



Studijski program:

Građevinarstvo

Godina/Semestar:

III godina / V semestar

Naziv predmeta (šifra):

**Teorija betonskih konstrukcija 1
(Б3О3Б1)**

Nastavnik:

Jelena Carević / Stefan Ž. Mitrović / Milica Vidović

Naslov vežbi:

**Jednostruko armiranje-vezano
dimenzionisanje. Dvostruko armiranje.
Slobodno dimenzionisanje. T presek.**

Datum:

20.11.2025.

Beograd, 2023.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu na daljinu studenta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2023/2024 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.



Zadatak 4 - **SLOBODNO** dimensionisanje

Odrediti **visinu** i potrebnu **površinu armature** za presek pravougaonog oblika, opterećen momentima savijanja usled stalnog (M_G) i povremenog (M_Q) opterećenja. Podaci za proračun:

$$M_G = 60 \text{ kNm}$$

$$b = 25 \text{ cm}$$

$$\text{C25/30}$$

$$M_Q = 80 \text{ kNm}$$

$$\text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ MPa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 4 - **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. $M_{Ed} = 1.35 \times 60 + 1.5 \times 80 = 201 \text{ kNm}$

2. usv. $\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 3.5 / 10\text{‰}$

$2,5\text{‰} \leq \varepsilon_{s1} \leq 45 \text{‰}$

Za B500 **B** !!

$\varepsilon_c (\text{‰})$	$\varepsilon_{s1} (\text{‰})$	ξ	ζ	$\omega_1 (\%)$	k	μ
3.50	10.00	0.259	0.892	20.988	2.311	0.187

$k = 2.311$; $\omega_1 = 20.988\%$; $\zeta = 0.892$

3. Računamo: $d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}} = 2.311 \times \sqrt{\frac{201 \times 10^2}{25 \times 1,42}} = 55 \text{ cm}$

Zadatak 4 - **SLOBODNO** dimenzionisanje

4. Računamo:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 20.988 \times \frac{25 \times 55}{100} \times \frac{1.42}{43.5} = 9.42 \text{ cm}^2$$

ILI

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \times f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}} = \frac{201 \times 10^2}{0.892 \times 55 \times 43.5} = 9.42 \text{ cm}^2$$

5. Usvojeno: **5Ø16** (10,05 cm²)

Zadatak 4 - **SLOBODNO** dimenzionisanje

6. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

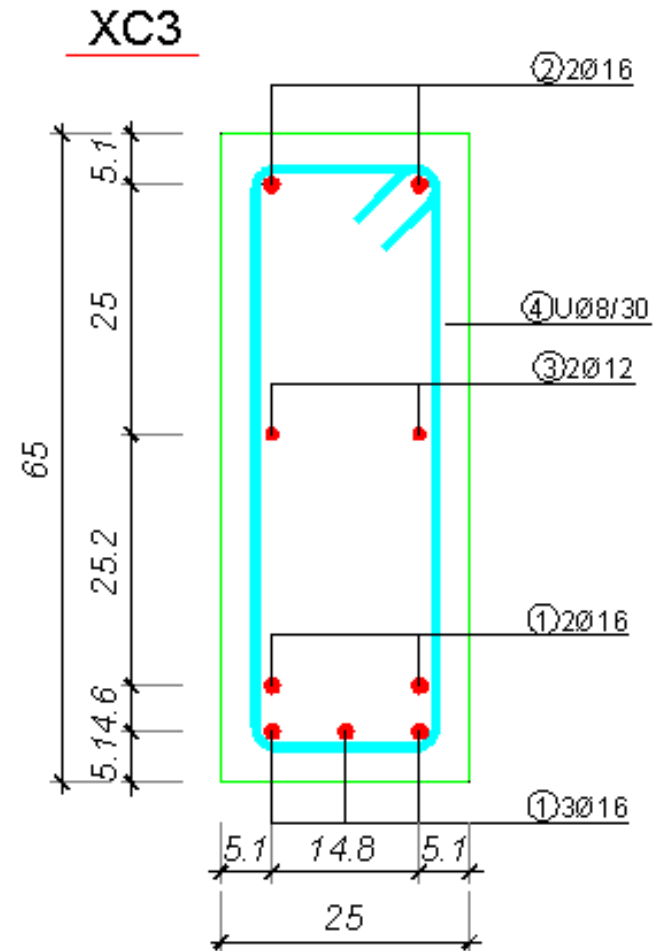
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (3 \times 5.1 + 2 \times 9.7)/5 = 6.94 \text{ cm}$$

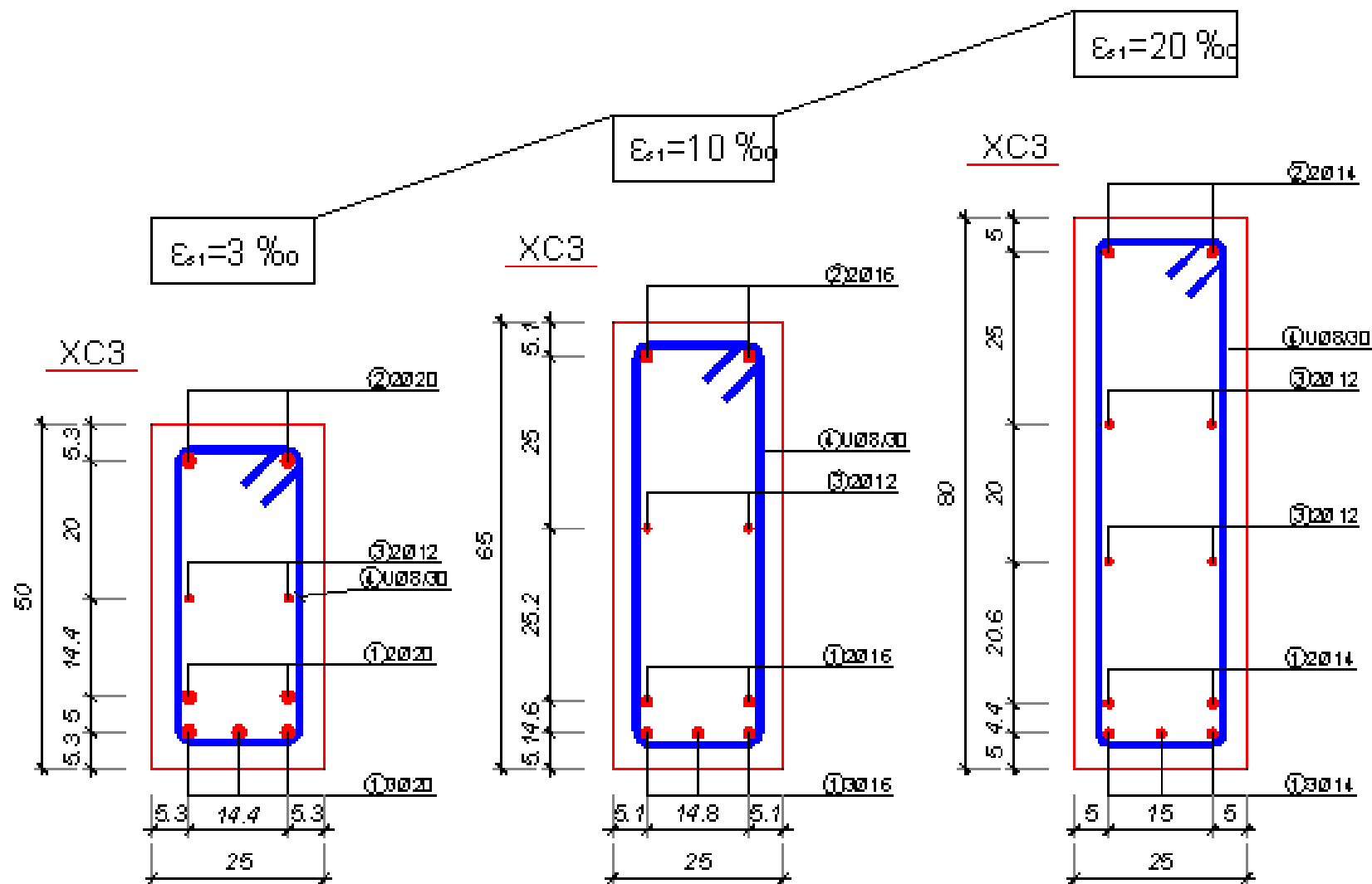
$$h = 55 + 6.94 = 61.94 \text{ cm}$$

$$\text{usv. } h = 65 \text{ cm}$$

7. Konstruisanje preseka



Različite dilatacije u armaturi



REZIME

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

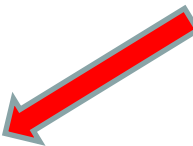
Dejstvo	Stalno (γ_G)	Promenljivo (γ_Q)
Nepovoljno	1.35	1.50
Povoljno	1.00	0.00

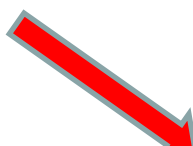
Dejstvo	ψ_0
Korisno opterećenje (SRPS EN 1991-1-1)	
Kategorija A: Prostorije za domaćinstvo i stanovanje	0.7
Kategorija B: Kancelarijske prostorije	0.7
Kategorija C: Prostorije za okupljanje ljudi	0.7
Kategorija D: Trgovačke prostorije	0.7
Kategorija E: Skladišne prostorije	1.0
Kategorija F: Saobraćajne površine, vozilo ≤ 30 kN	0.7
Kategorija G: Saobraćajne površine, $30\text{kN} < \text{vozilo} \leq 160$ kN	0.7
Kategorija H: Krovovi	0
Opterećenja od snega (SRPS EN 1991-1-3)	
Finska, Švedska, Norveška, Island	0.7
Ostale članice CEN, lokacije visine $H > 1000\text{m}$ nadmorske visine	0.7
Ostale članice CEN, Lokacije visine $H \leq 1000\text{m}$ nadmorske visine	0.5
Opterećenja od vetra (SRPS EN 1991-1-4)	0.6
Temperatura (ne požar) (SRPS EN 1991-1-5)	0.6

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

2. Usvajaju se ε_c i ε_{s1} , pri čemu je:

$$\varepsilon_c = 3,5\text{‰} \quad \text{i} \quad \varepsilon_{s1,\text{lim}} \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_{ud}$$


$$\varepsilon_{s1,\text{lim}} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,0025 \\ \frac{f_{yd}}{E_s} \end{array} \right.$$


$$0,9 \cdot \varepsilon_{uk} = 45\text{‰}$$

Za usvojene vrednosti dilatacija iz tabela se očitavaju koeficijenti k ili μ (**položaj neutralne linije**), odnosno ω_1 (**mehanički procenat armiranja**).

