



Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet
www.grf.bg.ac.rs

Studijski program: **Građevinarstvo**

Godina/Semestar: **III godina / V semestar**

Naziv predmeta (šifra): **Teorija betonskih konstrukcija 1
(Б3О3Б1)**

Nastavnik: **Jelena Carević / Stefan Ž. Mitrović / Milica Vidović**

Naslov vežbi: **Centrični pritisak. Mali ekscentricitet u pritisku.**

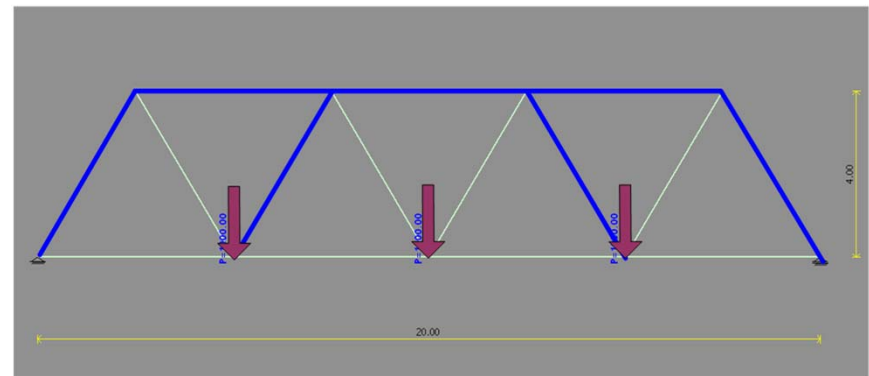
Datum : **09.12.2025.**

Beograd, 2025.

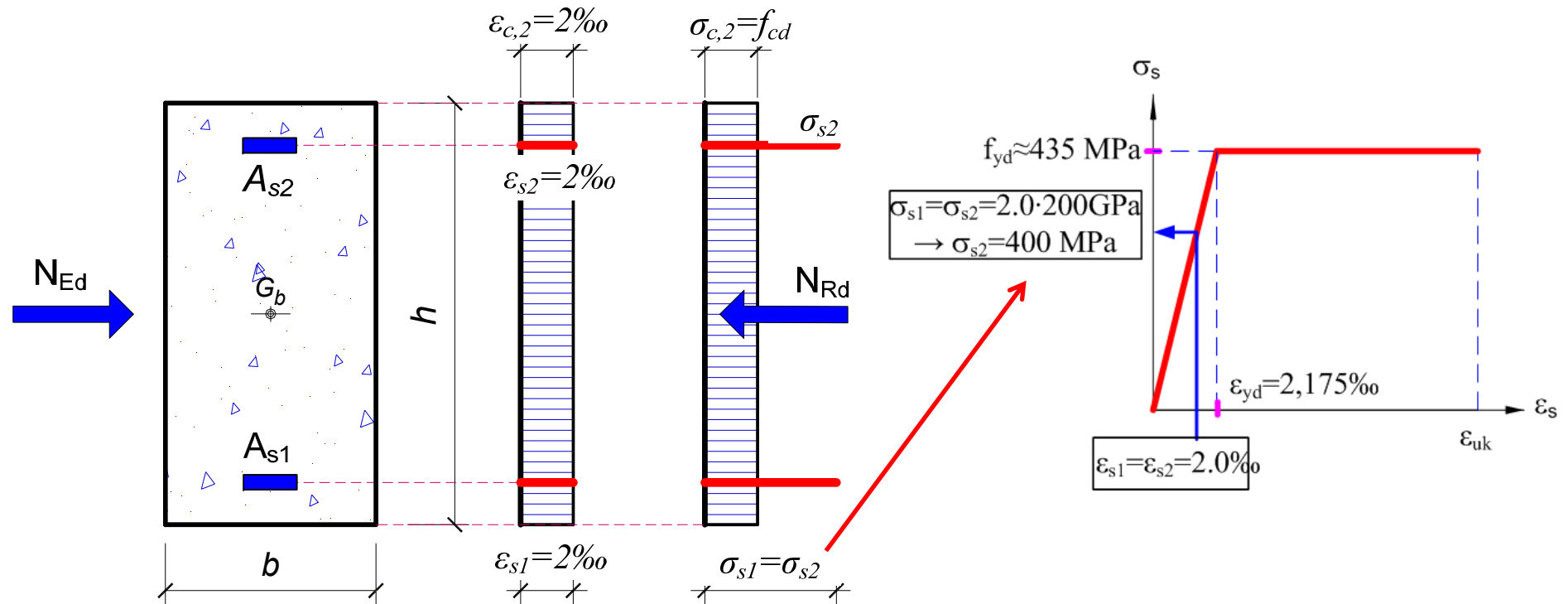
Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu studenata Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2023/2024 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.



Centrični pritisak



Centrični pritisak



$$\Sigma N = 0: \quad N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s$$

3 moguća zadatka

$$\Sigma N = 0 : \boxed{N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s}$$

1. Dato: površina betona (A_c) i N_{Ed} , traži se A_s
2. Dato: A_c i A_s , traži se N_{Ed} (N_{Rd})
3. Dato: N_{Ed} , traži se A_c i A_s

Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

Minimalna i maksimalna površina podužne armature (**EC2**):

$$A_{s,\min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.15 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \\ 0.003 \cdot A_c \\ 4\emptyset 12 \end{array} \right\}$$

$$A_{s,\max} = 0.04 \cdot A_c$$

Maksimalno rastojanje poprečne armature (**EC2**):

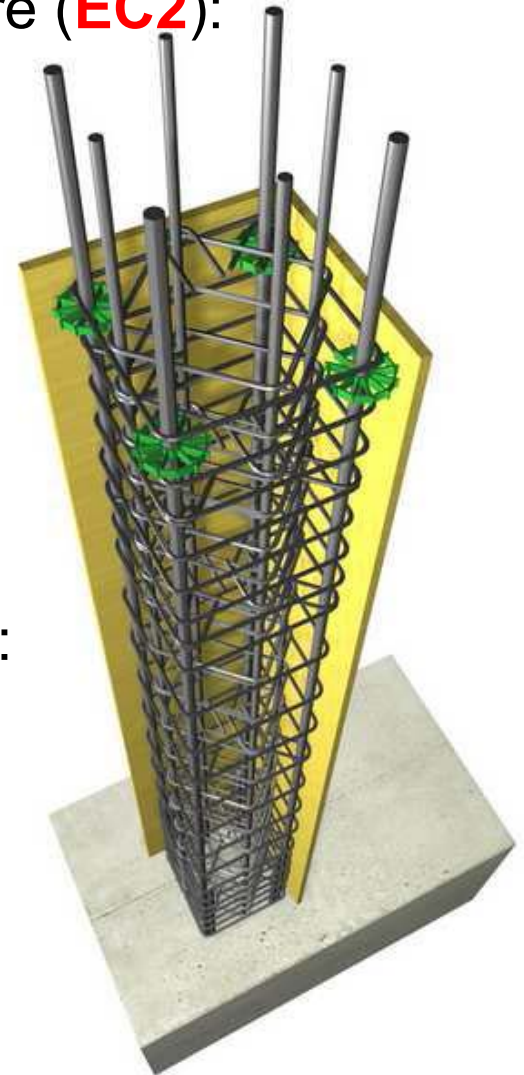
U sredini stuba:

Na krajevima (EC2/NA):

$$s_{cl,t\max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 20\emptyset_{\min} \\ \min(b, h) \\ 40cm \end{array} \right\}$$

$$s_{cl,t\max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 12\emptyset_{\min} \\ \min(b, h) \\ 30cm \end{array} \right\}$$

