljivi)



4. Za prikazani presek od betona klase C35/45 sračunati graničnu nosivost na savijanje (moment loma). Dilatacija čelika za PN pri dekompresiji iznosi 5.2 ‰ . Za užad za prethodno naprezanje koristiti bilinearni dijagram σ – ϵ sa horizontalnom gornjom granom bez ograničenja dilatacije dat na skici, a za beton koristiti proračunski pravougaoni blok dijagram, prema SRPS EN 1992-1-1:2015.



5. Sračunati ugib u sredini raspona u $t \rightarrow \infty$ prikazanog prethodno napregnutog nosača pri delovanju naznačenog opterećenja. Sila u kablu je $P_0 = 5000$ kN, $\eta = 0.84$, $\varphi(t, t_0) = 2.4$, $\varphi(t, t_1) = 2.0$, C30/37, g je sopstvena težina – prema preseku, $\Delta g = 16.0$ kN/m' (Δg počinje da deluje od t_1), $Q = 700$ kN ($\psi_2 = 0.3$). Poprečni presek je pravougaoni 40×180 cm. (naravno, oblik i geometrija trase i nosača su promenljivi, kao i struktura opterećenja)



6. Montažna greda sa prikazanim konstantnim presekom ima raspon od 18.0 m. Nakon montaže nanosi se dodatni teret $\Delta g = 10$ kN/m'. Opterećenje od snega je $q_s = 18$ kN/m'. Proveriti da li je moguće ograničiti napone u preseku u sredini raspona na veličine koje omogućavaju ispunjenje svih projektnih uslova prema SRPS EN 1992-1-1:2015 ako je predviđeno PN početnom silom $P_0 = 3100$ kN. C45/55, potpuno PN. Za koeficijent trajne sile usvojiti $\eta = 0.82$. Kvazi-stalna kombinacija opterećenja nije merodavna. Komentarisati rezultat. Sve proračune sprovesti sa betonskim bruto presekom.

7. Proračun prema transvezalnim silama – ULS PN nosača – 3 tipa zadataka

Prvi (stalni) deo postavke zadatka:

Za PN nosač sistema proste grede za presek kod oslonca prema slici („I“ ili „T“ presek definisane geometrije betonskog preseka i klase čvrstoće, sa naznačenim položajem i površinom resultantnog kabla) u kome deluju presečne sile od pojedinih opterećenja:

- $M(g) = **.*$ kNm $V(g) = **.*$ kN
- $M(\Delta g) = **.*$ kNm $V(\Delta g) = **.*$ kN
- $M(q_1) = **.*$ kNm $V(q_1) = **.*$ kN $\psi_{0,1} = 0,.**$
- $M(q_2) = **.*$ kNm $V(q_2) = **.*$ kN $\psi_{0,2} = 0,.**$
- $P_0 = ****$ kN $\eta = 0,.**$

sračunati potrebne vrednosti graničnih (ULS) uticaja (u skladu sa zahtevanim proračunima u nastavku zadatka).

Drugi (varijantni) deo postavke zadatka:

Varijanta 1. Pokazati da su ispunjeni uslovi za proračun nosivosti na smicanje PN elementa bez proračunske armature za smicanje za slučaj kada nema prslina od savijanja. Odrediti nosivost na smicanje $V_{Rd,c}$ prema naprezanju u nivou težista preseka. U jednom horizontalnom redu u rebru ima 1/2/... zaštitnih cevi prečnika $\varnothing$. Izvesti zaključak o potrebi osiguranja armaturom za smicanje.

Varijanta 2. Izračunati nosivost na smicanje PN elementa bez proračunske armature za smicanje za slučaj sa prslinama od savijanja. U jednom horizontalnom redu u rebru ima 1/2/... zaštitnih cevi prečnika $\varnothing$. Izvesti zaključak o potrebi osiguranja armaturom za smicanje.