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

3. Sračunava se **statička visina, d** :

$$\varepsilon_c / \varepsilon_{s1} \xrightarrow{\text{TABL.}} k \Rightarrow d = k \sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}$$

4. Sračunava se **potrebna površina armature, A_{s1}** :

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{ili} \quad A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{z \times f_{yd}} = \frac{M_{Ed}}{\zeta \times d \times f_{yd}}$$

Čisto savijanje – **SLOBODNO** dimenzionisanje

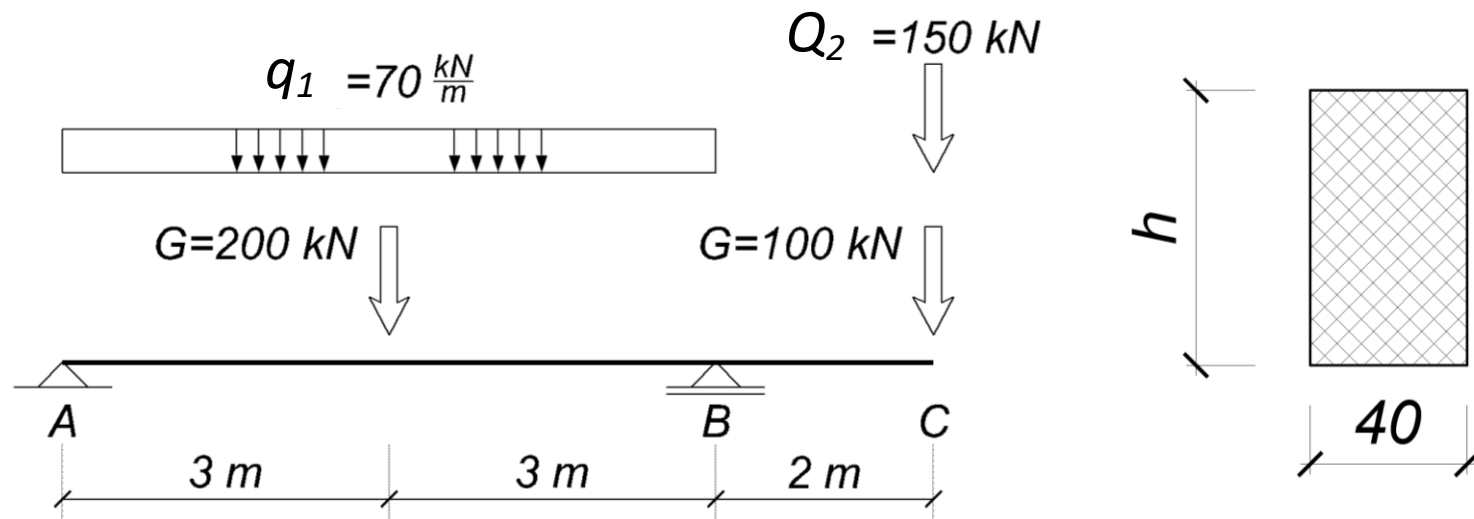
5. **Usvaja se broj i prečnik šipki armature.** Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (*vidi vežbe 1V_TBK1*)
6. **Sračunava se položaj težišta d_1** usvojene armature i usvaja visina preseka h :

$$h = d + d_1$$

7. **Konačno se konstruiše poprečni presek** i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Primer ispitnog zadatka

1. Gredu konstantnog poprečnog preseka, opterećenu stalnim opterećenjem G i povremenim opterećenjima q_1 i Q_2 (mogu delovati nezavisno) prema skici dole, dimensionisati u karakterističnim presecima prema momentima savijanja. Obezbediti da u svim dimensionisanim presecima granična dilatacija u armaturi bude najmanje 5‰.



Zadatak 5 - OBOSTRANO ARMIRANJE

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = \mathbf{750} \text{ kNm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$\text{C25/30}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$\text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 5 - **OBOSTRANO ARMIRANJE**

1. $M_{Ed}=750 \text{ kNm}$

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{750 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 1.458$$

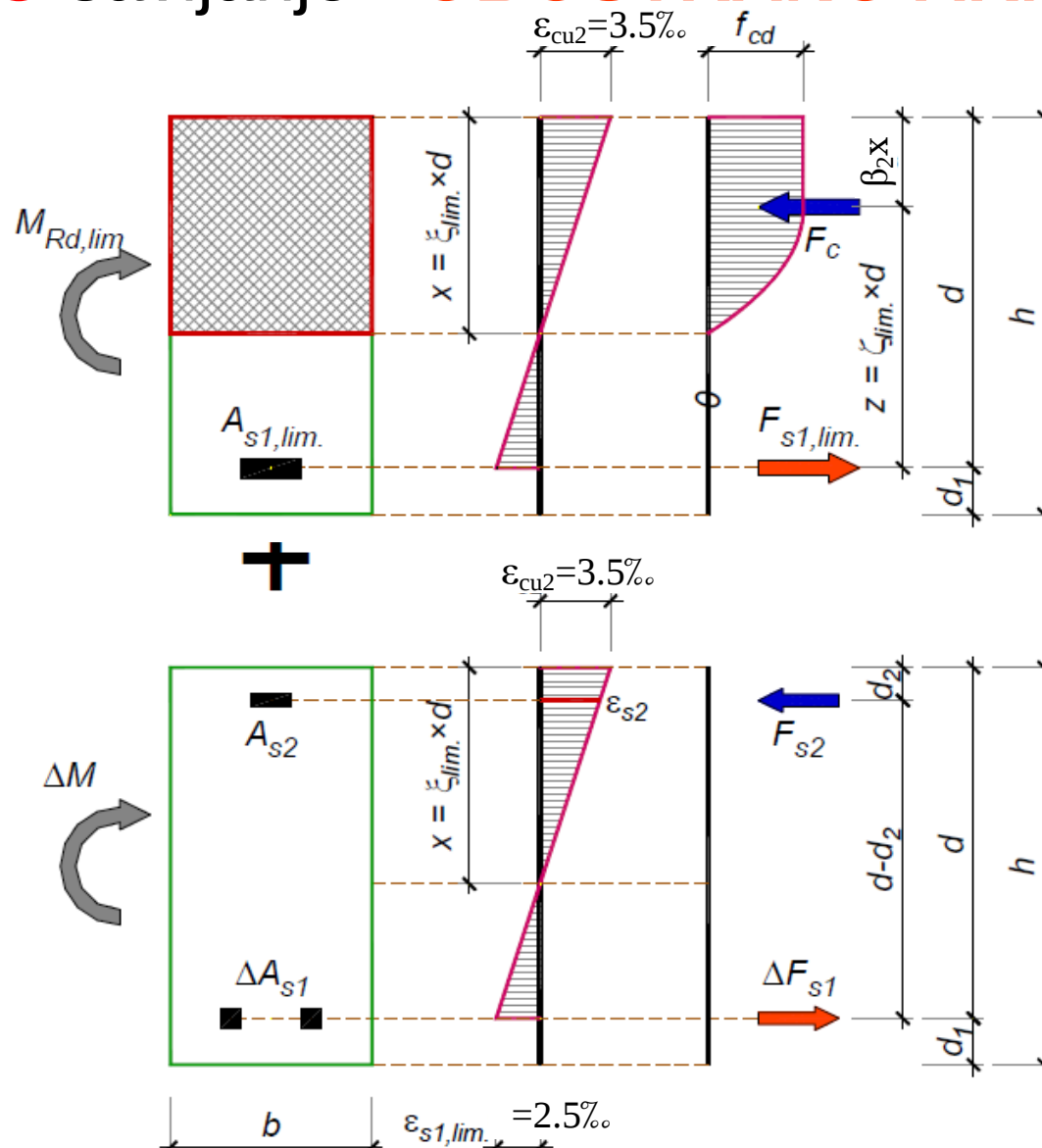
“Poslednji “ red u tablici za dimenzionisanje:

$\varepsilon_c (\text{‰})$	$\varepsilon_{s1} (\text{‰})$	ξ	ζ	$\omega_1 (\%)$	κ	μ
3.500	1.900	0.648	0.730	52.469	1.615	0.383



$\varepsilon_{s1} < 2.5\text{‰} !!!$

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE



Zadatak 5 - OBOSTRANO ARMIRANJE

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

4. Računa se:

$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{53}{1.672} \right)^2 \cdot 40 \cdot 1.42 = 570.7$$

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd,lim} = 750 - 570.7 = 179.3 kNm$$

Zadatak 5 - OBOSTRANO ARMIRANJE

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

5. Računa se:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) \sigma_{s2}} = \frac{179.3 \cdot 10^2}{(53 - 5.5) \cdot 43.5} = 8.68 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\xi_{\text{lim}} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{\text{lim}}} \varepsilon_{cu2} = \frac{0.584 - \frac{5.5}{53}}{0.584} \cdot 3.5 = 2.878 > 2.175 = \frac{435}{200} \left(= \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}} = A_{s2} = 8.68 \text{ cm}^2 \quad \sigma_{s1} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$A_{s1,\text{lim}} = \omega_{1,\text{lim}} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 47.222 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} = 32.8 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s1,\text{lim}} + \Delta A_{s1} = 32.8 + 8.68 = 41.48 \text{ cm}^2$$

Zadatak 5 - OBOSTRANO ARMIRANJE

6. Usvojeno: 9Ø25 (44.19 cm²)

8. Konstruisanje preseka

7. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.5/2 = 5.6 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 5.6 + 3.0 + 2 \times 2.5/2 = 11.1 \text{ cm}$$

$$d_1 = (5 \times 5.6 + 4 \times 11.1)/5 = 8.04 \text{ cm}$$

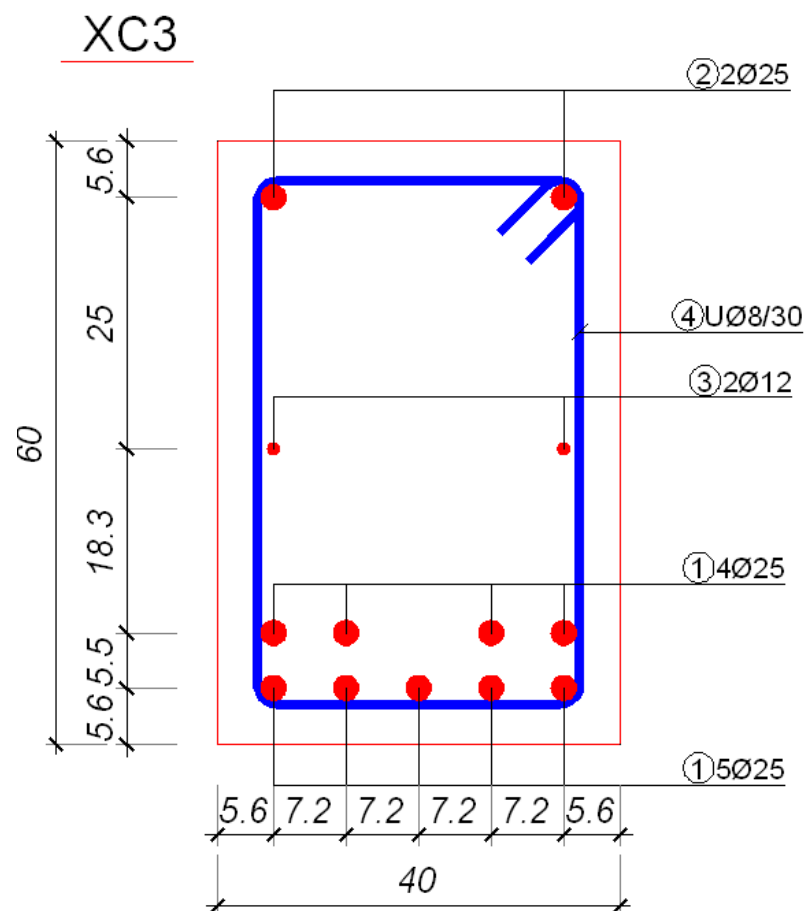
$d_{1,stv} > d_{1,prp}$ nije na strani sigurnosti jer je
 $d_{stv} < d_{prp}$, ali:

$$Z_{stv} \cdot A_{s1,stv} > Z_{prp} \cdot A_{s1,pot}$$

$$0.757 \cdot (60 - 8.04) \cdot 44.19 > 0.757 \cdot (60 - 7) \cdot 41.48$$

$$M_{Rd,stv} \approx 756.1 \text{ kNm} > M_{Rd,pot} \approx 723.9 \text{ kNm} \quad ???$$

$$M_{Rd} \approx 756.1 \text{ kNm} > M_{Ed} = 750 \text{ kNm}$$



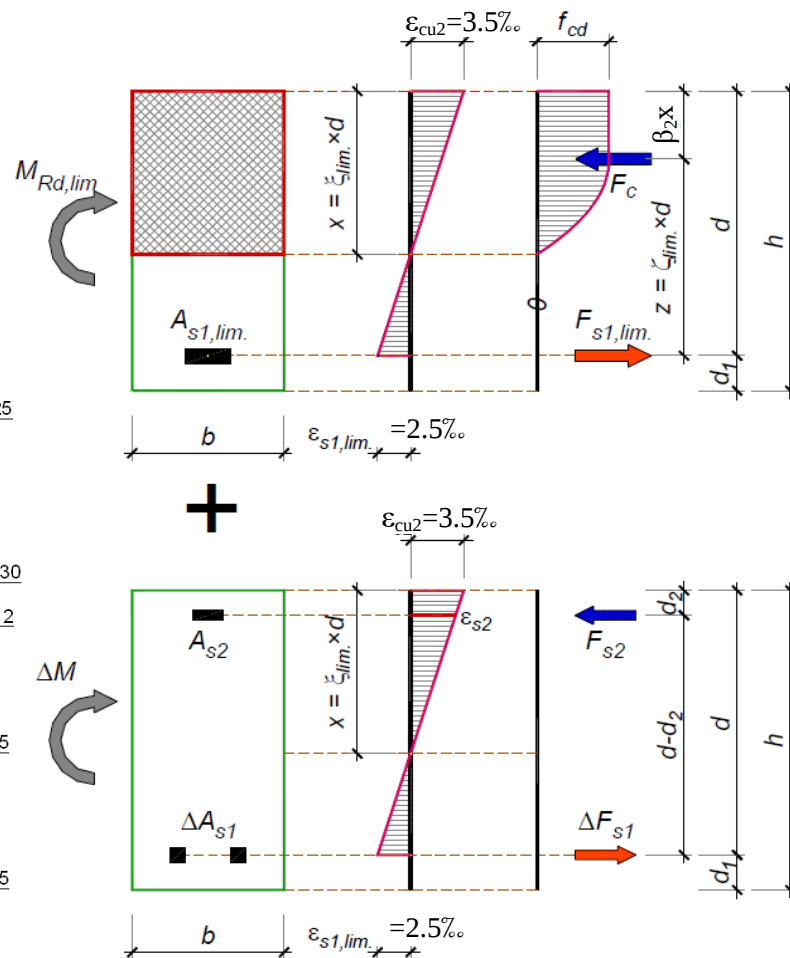
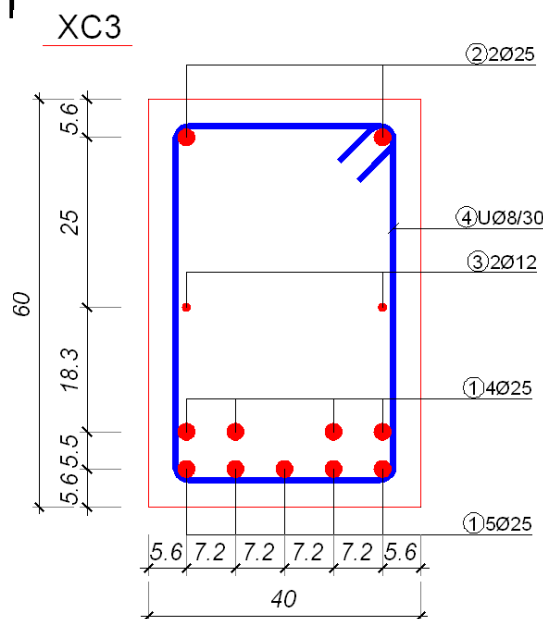
Zadatak 5 - OBOSTRANO ARMIRANJE

$$M_{Rd,stv} = 0.757 \cdot (60-8.04) \cdot 32.8 \cdot 43.5/100 + (60-8.04-5.6) \cdot 9.82 \cdot 43.5/100$$

$$M_{Rd,stv} = 759.2 \text{ kNm}$$

$$M_{Rd,pot} = 0.757 \cdot (60-7) \cdot 32.8 \cdot 43.5/100 + (60-7-5.5) \cdot 8.68 \cdot 43.5/100$$

$$M_{Rd,pot} = 751.8 \text{ kNm}$$



REZIME

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

2. Pretpostavlja se položaj težišta zategnute armature

d₁ i na osnovu toga sračunava statička visina $d = h - d_1$

3. Sračunava se koeficijent **k**: $k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}}$  dilatacije **ε_c**, **ε_{s1}**.

Ako je **ε_{s1} < 2.5‰** (ili **f_{yd}/E_s**), presek se **OBOSTRANO** armira

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE

4. Određuje se **MOMENT NOSIVOSTI JEDNOSTRANO ARMIRANOG PRESEKA**, sa procentom armiranja $\omega_{Rd,lim}$ i koeficijentom k_{lim} koji odgovaraju dilataciji armature od $\epsilon_{s1,lim} = 2.5\text{‰}$)

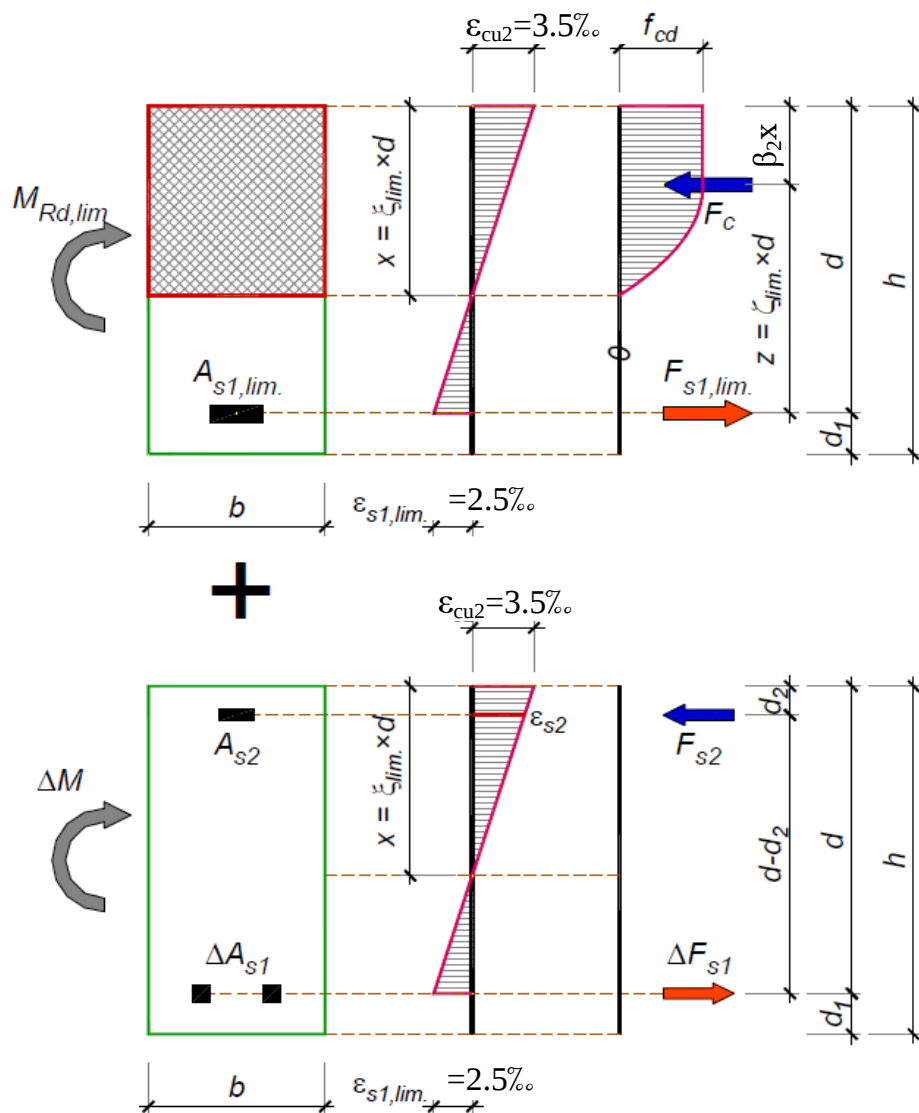
$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{d}{k_{lim}} \right)^2 b f_{cd}$$

Preostali deo spoljašnjeg momenta savijanja:

$$\Delta M = M_{Ed} - M_{Rd,lim}$$

prihvata se **dodatnom zategnutom i pritisnutom armaturom.**

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE



5. Pretpostavlja se položaj težišta pritisnute armature d_2 i određuju se površine zategnute i pritisnute armature u preseku, iz izraza:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) \sigma_{s2}}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{\xi_{lim} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{lim}} \epsilon_{cu2}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \epsilon_{s2} \leq f_{yd}$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}}$$

$$A_{s1} = A_{s1,lim} + \Delta A_{s1} = \omega_{1,lim} b d \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}}$$

ČISTO savijanje - OBOSTRANO ARMIRANJE

6. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a, čisto rastojanje između šipki)
7. Sračunava se položaj težišta d_1 usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću d_1 .
8. Konačno se konstruiše poprečni presek i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} . Podaci za proračun:

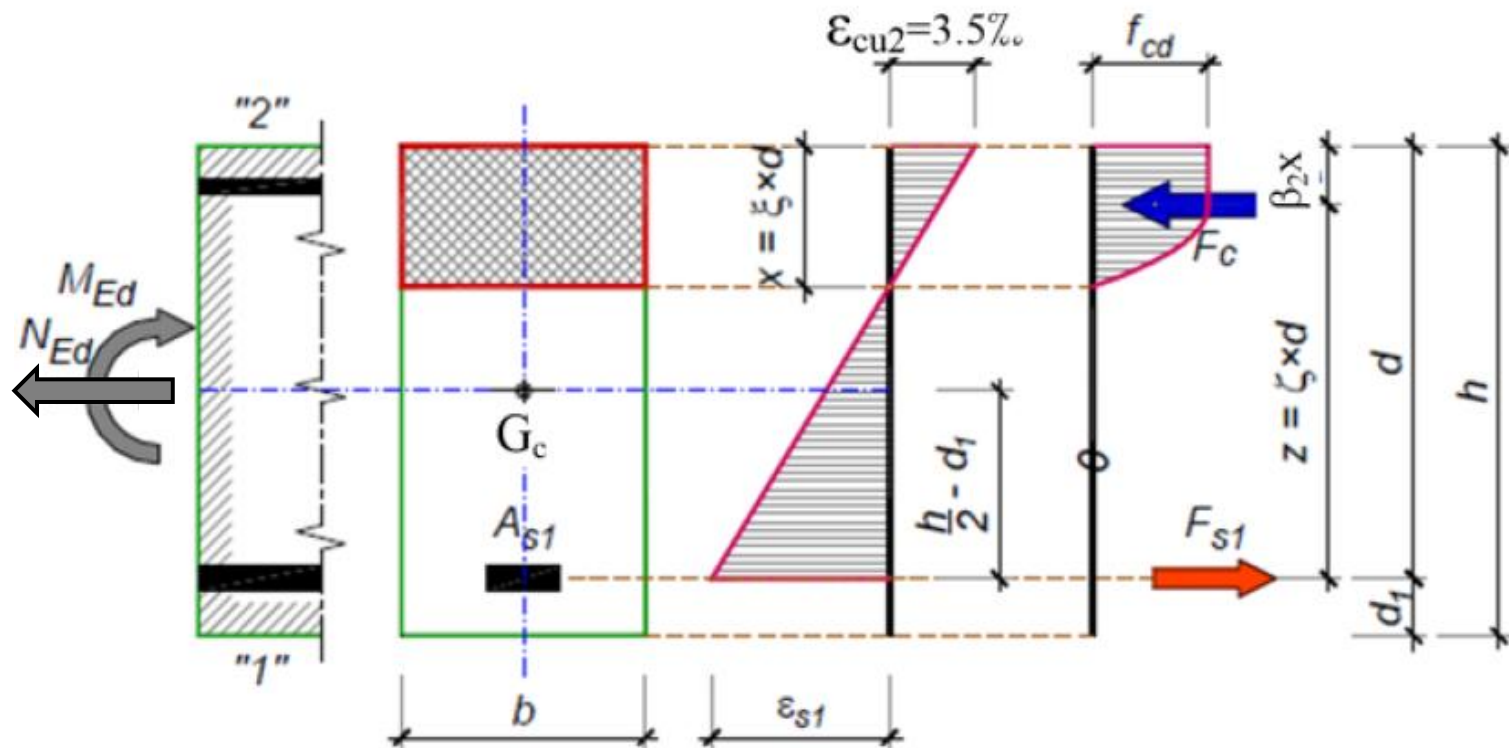
$$M_{Ed} = 250 \text{ kNm} \qquad b = 40 \text{ cm} \qquad \text{C25/30}$$

$$N_{Ed} = -200 \text{ kN} \qquad h = 60 \text{ cm} \qquad \text{B500 B}$$

$$\text{C25/30} \longrightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \longrightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**



Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

1. $M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$

$N_{Ed} = -200 \text{ kNm}$ (*zatezanje*)

2. pretp. $d_1 = 7 \text{ cm}$

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 250 - 200 \cdot \left(\frac{0.6}{2} - 0.07 \right) = 204 \text{ kNm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{204 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 2.793$$

Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	17.50	0.167	0.931	13.492	2.822	0.126
3.50	17.00	0.171	0.929	13.821	2.791	0.128
3.50	16.50	0.175	0.927	14.167	2.759	0.131

4. $\varepsilon_{s1} = 17 \text{ ‰} \geq 2.5 \text{ ‰}$, sračunava se potrebna površina armature:

$$A_{s1} = 13.821 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} + \frac{200}{43.5} = 14.1 \text{ cm}^2$$

N_{Ed} sila **ZATEZANJA!**

5. Usvojeno: **7Ø16** (14.07 cm²)

Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

6. **Računanje težišta armature**

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 1.6/2 = 5.1 \text{ cm}$$

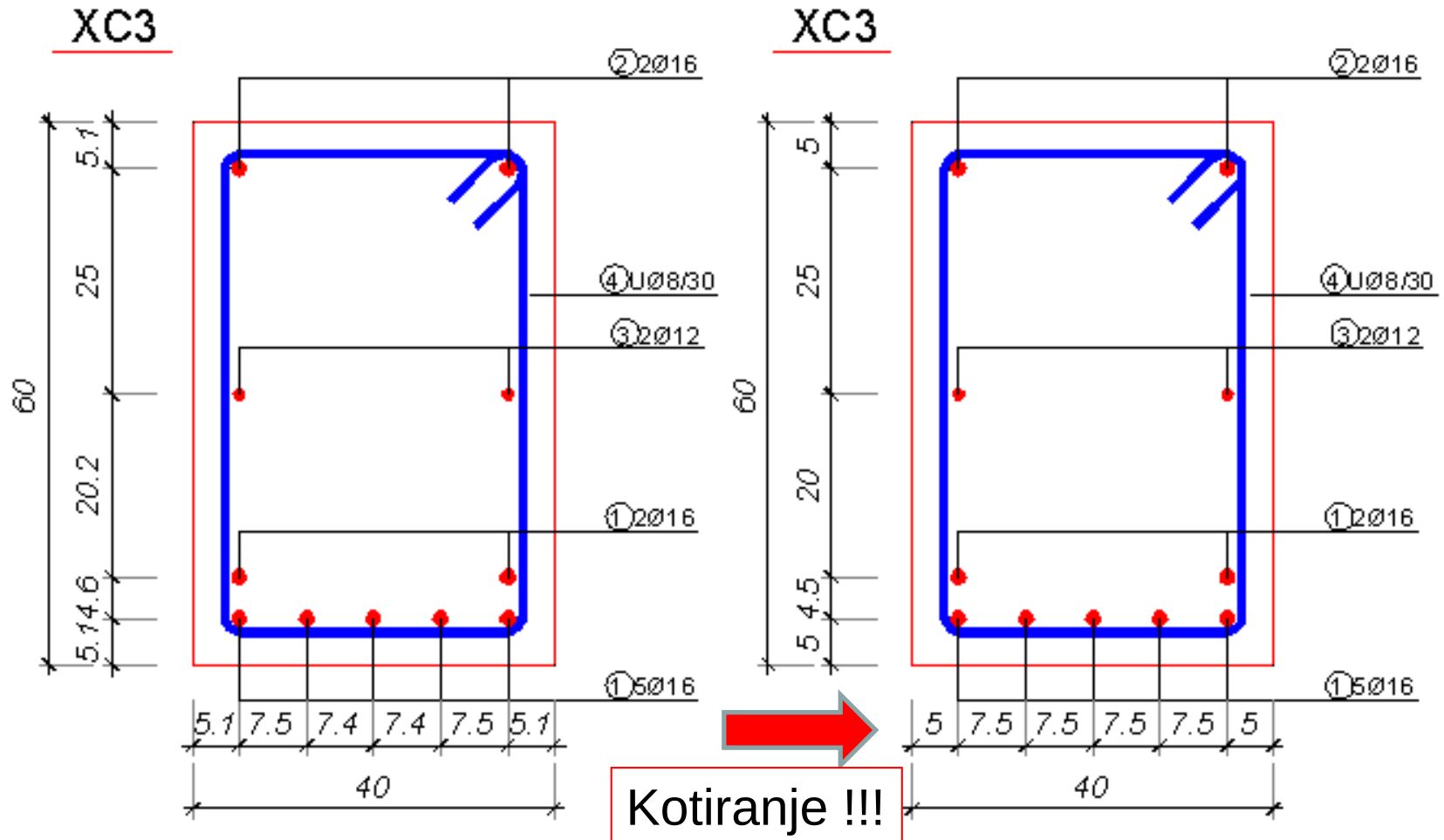
$$d^{II} = 5.1 + 3.0 + 2 \times 1.6/2 = 9.7 \text{ cm}$$

$$d_1 = (5 \times 5.1 + 2 \times 9.7)/7 = 6.41 \text{ cm}$$

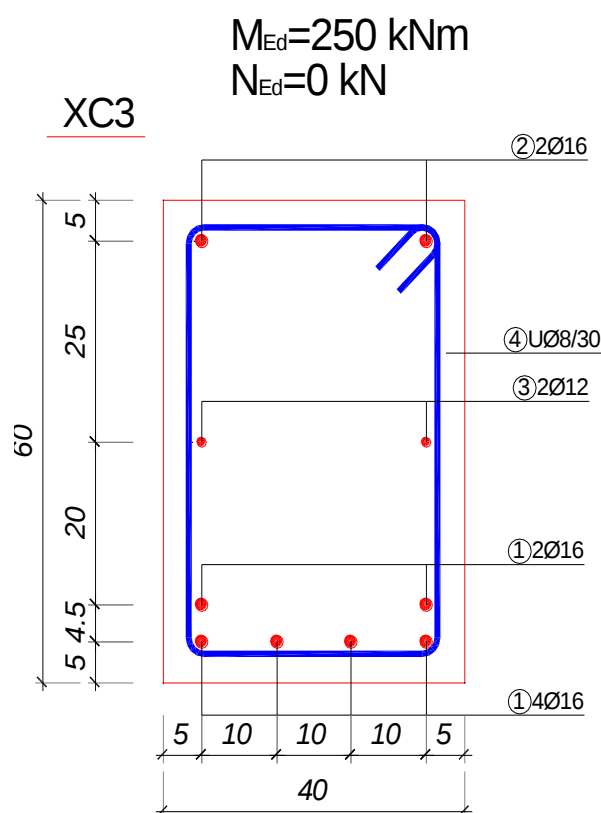
$$d_{1,stv} < d_{1,prp} \text{ na strani sigurnosti jer je } d_{stv} > d_{prp}$$