Razmak nepridržane od pridržane šipke $\leq 15 \text{ cm}$



Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

Odrediti potrebnu površinu armature i dimenzije poprečnog preseka, pravougaonog oblika, centrično pritisnutog elementa. Podaci za proračun:

$$N_{G,k} = 600 \text{ kN} \quad \text{C25/30}$$

XC3

$$N_{Q,k} = 800 \text{ kN} \quad \text{B500 B}$$

$$b = 35 \text{ cm}$$

$$\text{C25/30} \rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ MPa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$



Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

Granična sila **PRITISKA**:

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot 600 + 1.5 \cdot 800 = 2010 \text{ kN}$$

Uslov ravnoteže normalnih sila:

$$N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s$$

$$N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{cd}} \right) = A_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{cd}} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{yd}} \right) = A_c \cdot f_{cd} \cdot \left(1 + \omega \cdot \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \right)$$

ω

Minimalni geometrijski koeficijent armiranja:

$$\rho_{l,min} = 0.3\% \Rightarrow \omega = 0.3 \cdot 43.5 / 1.42 = 9.19\%$$

$$A_{c,pot} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot \left(1 + \omega \frac{\sigma_s}{f_{yd}} \right)} = \frac{2010}{1.42 \cdot \left(1 + 0.0919 \cdot \frac{40}{43.5} \right)} = 1305 \text{ cm}^2$$



Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

$$h_{\text{pot}} = A_{c,\text{pot}}/b = 1305/35 = 37.3 \text{ cm} \Rightarrow \text{usv. } h = 40 \text{ cm}$$

Sračunavanje potrebne površine armature:

$$A_s = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.15 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = 0.15 \cdot \frac{2010}{43.5} = 6.93 \text{ cm}^2 \\ 0.003 \cdot A_c = 0.003 \cdot 40 \cdot 35 = 4.2 \text{ cm}^2 \\ 4\emptyset 12 = 4 \cdot 1.13 = 4.48 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} = 6.93 \text{ cm}^2$$

8 Ø12 (8.96 cm²)

Maksimalno rastojanje poprečne armature (**EC2**):

$$s_{cl,t\max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 20\emptyset_{\min} \\ \min(b, h) \\ 40 \text{ cm} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 20 \cdot 1.2 = 24 \text{ cm} \\ \min(b, h) = 35 \text{ cm} \\ 40 \text{ cm} \end{array} \right\} = 24 \text{ cm}$$



Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

Maksimalno rastojanje poprečne armature (**EN1992-1-1/NA**):

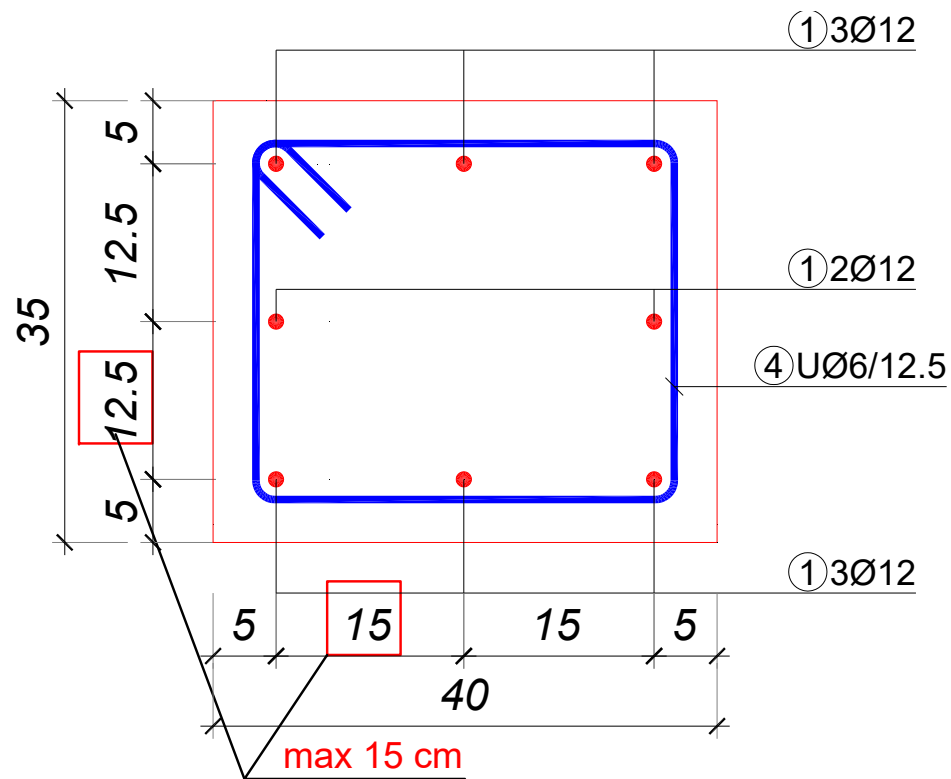
$$s_{cl,t\max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 12\varnothing_{\min} \\ \min(b, h) \\ 30cm \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot 1.2 = 14.4cm \\ \min(b, h) = 35cm \\ 30cm \end{array} \right\} = 14.4cm$$



Zadatak 19 – CENTRIČNI PRITISAK

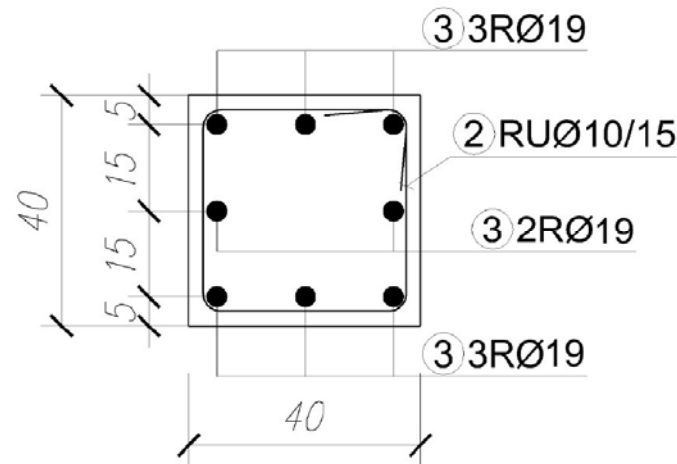
Usvojena podužna armatura: 8 Ø12 (8.96 cm²)

Usvojena poprečna armatura: Ø6/12.5



AB presek, armiran prema skici, centrično je napregnut silom pritiska $N_g = 600 \text{ kN}$ usled stalnog opterećenja. Uz zadovoljenje propisanih koeficijenata sigurnosti odrediti maksimalne vrednosti sila koje mogu delovati na presek:

- maksimalnu centričnu silu pritiska usled povremenog opterećenja N_p
- maksimalnu centričnu silu zatezanja usled povremenog opterećenja Z_p (10 poena)



Dimenzionisati centrično napregnut stub pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b/h = 20/35 \text{ cm}$, opterećen silama usled stalnog, povremenog opterećenja i opterećenja od vetra. Zanemariti slučajni ekscentricitet.

