

ТЕОРИЈА БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА 2

Ненад Пецић

ПРОРАЧУНИ КОНСТРУКЦИЈА

Курсеве ТБК1 и ТБК2 чине основе прорачуна бетонских конструкција и алгоритми најчешћих прорачуна.

Уобичајени пут при пројектовању конструкција је:

1. Сагледавање захтева које конструкција треба да испуни и услова који се на њу односе.
2. Осмишљавање конструкције на основу знања и искуства.
3. Оријентациона провера (најчешће приближним прорачунима) претпостављених димензија носећих елемената са аспекта испуњења захтева и услова.
4. Усвајање решења.
5. Прорачуном се показује да осмишљена конструкција испуњава услове и захтеве (верификација) и одређују коначне димензије носећих елемената. Притом се, ако је неопходно, врше мање корекције усвојеног решења.

Прорачуном се не врши пројектовање. За добро осмишљену конструкцију може се урадити прорачун који је верификује. Прорачуном се не може поправити неадекватно осмишљена конструкција. За такву конструкцију прорачун може само да покаже да не ваља.

Чему, онда, служи прорачун?

Прорачуном се одређују (или потврђују) димензије носеће конструкције тако да она има

- довољну носивост (прорачун граничног стања носивости или *ULS*)
- добре перформансе при коришћењу (прорачун граничног стања употребљивости или *SLS*).

ПРОРАЧУНИ ГРАНИЧНОГ СТАЊА НОСИВОСТИ (*ULS*)

ULS прорачун означава провере конструкције у граничном стању, то јест под граничним оптерећењем.

Гранично оптерећење:

$$\sum \gamma_g \times G_k + \gamma_q \times Q_{k,1} + \sum \gamma_q \times \psi_{0,i} \times Q_{k,i} \quad (i \neq 1);$$

ПРОРАЧУНИ ГРАНИЧНОГ СТАЊА УПОТРЕБЉИВОСТИ (*SLS*)

„*SLS*“ значи *Serviceability Limit State* (гранично стање употребљивости). Прорачун *SLS* означава провере конструкције у стању експлоатације, то јест при експлоатационом оптерећењу.

Комбинације оптерећења за *SLS* прорачун

Прорачун *SLS* означава провере конструкције при експлоатационом оптерећењу. Експлоатационо оптерећење се састоји од сталних (ознака G_k или g_k) и променљивих (ознака Q_k или q_k) дејстава (оптерећења). Током времена променљива дејства мењају своју величину и/или положај, па се тако током времена мења и укупно експлоатационо оптерећење. Предвиђено је да се различите *SLS* провере врше при различитим нивоима (величинама) експлоатационог оптерећења. За *SLS* прорачун су дефинисана три нивоа експлоатационог оптерећења. Њих дефинишу:

- „карактеристична“ (ретка) комбинација,
- „честа“ комбинација и
- „квази-стална“ комбинација.

Ове комбинације одговарају различитим нивоима експлоатационог оптерећења, од (статистички очекиваног) највећег ка мањим:

- карактеристична (ретка) комбинација: $\sum G_k + Q_{k,1} + \sum \psi_{0,i} \times Q_{k,i} \quad (i \neq 1);$
- честа комбинација: $\sum G_k + \psi_{1,1} \times Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \times Q_{k,i} \quad (i \neq 1);$
- квази-стална комбинација: $\sum G_k + \sum \psi_{2,i} \times Q_{k,i}.$

Величина оптерећења је регулисана статистичким коефицијентима релативне величине оптерећења ψ (у односу на карактеристичну величину Q_k).

Статистички коефицијенти ψ_0 , ψ_1 и ψ_2 стоје у односу

$$1 \geq \psi_0 \geq \psi_1 \geq \psi_2 \geq 0$$

и дефинишу се (сва три) за свако дејство у *EC0* или у одговарајућем *EC1*. Из њиховог међусобног односа следи да ниво оптерећења опада од карактеристичне ка квазисталној комбинацији.