Varijanta 3. Izračunati maksimalnu nosivost na smicanje PN elementa $V_{Rd,max}$ U jednom horizontalnom redu u rebru ima 1/2/... zaštitnih cevi prečnika $\varnothing$. Usvojiti vrednost ugla pritisnutih dijagonala θ i uraditi proračun armature za smicanje i minimalne armature za smicanje. Usvojiti armaturu za smicanje.

Претходно напрегнуте бетонске конструкције – питања за усмени испит

- **Важе закључно са јануарским роком 2026. године** (после тога иновира се листа питања, према садржају предавања у школској 2025/26. години).
- Студент одговара на 3 питања са списка. У складу са одлуком ННВ Факултета положен писмени испит важи за два полагања усменог испита у текућој школској години. Студент **при другом** полагању усменог испита (на основу једног писменог) **одговара на двоструки број питања** (6 питања; број питања на усменом за сваког студента објављује се на обавештењу о позивању на усмени испит).
- Да би положио усмени испит, потребно је да студент дâ задовољавајући одговор **на сва питања** која је извукао.
- У питањима текст у *италику* означава ширу целину из које је постављено питање или појашњење питања. Одговор се даје на наведено конкретно питање - текст иза *италика*. Није потребно објашњавати остале делове шире целине, **нити остали делови могу послужити уместо одговора на постављено питање**.
- Текст питања на испитним цедуљама исти је као што је приказано у наставку. **Када је у питању наведен и образац, потребно је објаснити његову намену, све величине које су потребне за израчунавање и димензију** (мерну јединицу) у којој је изражен резултат (након израчунавања). Од студената се очекује да знају обрасце који представљају дирекну примену отпорности материјала. Ови обрасци нису наведени у поставци питања.

1. Најчешћи разлози за претходно напрезање бетонских конструкција. Принципи претходног напрезања носача изложених савијању (обликовање трасе и нормални напони у пресецима са највећим моментима након претходног напрезања и при максималном експлоатационом оптерећењу). Претходно напрезање механичким поступцима.
2. Еквивалентно оптерећење каблова. Дефиниција, особине, примена. Еквивалентно оптерећење за основне облике трасе.
3. (*Претходно напрезање накнадним затезањем каблова*;) Елементи потребни за извођење претходног напрезања накнадним затезањем каблова и поступак извођења.
4. Челик за претходно напрезање: врсте (облици), главне фазе процеса производње, механичке карактеристике потребне за конструисање прорачунског дијаграма. Вредности (или опсег вредности) механичких карактеристика челика за претходно напрезање који се данас користе.
5. (*Релаксација напона у челику за претходно напрезање*;) Опис појаве. Параметри који највише утичу на прорачунску вредност коначне релаксације у претходно напрегнутим конструкцијама.
6. (*Релаксација напона у челику за претходно напрезање*;) Прорачун губитка напона услед чисте релаксације према EN 1992-1-1

$$\left(\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0.66 \rho_{1000} e^{9.1\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75(1-\mu)} 10^{-5} \right).$$