$N_g = 800 \text{ kN}$ (sila pritiska, stalno opterećenje)

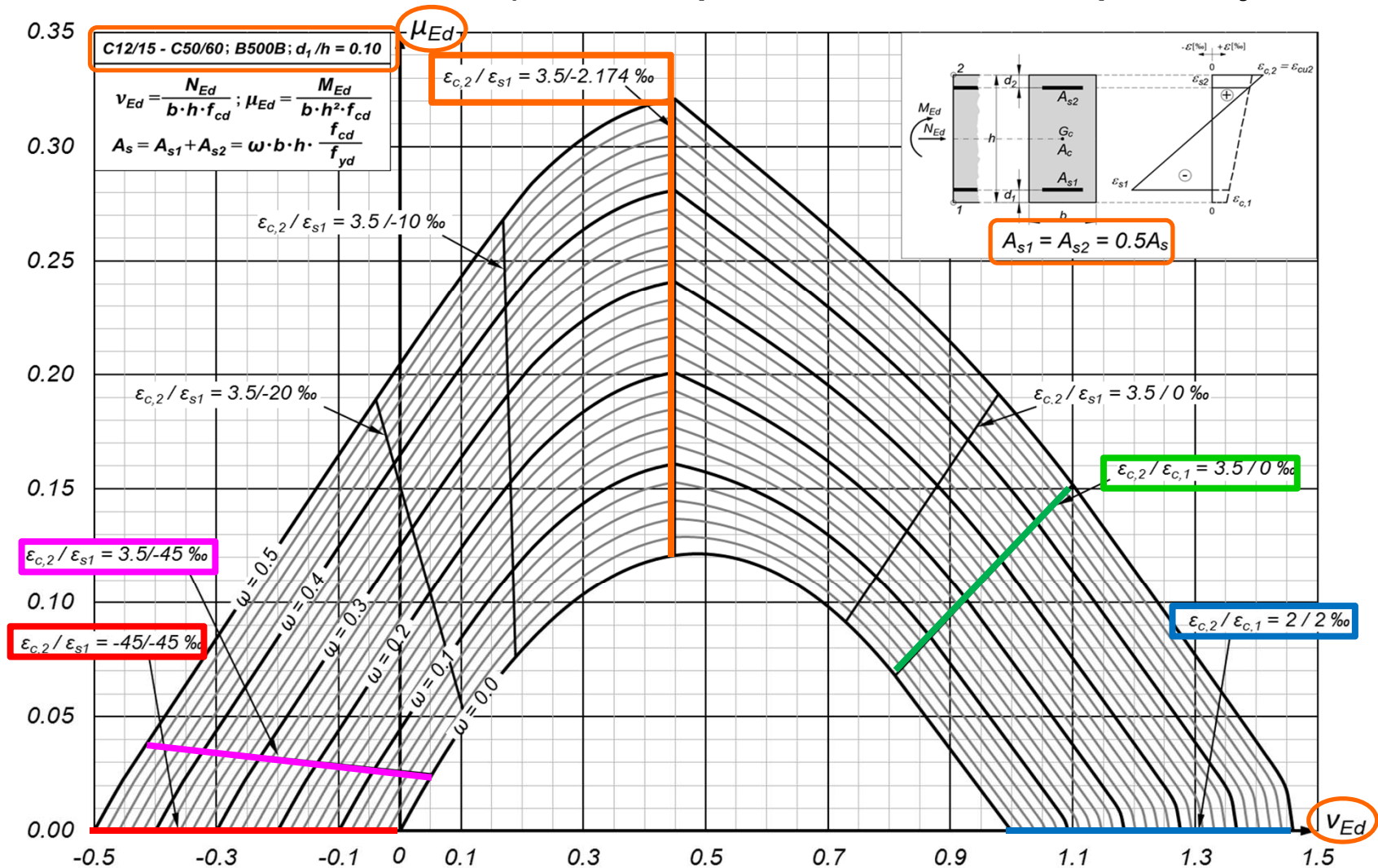
$N_q = - 600 \text{ kN}$ (sila zatezanja, povremeno opterećenje)

$N_w = \pm 250 \text{ kN}$ (sila od vetra, alternativnog znaka)

DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Primenjivaćemo ih najčešće za: 1) Preseke opterećene silom pritiska u fazi MALOG EKSCENTRICITETA

2) Preseke opterečene simetričnim opterečenjem



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Za stub pravougaonog poprečnog preseka za koji su date *dve kombinacije karakterističnih vrednosti uticaja* usled stalnog i povremenog opterećenja, odrediti potrebnu površinu armature, uz zanemarenje uticaja izvijanja stuba.

Kombinacija 1: $N_G = 2077.78 \text{ kN}$ $M_w = \pm 63.75 \text{ kNm}$

Kombinacija 2: $N_G = 188.89 \text{ kN}$ $M_w = \pm 159.37 \text{ kNm}$

širina preseka: $b = 30 \text{ cm}$

visina preseka: $h = 50 \text{ cm}$

klasa čvrstoće betona: C 30/37 $\rightarrow f_{ck} = 30 \text{ MPa},$
 $f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 17 \text{ MPa}$

kvalitet armature: B500 $\rightarrow f_{yk} = 500 \text{ MPa},$
 $f_{yd} = 500 / 1.15 = 434.78 \text{ MPa}$

klasa izloženosti sredine: XC2 $\rightarrow c_{nom} = 2.5 + 1 = 3.5 \text{ cm}$



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- *Kombinacija 1:*

Koeficijenti sigurnosti: $\gamma_G = 1.35$, $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.35 \cdot 2077.78 = 2805.0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.50 \cdot (\pm 63.75) = \pm 95.63 \text{ kNm}$$

↓
Simetrično armiranje

Proračun bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila:

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{2805.0}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 1.10$$

Moment savijanja:

$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{95.63}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.075$$

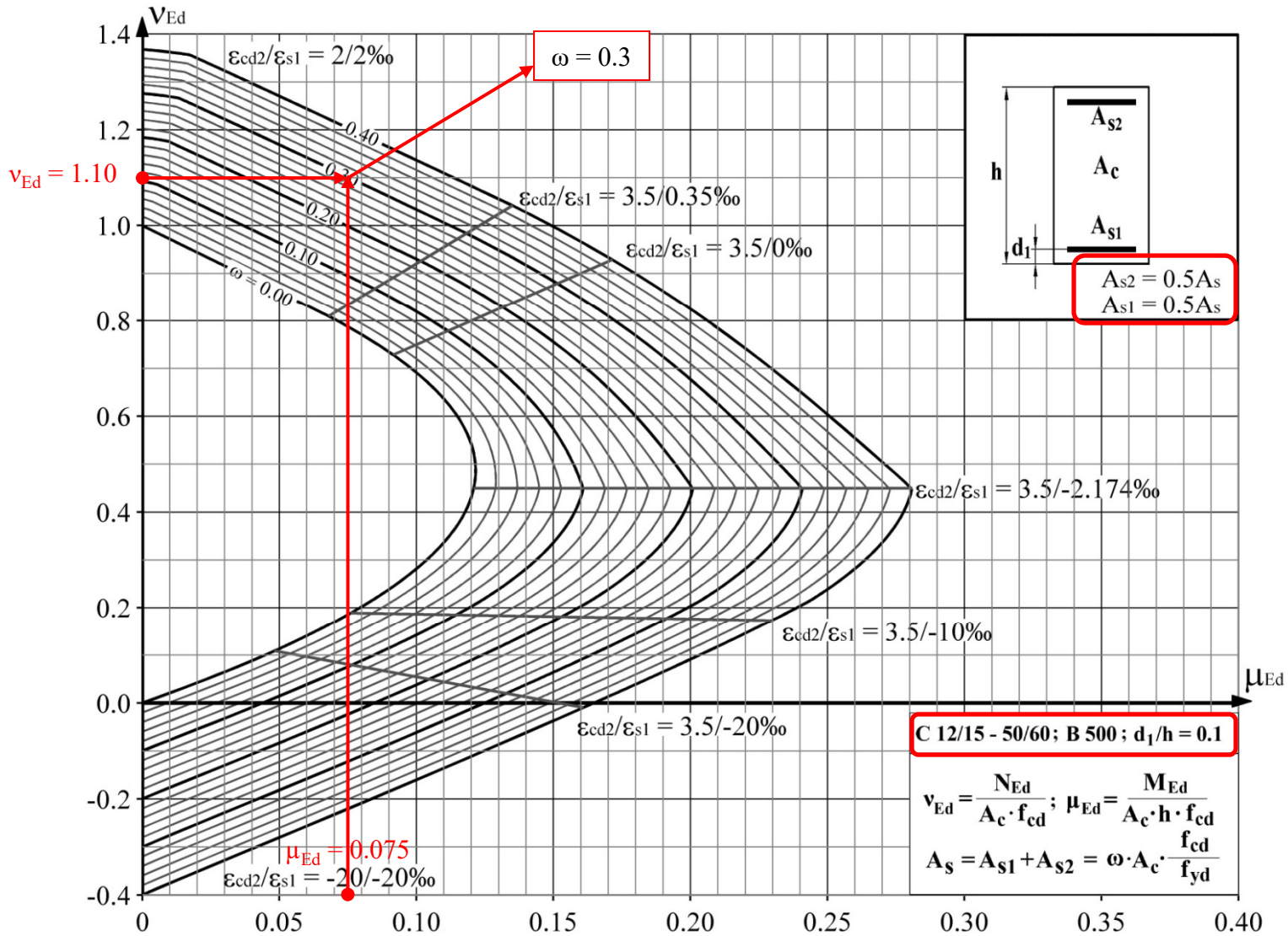
Pretpostavljeni položaj težišta armature: $d_1 = d_2 = 5 \text{ cm}$