Zadatak 6 - **SLOŽENO** savijanje sa **zatezanjem**

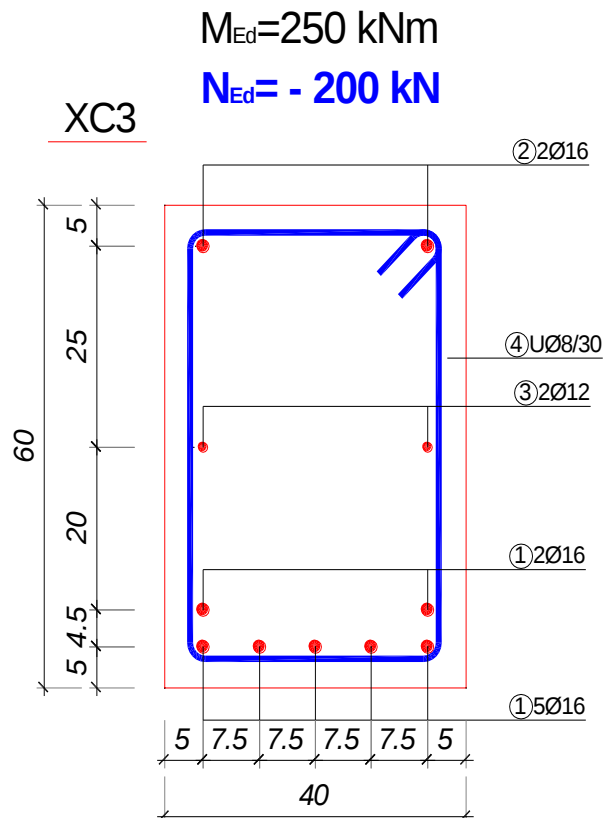
7. **Konstruisanje preseka**



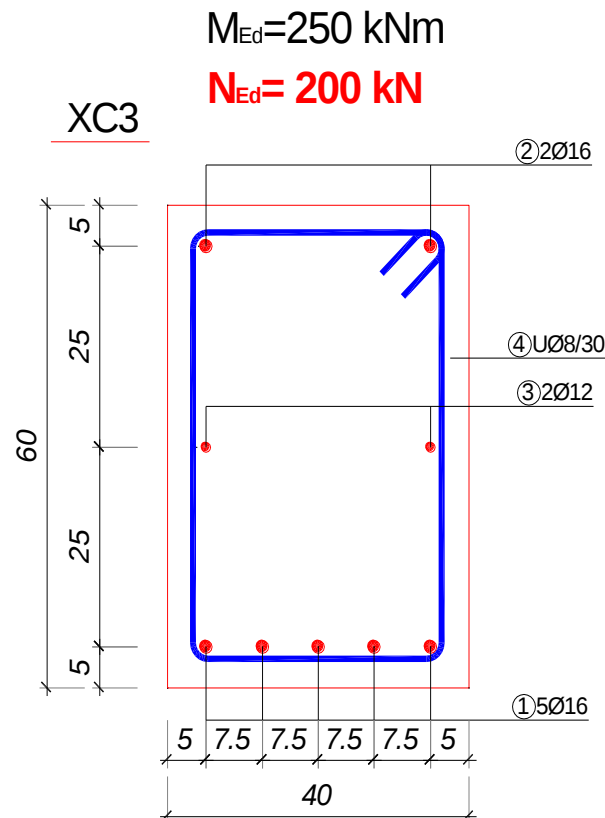
POREĐENJE, $N=0$, $N<0$, $N>0$



$$\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = 3.5/13\text{‰}$$



$$\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = 3.5/17\text{‰}$$



$$\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = 3.5/11\text{‰}$$

REZIME

SLOŽENO savijanje - VEZANO dimensionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

Stalne i prolazne proračunske situacije

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

2. Pretpostavlja se položaj težišta zategnute armature **d₁** i na osnovu toga sračunava suma momenata spoljašnjih sila oko težišta zategnute armature:

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

Sila **ZATEZANJA** se unosi sa **NEGATIVNIM** znakom

SLOŽENO savijanje - VEZANO dimenzionisanje

3. Sračunava se koeficijent k :

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} \quad \longrightarrow \quad \text{pročitaju (sračunaju) dilatacije } \varepsilon_c, \varepsilon_{s1}.$$

4. Ako je $\varepsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), sračunava se potrebna površina armature iz izraza:

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \longrightarrow \quad N_{Ed} - \text{sila pritiska}$$

$$A_{s1} = \omega_1 \times \frac{b \times d}{100} \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \longrightarrow \quad N_{Ed} - \text{sila zatezanja}$$

Ako je $\varepsilon_{s1} < 2.5\text{‰}$ (ili f_{yd}/E_s), presek se **OBOSTRANO** armira

SLOŽENO savijanje - VEZANO dimenzionisanje

5. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku (a , čisto rastojanje između šipki)
6. Sračunava se položaj težišta d_1 usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću a .
7. Konačno se konstruiše poprečni presek i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Zadatak 7 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

Odrediti **potrebnu površinu armature** za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja M_{Ed} i silom pritiska N_{Ed} . Podaci za proračun:

$$M_{Ed} = 500 \text{ kNm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$C25/30$$

$$N_{Ed} = 700 \text{ kN}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$B500 \text{ B}$$

$$C25/30 \rightarrow f_{cd} = 0,85 \cdot 25 / 1,5 = 14,2 \text{ MPa} = 1,42 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500 \text{ B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$$

Zadatak 7 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

1. $M_{Ed}=500$ kNm $N_{Ed}=700$ kN (*pritisak*)

2. pretp. $d_1 = 7$ cm

$$d = h - d_1 = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) = 500 + 700 \cdot \left(\frac{0.6}{2} - 0.07 \right) = 661 \text{ kNm}$$

3. Računa se:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Eds}}{b \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{661 \cdot 10^2}{40 \cdot 1.42}}} = 1.554$$

Zadatak 7 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.00	0.636	0.735	51.515	1.625	0.379
3.50	1.95	0.642	0.733	51.988	1.620	0.381
3.50	1.90	0.648	0.730	52.469	1.615	0.383

4. $\varepsilon_{s1} = 1.9\text{‰} < 2.5\text{‰}$, radimo obostrano armiranje:

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

4. Računa se:

$$M_{Rd,lim} = \left(\frac{53}{1.672} \right)^2 \cdot 40 \cdot 1.42 = 570.72 \text{ kNm}$$

$$\Delta M = M_{Eds} - M_{Rd,lim} = 661 - 570.72 = 90.28 \text{ kNm}$$

Zadatak 7 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

ε_c (‰)	ε_{s1} (‰)	ξ	ζ	ω_1 (%)	κ	μ
3.50	2.50	0.583	0.757	47.222	1.672	0.358

5. Računa se:

$$A_{s2} = \frac{F_{s2}}{\sigma_{s2}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) \sigma_{s2}} = \frac{90.28 \cdot 10^2}{(53 - 5.5) \cdot 43.5} = 4.37 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{\xi_{\text{lim}} - \frac{d_2}{d}}{\xi_{\text{lim}}} \varepsilon_{cu2} = \frac{0.584 - \frac{5.5}{53}}{0.584} \cdot 3.5 = 2.878 > 2.175 = \frac{435}{200} \left(= \frac{f_{yd}}{E_s} \right) \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$\Delta A_{s1} = \frac{\Delta F_{s1}}{\sigma_{s1}} = \frac{\Delta M}{(d - d_2) f_{yd}} = A_{s2} = 4.37 \text{ cm}^2 \quad \sigma_{s1} = f_{yd} = 43.5 \text{ kN / cm}^2$$

$$A_{s1} = 47.222 \cdot \frac{40 \cdot 53}{100} \cdot \frac{1.42}{43.5} - \frac{700}{43.5} + 4.37 = 32.7 - 16.1 + 4.37 = 21.0 \text{ cm}^2$$

Zadatak 7 - **SLOŽENO** savijanje **OBOSTRANO** **ARMIRANJE**

6. Usvojeno: **7Ø20** (21.98 cm²)
2Ø20 (6.28 cm²)

7. Računanje težišta armature

$$d^I = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

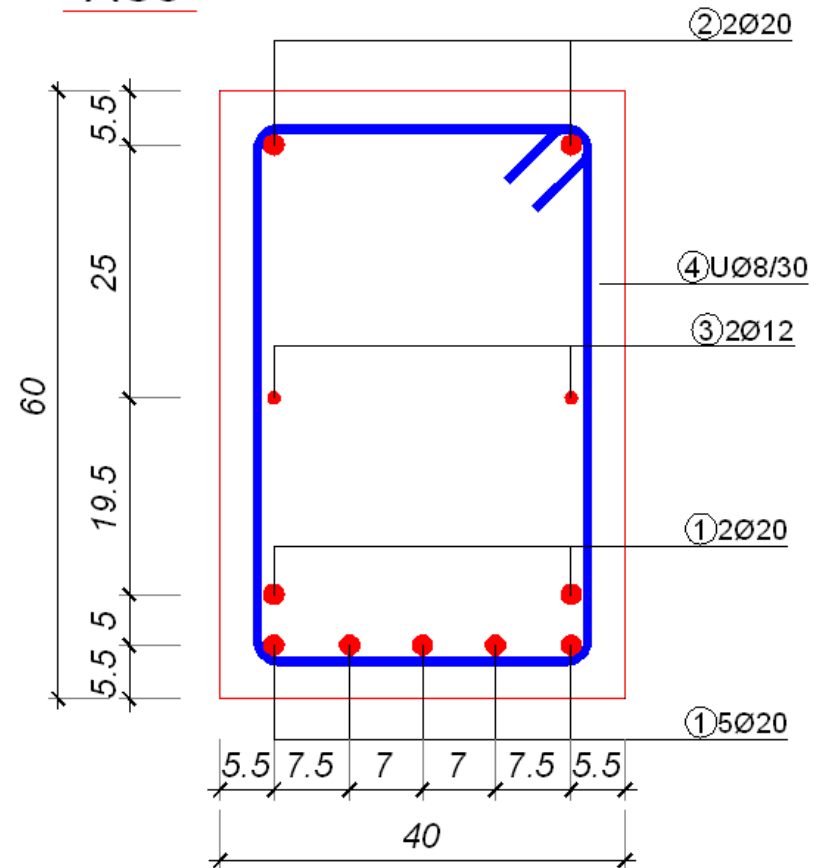
$$d^{II} = 5.3 + 3.0 + 2 \times 2.0/2 = 10.3 \text{ cm}$$