7. Корозија челика за претходно напрезање. Утицај високих температура на механичке карактеристике челика за претходно напрезање.
8. Системи за претходно напрезање; елементи од којих се састоји систем. Начини анкеровања каблова. Принцип функционисања котве са клиновима. Делови котве.
9. *(Пројектовање претходно напрегнутих елемената из услова ограничавања напона:)* Потпуно, ограничено и парцијално претходно напрезање; ограничења напона која се препоручују у складу са изабраним степеном претходног напрезања.
10. *(Пројектовање претходно напрегнутих елемената према допуштеним напонима – проста греда оптерећена на савијање:)* Избор степена претходног напрезања, материјала, конципирање трасе и обликовање пресека дуж носача - елементи на основу којих се усвајају поједине димензије разуђених пресека, обликовање пресека на местима анкеровања. Минимални размаци заштитних цеви и заштитни слој каблова.
11. *(Пројектовање претходно напрегнутих елемената према допуштеним напонима – проста греда оптерећена на савијање:)* Мередажни услови у пресеку при ограничавању напона при претходном напрезању и у експлоатацији (изрази за напоне на ивицама пресека при претходном напрезању и у експлоатацији при карактеристичном оптерећењу).
12. EN 1992-1-1: Ограничења прслина код претходно напрегнутих елемената. Услов (захтев) декомпресије.
13. *(Усвајање силе претходног напрезања):* Усвајање потребног броја каблова и одређивање одговарајуће силе на преси. Утицај трасе кабла, избора материјала и услова средине на вредности појединих губитака - побројати губитке силе претходног напрезања *(без објашњавања узрока губитака)* – и навести шта и како (повећава, смањује) утиче на величину појединих губитака.
14. *(Трасирање каблова код претходног напрезања накнадним затезањем):* Услови за обликовање трасе појединачног кабла (захтеви изводљивости). Садржај плана каблова.
15. Гранична зона за вођење резултантног кабла („физо зона“) – исписати један од услова за просту греду. Положај физо зоне дуж распона просте греде. Примена.
16. Губици силе претходног напрезања услед трења. Параметри прорачуна и процена величине губитака у карактеристичним пресецима гредних носача ($\Delta_{\tau} = e^{-(\mu\theta + k_s s)}$, $\Delta_{\tau} = e^{-\mu(\theta + k_1 s)}$).
17. Губици силе претходног напрезања услед еластичног скраћења елемената при сукцесивном утезању каблова код претходног напрезања накнадним утезањем ($\Delta_{el} = 1 - 0,5 \cdot \frac{E_p}{E_c} \cdot A_p \cdot \left(\frac{1}{A_c} + \frac{z_{cp}^2}{I_c} - \frac{M_{min} \cdot z_{cp}}{\Delta_{\tau} \cdot N_p^0 \cdot I_c} \right)$). Утицај редоследа утезања на величину губитака. Прорачун губитка у случају претходног напрезања на стази.
18. Губици силе претходног напрезања током времена. Процена величине губитака

код гредних носача ($\Delta\sigma_p = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,p}}{1 + \frac{E_p}{E_c} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2 \right) \cdot (1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0))}$).

19. (Прорачун претходно напрегнутих елемената оптерећених на савијање према трансверзалним силама:) Прорачун претходно напрегнутих елемената без прслина услед савијања у зони прорачуна којима није потребна прорачунска арматура за смицање $(V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}})$.
20. (Прорачун претходно напрегнутих елемената оптерећених на савијање према трансверзалним силама:) Прорачун претходно напрегнутих елемената којима није потребна прорачунска арматура за смицање (елементи са прслинама, $V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$; $V_{Rd,c} = (v_{\min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$).
21. (Прорачун претходно напрегнутих елемената оптерећених на савијање према трансверзалним силама:) Прорачун вертикалне арматуре ПН елемената којима је потребна прорачунска арматура за смицање. Максимална носивост ПН елемената на смицање $(V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{ywd} \cot \theta, V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta))$.
22. (Прорачун граничне носивости на савијање пресека претходно напрегнутих елемената:) Критеријум за достизање граничног стања ПН елемената напрегнутих на савијање. Прорачунски дијаграми. Претходна дилатација у кабловима (дилатација при декомпресији, $\varepsilon_{p,dec} = \frac{P_t}{E_p A_p} + \frac{1}{E_{cm}} \left(\frac{P_t}{A_i} + \frac{P_t \cdot z_p^2}{I_i} \right)$).
23. (Прорачун граничне носивости на савијање пресека претходно напрегнутих елемената:) Унутрашње силе у пресеку и израчунавање граничног момента.
24. (Прорачун угиба претходно напрегнутих елемената напрегнутих на савијање). Израчунавање угиба за носаче са константним и са променљивим пресеком.
25. (Претходно напрезање на стази - претходно напрезање претходним затезањем каблова:) Елементи потребни за извођење и поступак извођења.
26. (Претходно напрезање на стази - претходно напрезање претходним затезањем каблова:) Могући облици еквивалентног оптерећења и дијаграма пресечних сила услед ПН, и начин извођења којим се они постижу.
27. Употреба обичне (не-преднапрегнуте) арматуре у ПН носачима: где се и зашто поставља, могуће обликовање.