Položaj težišta armature: $d_1/h = d_2/h = 5/50 = 0.1$



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 1:



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 2a:

Koeficijenti sigurnosti: $\gamma_G = 1.35$, $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.35 \cdot 188.89 = 255.00 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.50 \cdot (\pm 159.37) = \pm 239.06 \text{ kNm}$$

 Simetrično armiranje

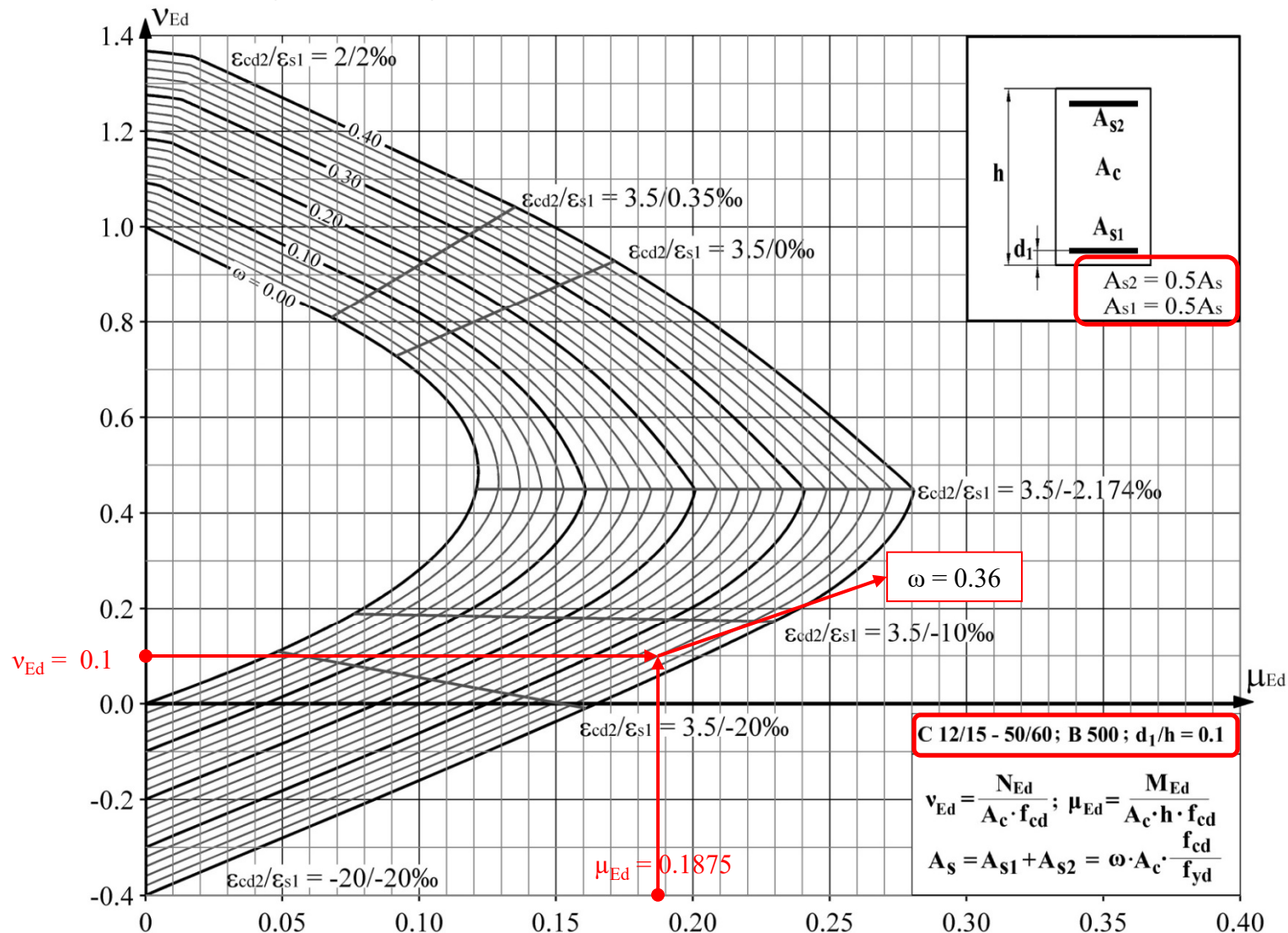
Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila:
$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{255.00}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 0.10$$

Moment savijanja:
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{239.06}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.1875$$

Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 2:



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

Određivanje proračunskih vrednosti uticaja

- Kombinacija 2b:

Koeficijenti sigurnosti: $\gamma_G = 1.0$, $\gamma_{Q1} = 1.5$

$$N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_g = 1.0 \cdot 188.89 = 188.89 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \gamma_Q \cdot M_w = 1.5 \cdot (\pm 159.37) = \pm 239.06 \text{ kNm}$$

↓
Simetrično armiranje

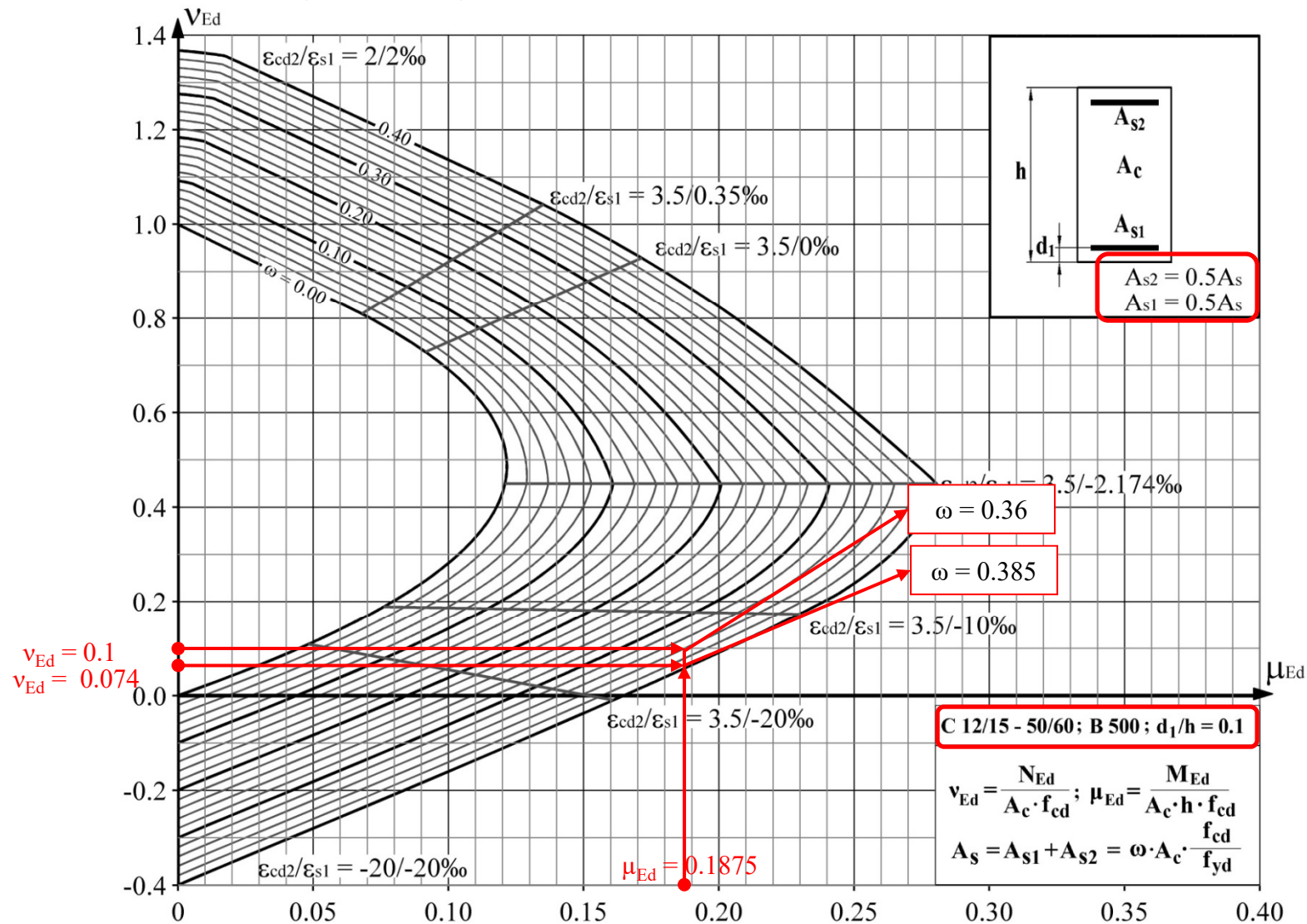
Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila:
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{188.89}{30 \cdot 50 \cdot 1.7} = 0.0740$$