$$d_1 = (5 \times 5.3 + 2 \times 10.3)/7 = 6.73 \text{ cm}$$

$$d_{1,stv} < d_{1,prp} \text{ (na strani sigurnosti)}$$

8. **Konstruisanje preseka**

XC3



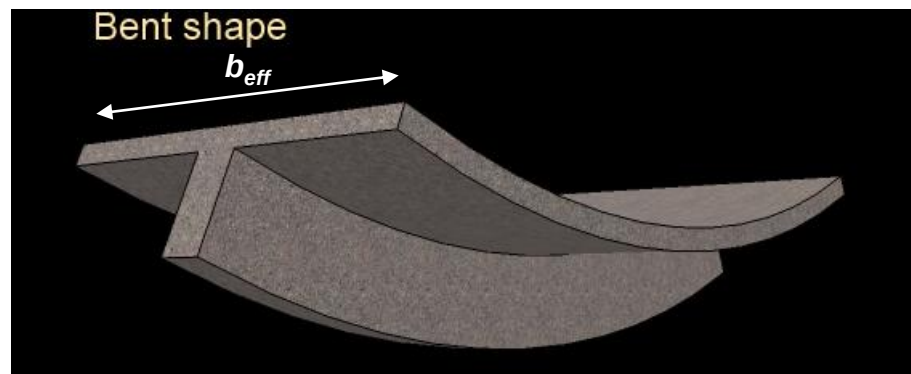
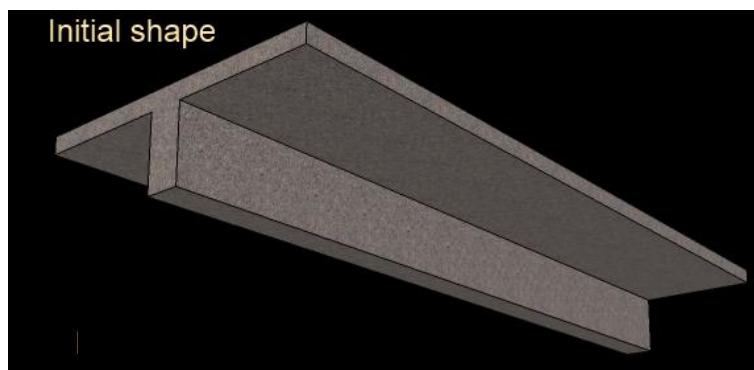
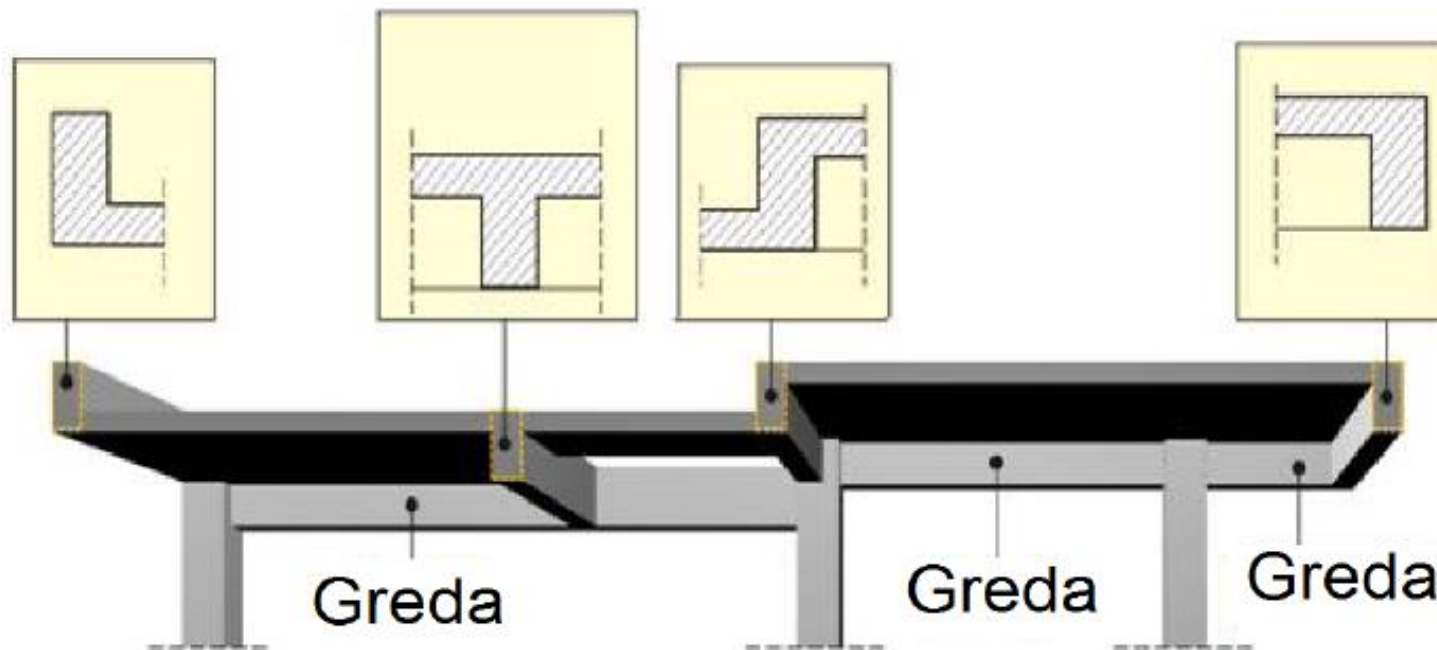
"T" preseci



"T" preseci



"T" preseci



"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje

- Poznato:
 - statički uticaji ($M_{G,Q}$) – sračunato
 - kvalitet materijala (f_{cd}, f_{yd}) – usvojeno
 - dimenzije preseka (b, b_{eff}, h, h_f)
- Nepoznato:
 - površina armature (A_{s1})
 - položaj neutralne linije, napon σ_c

"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje

1. Sračunavaju se granični računski statički uticaji za odgovarajuće **proračunske situacije**

$$M_{Ed} = \gamma_G \cdot M_{G,k} + \gamma_{Q,1} \cdot M_{Qk,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot M_{Qk,i}$$

2. Pretpostavlja se d_1 i sračunava d:

$$d = h - d_1$$

3. Sračunava se koeficijent k:

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b_{eff} \cdot f_{cd}}}}$$

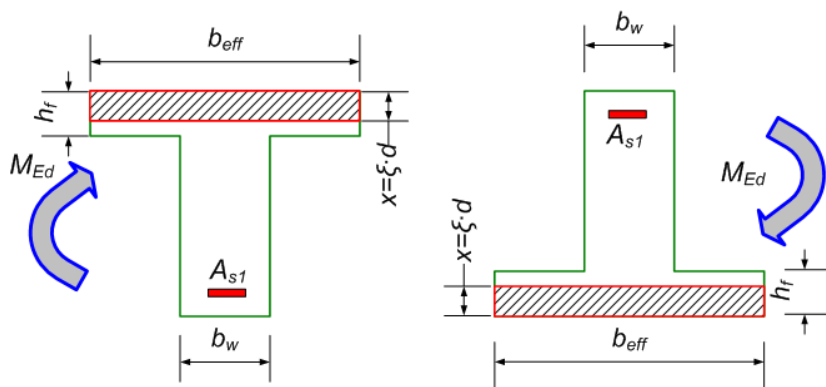
i pročitati koeficijent ξ koji definiše položaj neutralne linije.

"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje

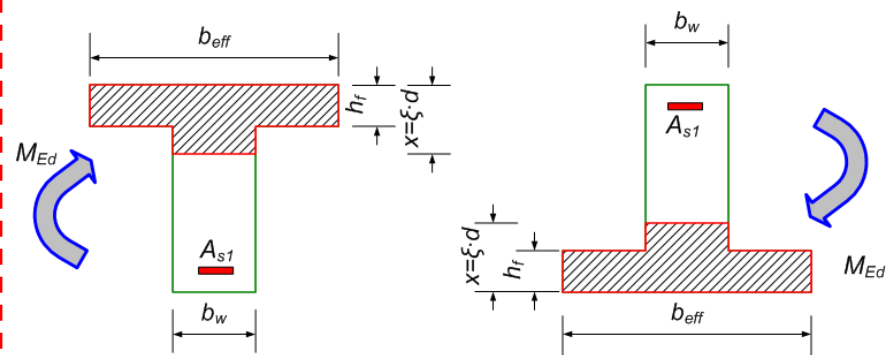
4. Sračunava se položaj neutralne linije x , i upoređuje sa debljinom ploče, h_f

$$x = \xi \cdot d$$

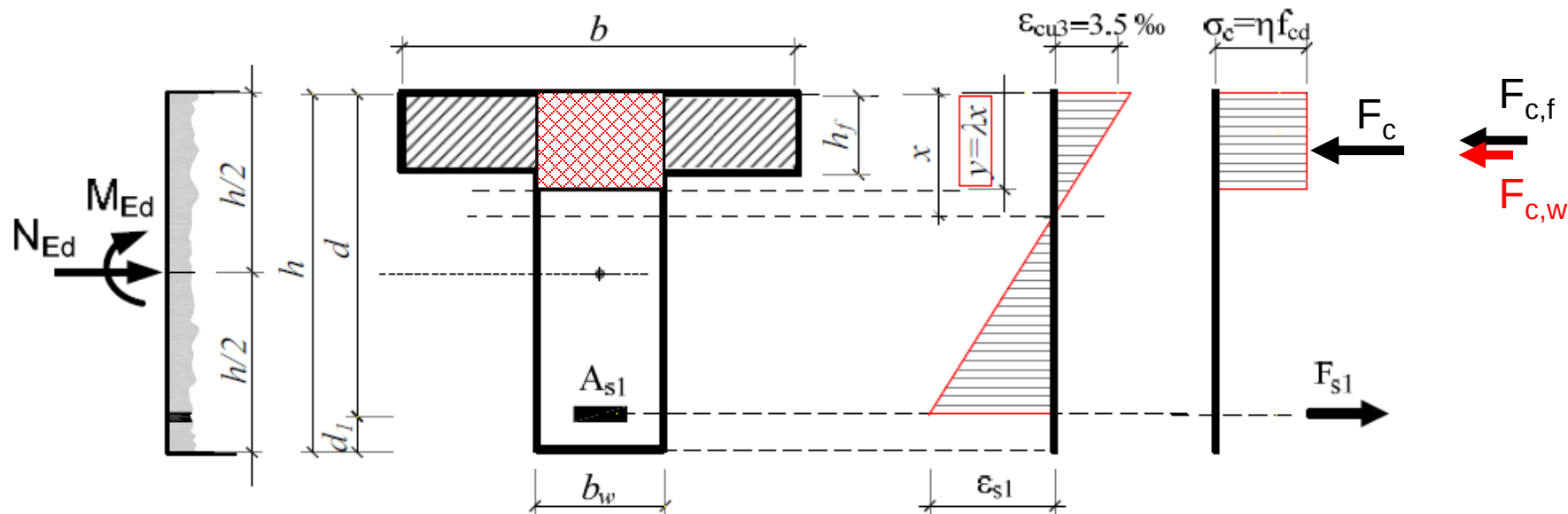
a) $x < h_f$ proračun
PRAVOUGAONOG
PRESEKA, sa širinom b_{eff}



b) $x > h_f$
proračun "T" PRESEKA



"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje



Usvaja se pravougaoni – blok dijagram napona pritiska u betonu:

za $C \leq 50/60$ $\lambda = 0.8$ $\eta = 1.0$

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu3} = 3.5 \text{ ‰}$$

"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje

5. Ukoliko je $x > h_f$, sračunava se efektivna visina pritisnute zone:

$$M_{Rds} = f_{cd} \left[b_w y \left(d - \frac{y}{2} \right) + (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] = M_{Eds}$$

6. Sračunava se dilatacija u armaturi, ϵ_{s1}

$$y = 0.8x = 0.8d \frac{\epsilon_{cu3}}{\epsilon_{cu3} + \epsilon_{s1}}$$

7. Ukoliko je $\epsilon_{s1} \geq 2.5\text{‰}$, sračunava se površina armature, A_{s1}

$$A_{s1} = \left[b_w y + (b - b_w) h_f \right] \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

A ukoliko je $\epsilon_{s1} < 2.5\text{‰}$, dimenzioniše se **obostrano armiran presek**