Moment savijanja:
$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{239.06}{30 \cdot 50^2 \cdot 1.7} = 0.1875$$

Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kombinacija uticaja 2:



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Rezime

Potrebni mehanički procenti za pojedine kombinacije uticaja:

- Kombinacija 1: $\omega = 0.3$
- Kombinacija 2a: $\omega = 0.36$
- Kombinacija 2b: $\omega = 0.385$

Ukupna potrebna površina armature jednaka je:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = 0.385 \cdot 30 \cdot 50 \cdot \frac{17.0}{438.78} = 22.37 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2} = 11.19 \text{ cm}^2$$

Usvojeno: $\pm 4\phi 20$ ($\pm 12.56 \text{ cm}^2$)

$$d_1 = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm} \rightarrow d_1/h = 5.3/50 = 0.106 \approx 0.100$$



Zadatak 20 – DIJAGRAMI INTERAKCIJE

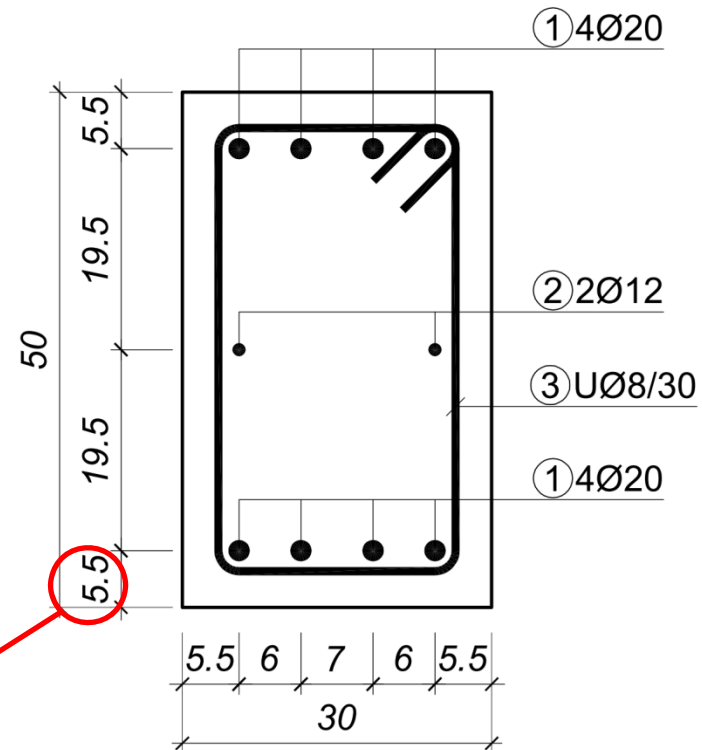
$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2} = 11.19 \text{ cm}^2$$

Usvojeno: $\pm 4\phi 20$ ($\pm 12.56 \text{ cm}^2$)

$$d_1 = 3.5 + 0.8 + 2.0/2 = 5.3 \text{ cm}$$

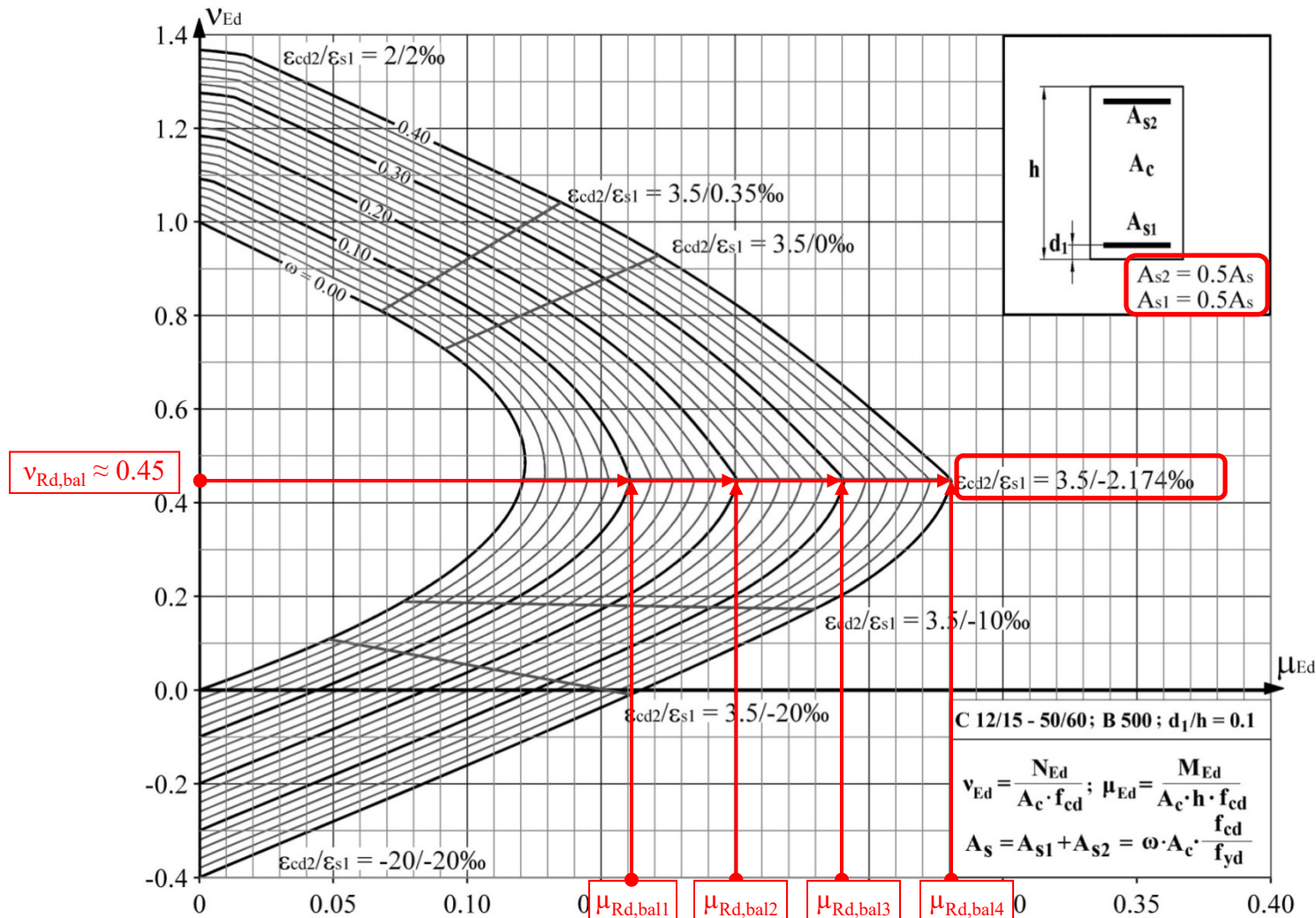
$$d_1/h = 5.3/50 = 0.106 \approx 0.100$$

$5.5/50 = 0.110 \rightarrow$ linearna interpolacija
dijagrama 0.100 i 0.150



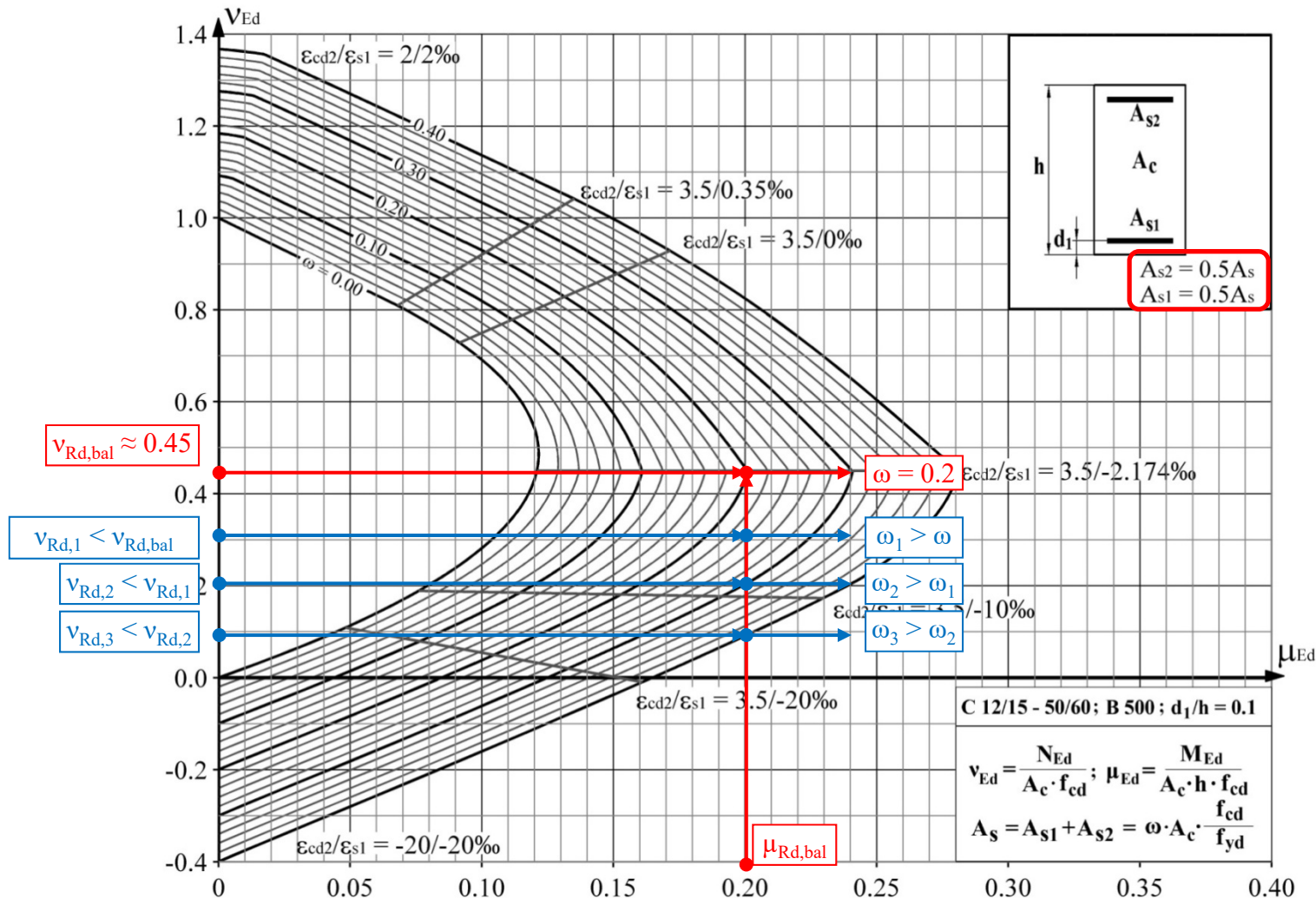
DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- „Balans tačka“: Najveći kapacitet nosivosti preseka na dejstvo momenata savijanja, pri stanju dilatacija: $\varepsilon_{cd2}/\varepsilon_{s1} = 3.5/-2.174\text{‰}$