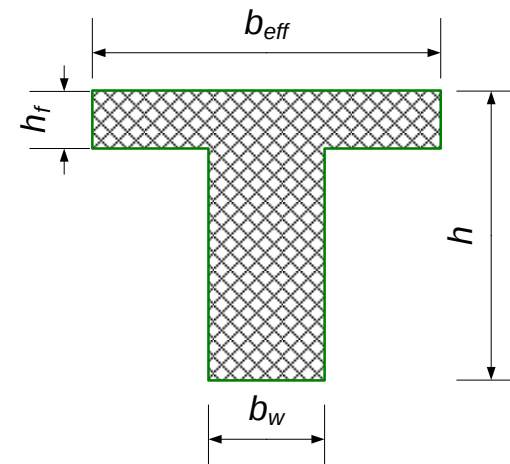
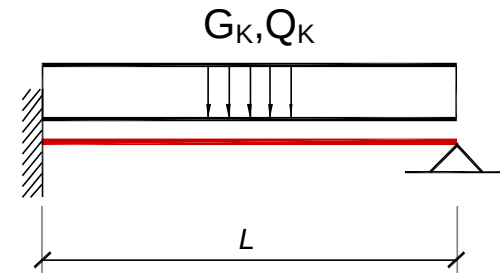
"T" preseci - VEZANO dimenzionisanje

8. Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u preseku
9. Sračunava se položaj težišta d_1 usvojene armature i statička visina d i upoređuje sa pretpostavljenom.
 - U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću d_1 .
10. Konačno se konstruiše poprečni presek i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

Zadatak 8 - "T" preseci

Za gredu čiji su statički sistem i poprečni presek prikazani na skici, opterećenu jednako raspodeljenim stalnim (G_k), odnosno povremenim (Q_k) opterećenjem, dimenzionisati karakterističan presek u polju prema merodavnom momentu savijanja. Podaci za proračun:

$G_k = 30 \text{ kN/m}$	$Q_k = 24 \text{ kN/m}$	$L = 6.2 \text{ m}$
$b_w = 30 \text{ cm}$	$h = 60 \text{ cm}$	$h_f = 15 \text{ cm}$
C 30/37	B500 B	XC1



C30/37 $\rightarrow f_{cd} = 1,70 \text{ kN/cm}^2$

B500 B $\rightarrow f_{yd} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$

XC1 $\rightarrow c_{nom} = 25 \text{ mm}$

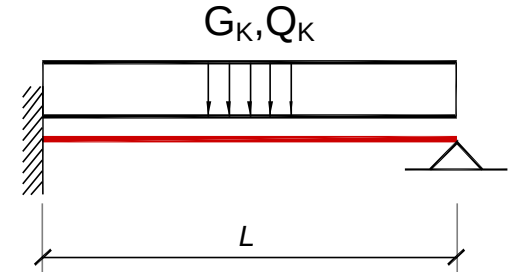
Zadatak 8 - "T" preseci

1. Sračunavanje karakterističnih i proračunskih vrednosti momenata savijanja:

$$M_{G,k} = \frac{9}{128} G_k \cdot L^2 = \frac{9}{128} 30 \cdot 6.2^2 = 81.1 \text{ kNm}$$

$$M_{Q,k} = \frac{9}{128} Q_k \cdot L^2 = \frac{9}{128} 25 \cdot 6.2^2 = 67.6 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot 81.1 + 1.5 \cdot 67.6 = 210.8 \text{ kNm}$$



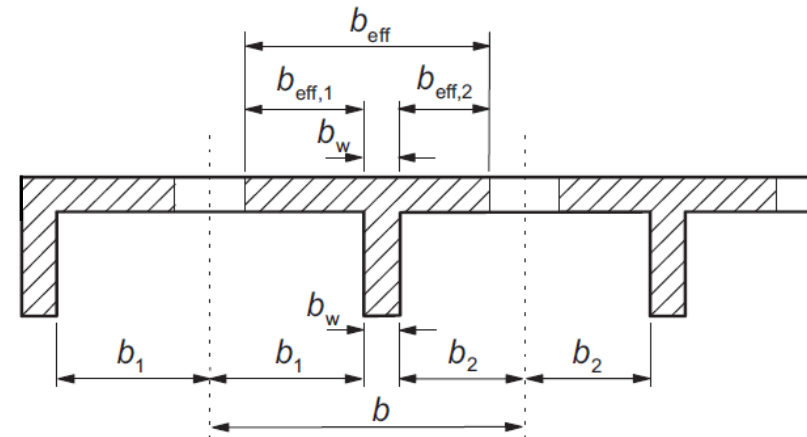
2. Pretpostavka: $d_1 = 7 \text{ cm}$ $d = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

$$b_{eff,i} = 0.2b_i + 0.1l_0 \leq 0.2l_0$$

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

$$b_{eff} = 0.4 \cdot 0.75 \cdot 620 + 30 = 216 \text{ cm}$$



Zadatak 8 - "T" preseći

3. Pretpostavka: $x < h_f$

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{b_{eff} \cdot f_{cd}}}} = \frac{53}{\sqrt{\frac{210.8 \cdot 100}{216 \cdot 1.7}}} = 6.995 \rightarrow \xi = 0.020$$

$$x = 0.020 \cdot 53 = 1.06 \text{ cm} < 15 = h_f !$$

$$\varepsilon_{s1} = 136.7 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{s1} > 45 \text{ ‰?!}$$

PREDAVANJA!!!

 presek se dimenzioniše kao pravougaoni sa širinom pritisnute zone b_{eff}

$$4. \quad A_{s1} = 2.021 \times \frac{216 \times 53}{100} \times \frac{1.7}{43.5} = 9.04 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1, \min} = \left\{ \begin{array}{l} 0.26 \cdot \frac{2.9}{500} \cdot 30 \cdot 53 = 2.40 \text{ cm}^2 \\ 0.0013 \cdot 30 \cdot 53 = 2.07 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} = 2.40 < 9.04 \text{ cm}^2 = A_{s1, \text{pot}}$$

5. Usvaja se: **3Ø20** (9.42 cm²)

Zadatak 8 - "T" preseci

5. Usvaja se: $3\emptyset 20$ (9.42 cm^2)

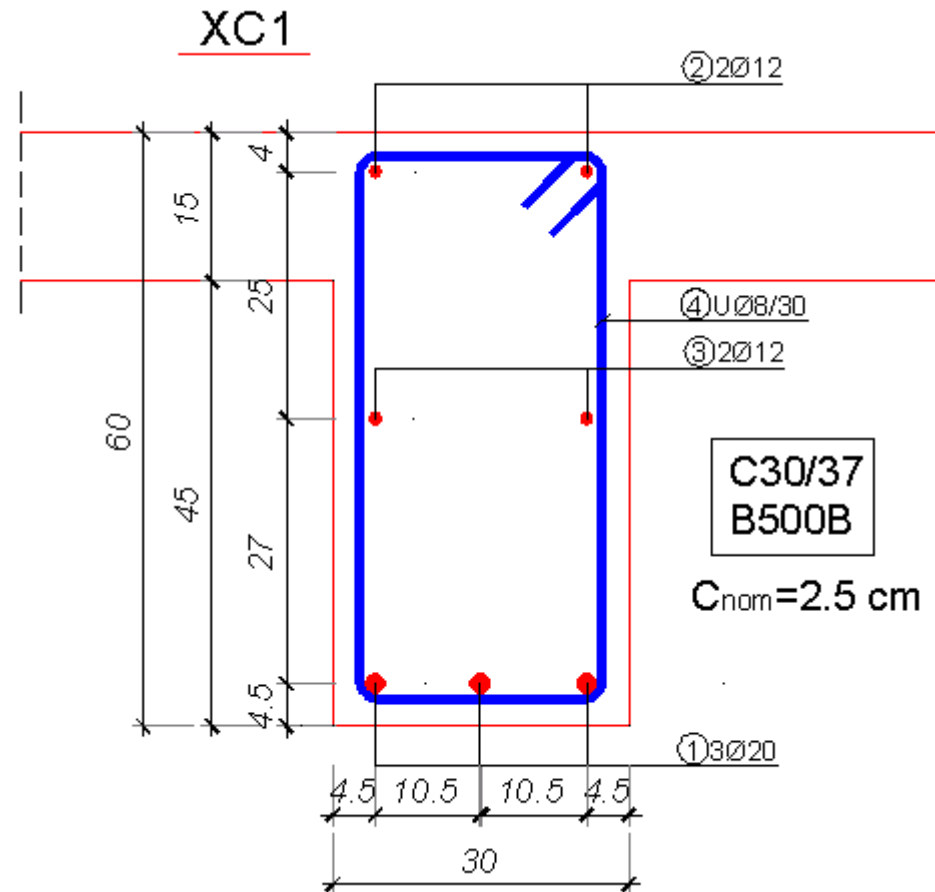
6. **Računanje težišta armature**

$$d^I = d_1 = 2.5 + 0.8 + 2.0/2 = 4.3 \text{ cm}$$

$d_{1,\text{stv}} < d_{1,\text{prp}}$ – na strani sigurnosti, ali pogrešno pretpostavljen broj redova armature – ponovni proračun:

$$k=7.325, \omega_1=2.021, A_{s1}=9.47 \text{ cm}^2 (!!)$$

7. **Konstruisanje preseka**



Zadatak 9 - "T" preseci

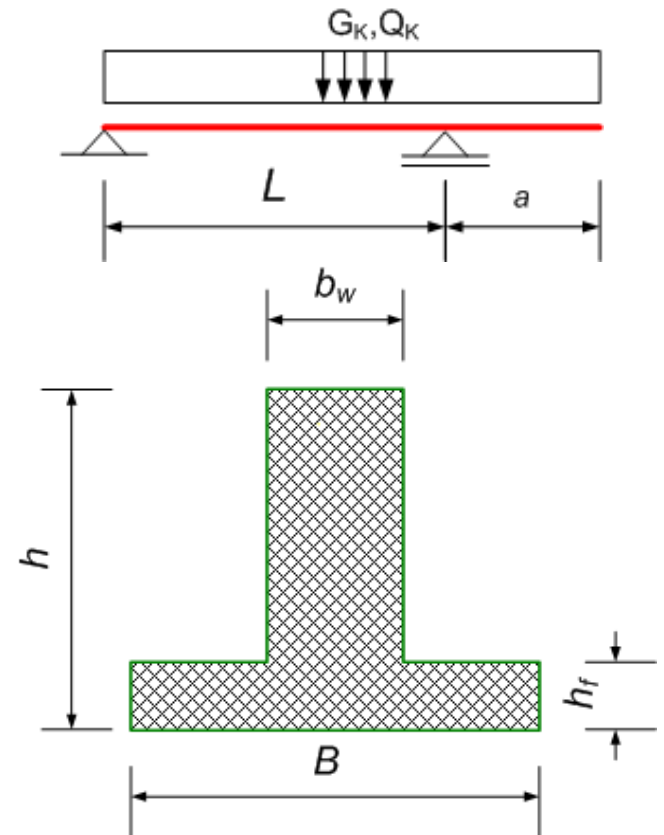
Za gredu čiji su statički sistem i poprečni presek prikazani na skici, opterećenu jednako raspodeljenim stalnim (G_k), odnosno povremenim (Q_k) opterećenjem, dimenzionisati karakterističan presek iznad oslonca prema merodavnom momentu savijanja. Podaci za proračun:

$G_k = 70 \text{ kN/m}$ $Q_k = 50 \text{ kN/m}$ $L = 4.0 \text{ m}$
 $b_w = 30 \text{ cm}$ $h = 55 \text{ cm}$ $a = 2.0 \text{ m}$
 $B = 60 \text{ cm}$ $h_f = 10 \text{ cm}$
C 30/37 B500 B XC1

C30/37 $\rightarrow f_{cd} = 1,70 \text{ kN/cm}^2$

B500 B $\rightarrow f_{yd} = 43,5 \text{ kN/cm}^2$

XC1 $\rightarrow c_{nom} = 25 \text{ mm}$



Zadatak 9 - "T" preseci

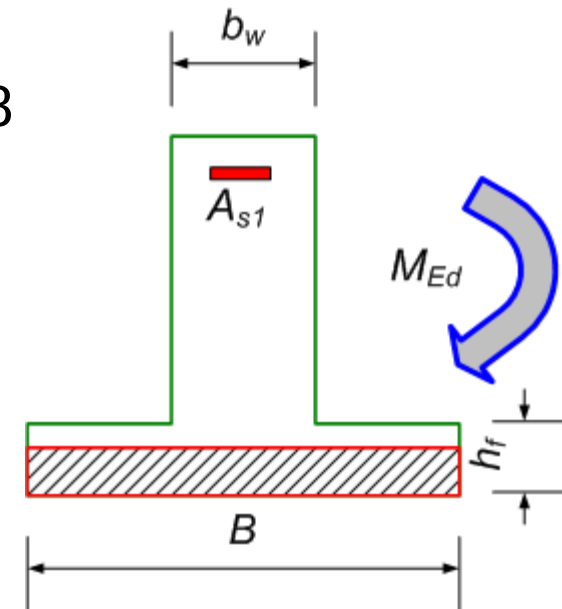
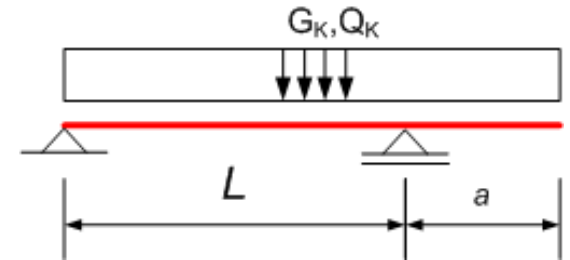
1. Sračunavanje karakterističnih i proračunskih vrednosti momenata savijanja:

$$M_{G,k} = G_k \cdot \frac{L^2}{2} = 70 \cdot \frac{2.5^2}{2} = 218.8 \text{ kNm}$$

$$M_{Q,k} = Q_k \cdot L^2 = 50 \cdot \frac{2.5^2}{2} = 156.3 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = 1.35 \cdot 218.8 + 1.5 \cdot 156.3 = 529.8 \text{ kNm}$$

2. Pretpostavka: $d_1 = 7 \text{ cm}$ $d = 55 - 7 = 48$
3. Ne računa se b_{eff} , data je širina pritisnute zone B



Zadatak 9 - "T" preseci

3. Pretpostavka o položaju neutralne linije: $x < h_f$

$$k = \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{Ed}}{B \cdot f_{cd}}}} = \frac{48}{\sqrt{\frac{529.8 \cdot 100}{60 \cdot 1.7}}} = 2.106 \quad \longrightarrow \quad \xi = 0.321$$

4. $x = 0.321 \cdot 48 = 15.41 \text{ cm} > 10 = h_f !$

$\longrightarrow$ Pretpostavka o položaju n-n linije je pogrešna, presek se dimenzioniše kao „T“ presek !

5. Sračunava se efektivna visina pritisnute zone:

$$M_{Rds} = f_{cd} \left[b_w y \left(d - \frac{y}{2} \right) + (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] = M_{Eds}$$

$$1.7 \left[30 y \left(48 - \frac{y}{2} \right) + (60 - 30) \cdot 10 \cdot \left(48 - \frac{10}{2} \right) \right] = 529.8 \cdot 100$$

Zadatak 9 - "T" preseci

5. $25.5y^2 - 2448y + 31070 = 0 \rightarrow y = 15.05 \text{ cm}$

6. Sračunava se dilatacija u armaturi, ϵ_{s1}

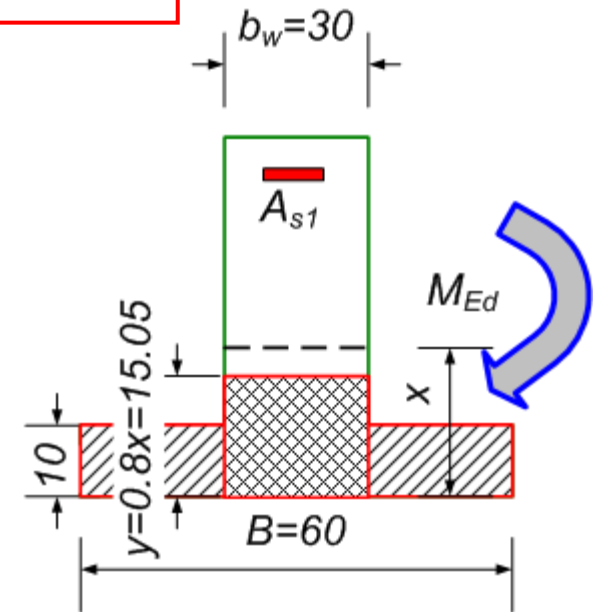
$$y = 0.8x = 0.8d \frac{\epsilon_{cu3}}{\epsilon_{cu3} + \epsilon_{s1}} = 0.8 \cdot 48 \cdot \frac{3.5}{3.5 + \epsilon_{s1}} = 15.05 \text{ cm}$$

$\rightarrow \epsilon_{s1} = 5.272\text{‰} > 2.5\text{‰}$

7. Sračunava se površina armature, A_{s1}

$$A_{s1} = \left[b_w y + (b - b_w) h_f \right] \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} - \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = \left[30 \cdot 15.05 + (60 - 30) \cdot 10 \right] \cdot \frac{1.7}{43.5} = 29.37 \text{ cm}^2$$



Zadatak 9 - "T" preseci

8. Usvaja se: **6Ø25** (29.46 cm²)

10. **Konstruisanje preseka**

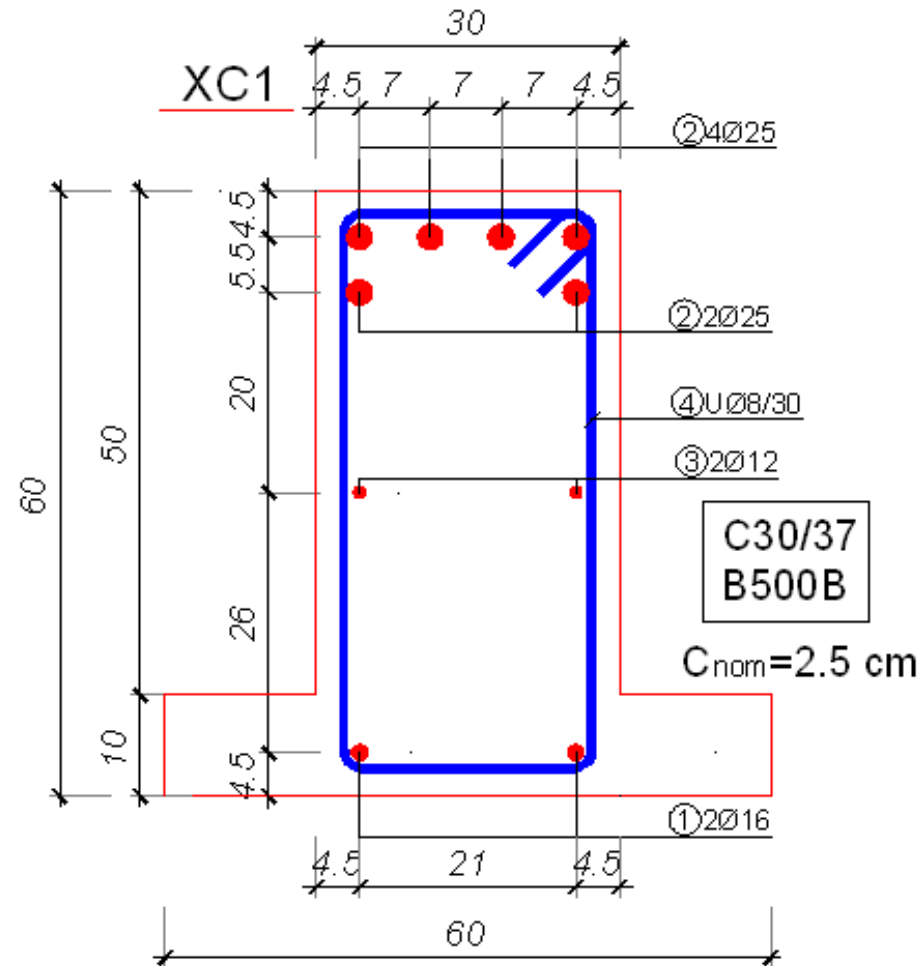
9. Računanje težišta armature

$$d^I = 2.5 + 0.8 + 2.5/2 = 4.6 \text{ cm}$$

$$d^{II} = 4.6 + 3.0 + 2 \times 2.5/2 = 10 \text{ cm}$$

$$d_1 = (4 \times 4.6 + 2 \times 10)/6 = 6.4 \text{ cm}$$

$d_{1,stv} < d_{1,prp}$ – na strani sigurnosti,
blisko pretpostavljenoj vrednosti



ULS – složeno savijanje

Minimalna i maksimalna površina armature T-preseka

Minimalna površina zategnute armature:

$$A_{s1,min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0.0013 b_t d$$

b_t srednja širina zategnute zone preseka, a kod T-preseka sa pritiskutom flanšom, za ovu vrednost se uzima debljina rebra, $b_t = b_w$.

Maksimalna površina zategnute A_{s1} i pritiskute A_{s2} armature :

$$A_{s1} \leq 0.04 b_w h \quad A_{s2} \leq 0.04 b_w h$$

$$A_{s1} - A_{s2} \leq 0.28 b_1 h_1 \frac{f_{ck}}{f_{yk}}$$

za T-preseke sa zategnutom flanšom: $b_1 = b_w$ i $h_1 = h$

za T-preseke sa pritiskutom flanšom $h \leq 2.8h_f$: $b_1 = b_{eff}$ i $h_1 = h$

za T-preseke sa pritiskutom flanšom $h > 2.8h_f$: $b_1 = b_{eff}$ i $h_1 = 2.8h_f$

gde su h visina preseka, h_f visina flanše, b_w širina rebra, a b_{eff} efektivna širina flanše ili stvarna širina b , ako je manja od efektivne.