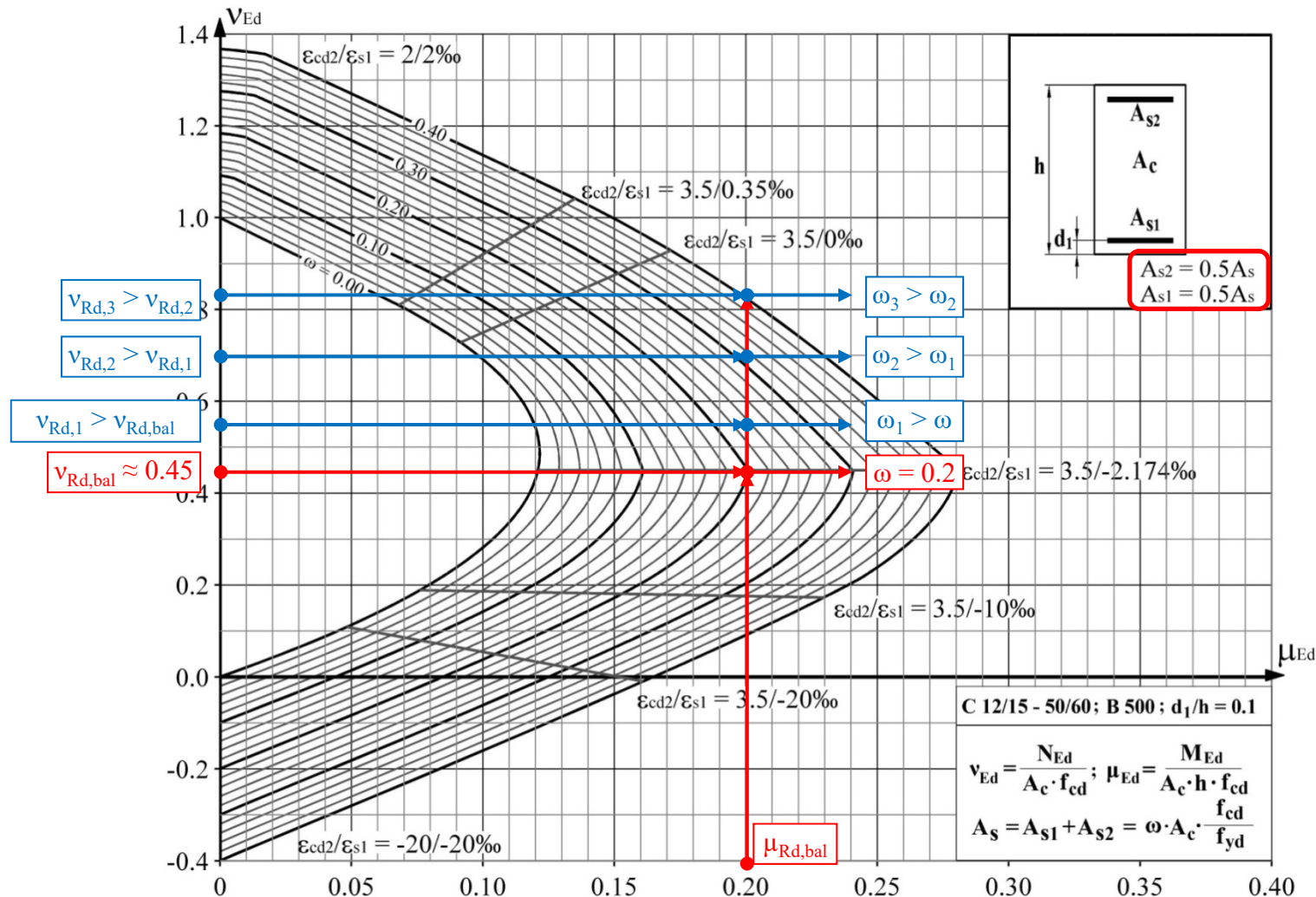
DIJAGRAMI INTERAKCIJE

- Kada je normalna sila pritiska MANJA od sile v_{bal} , za MANJU normalnu silu i isti moment savijanja, dobija se VEĆA potrebna površina armature

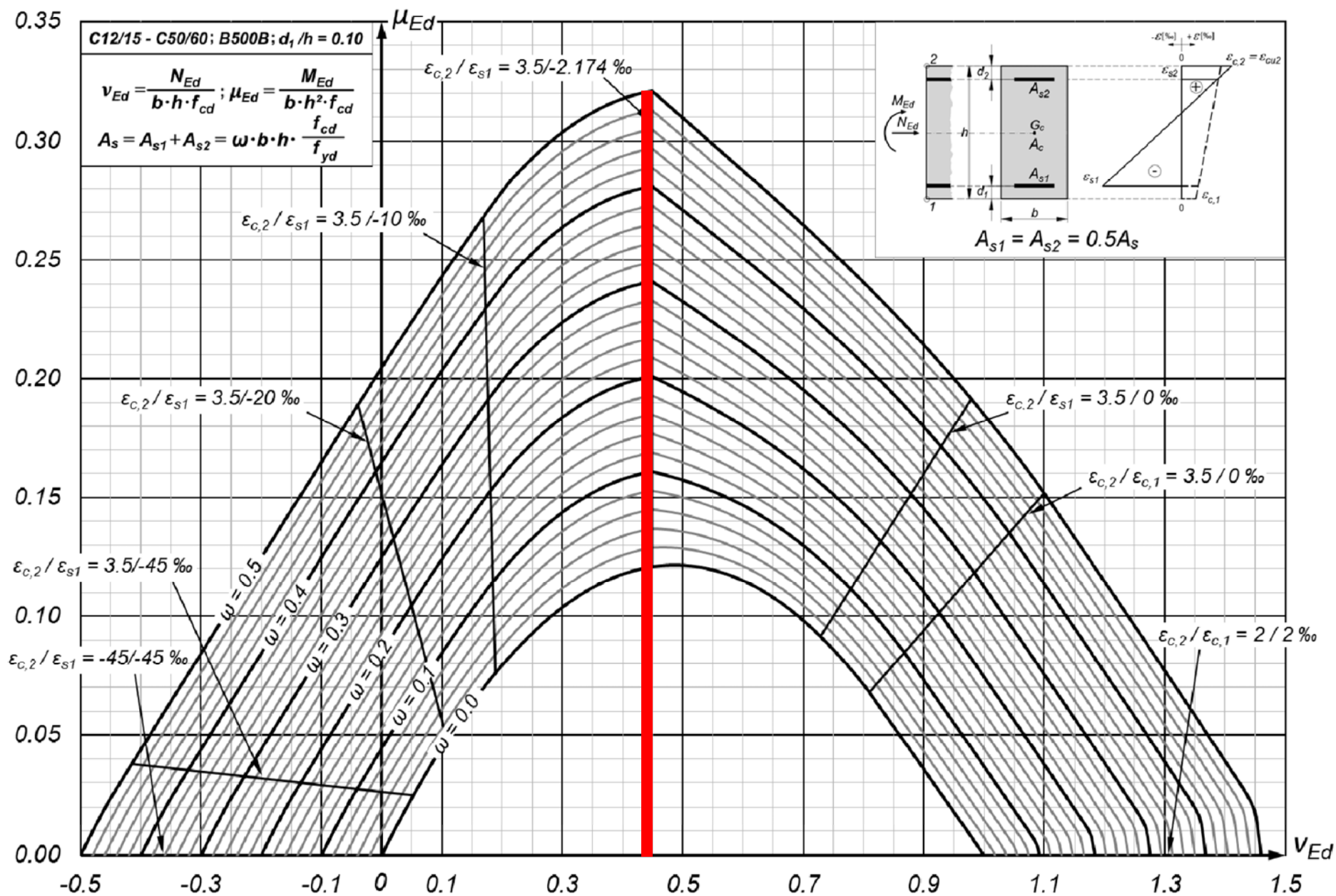


DIJAGRAMI INTERAKCIJE

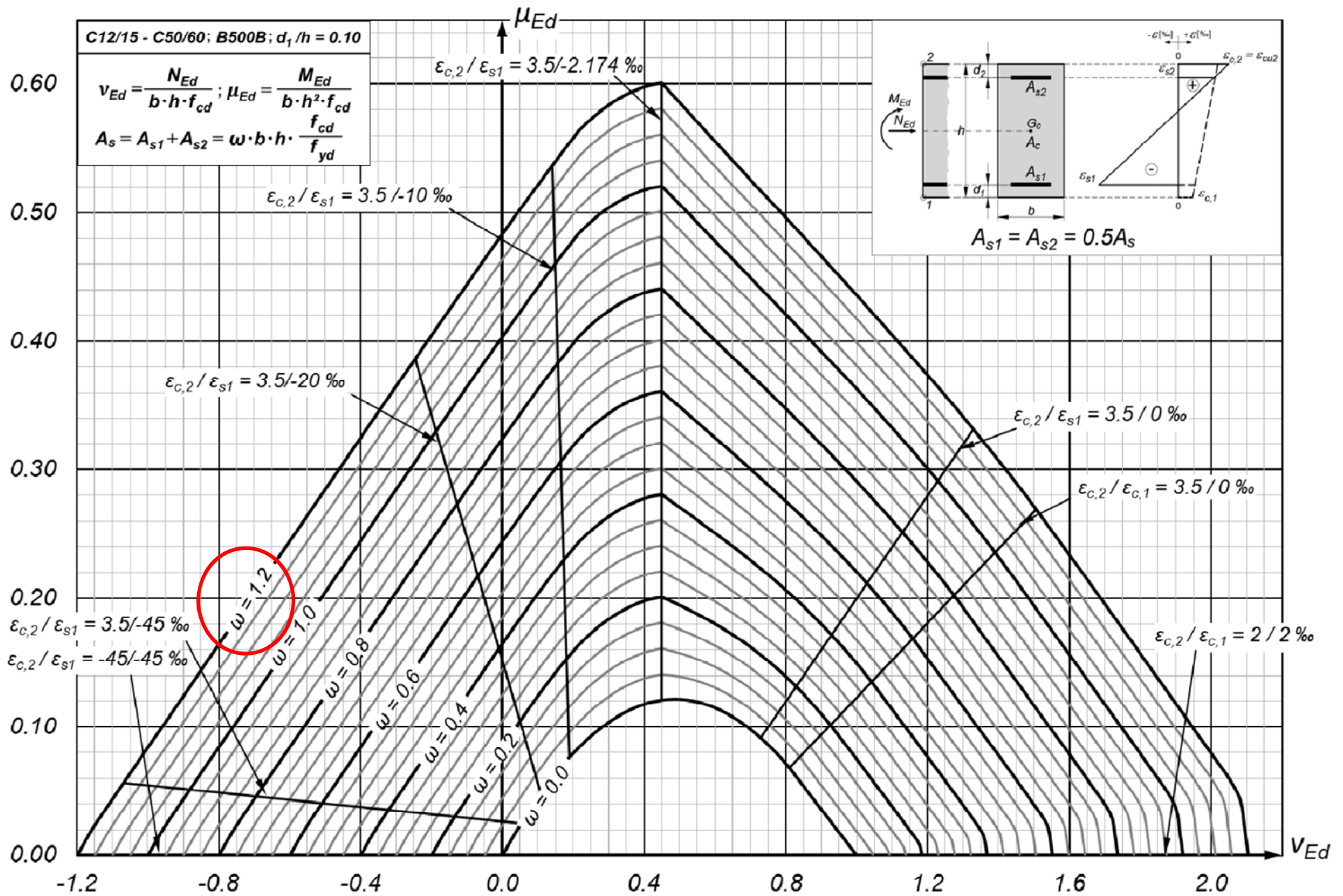
- Kada je normalna sila pritiska VEĆA od sile v_{bal} , za MANJU normalnu silu i isti moment savijanja, dobija se VEĆA potrebna površina armature



1.1.9



1.1.10



Zadatak 21 – CENTRIČNI PRITISAK

Odrediti **potrebnu površinu armature i dimenzije poprečnog preseka**, pravougaonog oblika, centrično pritisnutog elementa. Podaci za proračun:

$$N_{G,k} = 600 \text{ kN}$$

C25/30

XC3

$$N_{Q,k} = 800 \text{ kN}$$

B500 B

$$b = 35 \text{ cm}$$

$$\text{C25/30} \rightarrow f_{cd} = 0.85 \cdot 25 / 1.5 = 14.2 \text{ MPa} = 1.42 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{B500 B} \rightarrow f_{yd} = 500 / 1.15 = 435 \text{ Mpa} = 43.5 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_{Ed} = 1.35 \cdot 600 + 1.5 \cdot 800 = 2010 \text{ kN}$$

$$N_{Rd} = N_{Ed} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s$$

$$\text{Minimalni geometrijski koeficijent armiranja (0.3\%)} \rightarrow A_{c,pot} \rightarrow h = 40 \text{ cm}$$



Zadatak 21 – (EKS)CENTRIČNI PRITISAK

Minimalni ekscentricitet sile pritiska (EC2 6.1(4)):

„Za poprečne preseke opterećene silom pritiska, potrebno je da se pretpostavi najmanji ekscentricitet $e_o = h/30$, ali ne manji od 20 mm“

$$e_o = 40/30 = 1.33 \text{ cm} \Rightarrow e_o = 2 \text{ cm}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_o = 2010 \cdot 0.02 = 40.2 \text{ kNm}$$

Presek je simetrično armiran $\Rightarrow$ dijagram interakcije

Proračunske bezdimenzionalnih vrednosti uticaja:

Normalna sila:

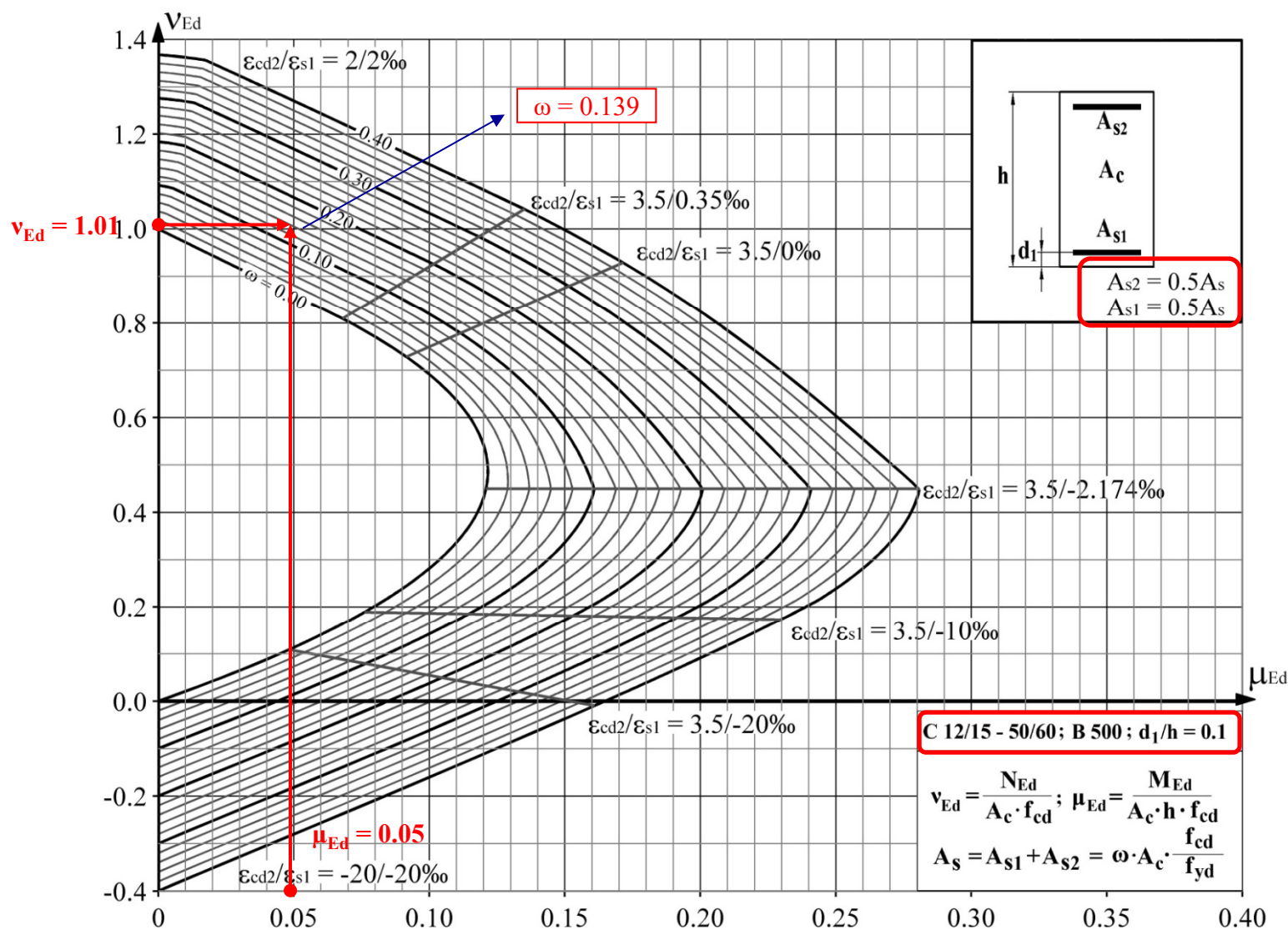
$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{2010}{35 \cdot 40 \cdot 1.42} = 1.01$$

Moment savijanja:

$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{4020}{35 \cdot 45^2 \cdot 1.42} = 0.051$$

Položaj težišta armature: $d_1/h = d_2/h = 5/45 \approx 0.1$

Zadatak 21 – (EKS)CENTRIČNI PRITISAK



Zadatak 21 – (EKS)CENTRIČNI PRITISAK

Potrebna armatura:

Minimalna armatura
za centrični pritisak!

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = \omega \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} / f_{yd} =$$

$$A_s = 0.139 \cdot 40 \cdot 35 \cdot 1.42 / 43.5 = 6.35 \text{ cm}^2 (< 6.93 \text{ cm}^2)$$

Usvojena armatura: 8 Ø12 (8.96 cm²) – u ovom primeru zadovoljava!

Usvojena poprečna armatura: Ø6/12.5