Категорије коришћења површина (А, В, С...) – врсте променљивих оптерећења (*EN1991-1-1*: 6.3 - Табеле 6.1, 6.3, 6.7 и 6.9 – обрађено је у вежби 1):

EC0: Табела А1.1: Препоручене вредности ψ коефицијената за зграде

Dejstvo	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Korisna opterećenja u zgradama, prema kategoriji (videti EN 1991-1-1)			
Kategorija A: prostorije za domaćinstvo i stanovanje	0,7	0,5	0,3
Kategorija B: kancelarijske prostorije	0,7	0,5	0,3
Kategorija C: prostorije za okupljanje ljudi	0,7	0,7	0,6
Kategorija D: trgovačke prostorije	0,7	0,7	0,6
Kategorija E: skladišne prostorije	1,0	0,9	0,8
Kategorija F: saobraćajne površine, težina vozila ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategorija G: saobraćajne površine, 30 kN < težina vozila ≤ 160 kN	0,7	0,5	0,3
Kategorija H: krovovi	0	0	0
Opterećenja od snega na zgrade (videti EN 1991-1-3) ¹⁾			
Finska, Island, Norveška, Švedska	0,70	0,50	0,20
Ostale države članice CEN, za lokacije na nadmorskoj visini $H > 1000$ m	0,70	0,50	0,20
Ostale države članice CEN, za lokacije na nadmorskoj visini $H \leq 1000$ m	0,50	0,20	0
Opterećenja od vetra na zgrade (videti EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Temperatura (osim od požara) u zgradama (videti EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
Napomena: Vrednosti ψ , mogu da budu određene u Nacionalnom aneksu.			
¹⁾ Za zemlje, koje nisu navedene, videti relevantne lokalne uslove.			

Карактеристична (ретка) комбинација описује практично највеће оптерећење које се може јавити у експлоатацији. Користи се за провере појава за чије је настајање довољна и једнократна појава одговарајућег (довољно великог) оптерећења. Код армиранобетонских конструкција користи се за контролу напона.

Квази-стална (*quasi-permanent*) комбинација описује практично стално присутно оптерећење на конструкцији. Код армиранобетонских конструкција користи се за контролу угиба и прслина.

Честа комбинација описује међу-ниво оптерећења између највећег и стално присутног. У суштини, користи се када се жели да се неки критеријум поштри, тако што се налаже да се он испуни при овом нивоу оптерећења, а не при квази-сталном.

Шта се дешава са бетонским конструкцијама у реалности?

На конструкцију делују оптерећења и производе напрезања која имају:

- невидљиве последице (напоне, дилатације – углавном не видимо, сем уколико напрезање није довољно велико да изазове оштећења), и
- видљиве манифестације (прслине, деформације – угибе).

Шта корисник жели?

- Безбедно → обезбеђује *ULS* прорачун
- Трајно и комфортно → обезбеђује *SLS* прорачун.

Како се спроводе *SLS* прорачуни?

Сви грађевински прорачуни, па тиме и *SLS* прорачуни, спроводе се на моделима. Модели су мање или више добре (или мање или више грубе) апроксимације реалности. Дакле, прорачуни су увек (мање или више приближне) имитације реалности. На који начин, у таквим условима, испуњавамо жеље корисника ?

- Безбедно → обезбеђујемо применом коефицијената сигурности (концепт је доста сложенији, али коефицијенти сигурности су основни чинилац).
- Трајно и комфортно → обезбеђујемо применом ограничења на израчунате напоне, деформације, прслине.

Како се решава проблем да су резултати прорачуна добијени на моделима, те да углавном одступају од стварних вредности тих појава на конструкцији?

Ограничења су постављена комбиновањем теоријских разматрања са експерименталним испитивањем конструкција, са великим нагласком на експерименталним проверама. На тај начин су постављене задовољавајуће границе које се примењују на резултате прорачуна. Треба имати у виду да то не значи да иста појава на стварној конструкцији неће прекорачити ограничење.

Шта сачињава модел за прорачун?

Модел обухвата неколико подмодела, који апроксимирају поједине карактеристике реалне конструкције. То су, генерално:

- (1) модел конструкције („статички систем“ – ослонци, линијски, површински елементи, ...);
- (2) модели оптерећења (подељена, концентрисана, површинска, линијска, ...);
- (3) модели материјала за прорачун пресечних сила (за „статички прорачун“ - везе напона и деформација, на пример Хуков закон, понашање у пресеку, на пример Бернулијева хипотеза);
- (4) модели материјала за прорачун бетонске конструкције (везе напона и деформација – Хуков закон или другачије, ограничење или искључење затезања, ...).

(1), (2) и (3) су најчешће исти и за *ULS* и за *SLS* прорачуне. (4) се разликује за *ULS* и *SLS* прорачуне.

Модели материјала за прорачун бетонске конструкције (4) који се користе за *ULS* представљени су у курсу ТБК1. То су парабола-права за бетон, билинеарни за арматуру, линеарна расподела дилатација по висини пресека и услов да бетон не носи нормалне напоне затезања услед савијања (отвара се прслина на затегнутом делу пресека, а сво затезање прима арматура).

Модели материјала за прорачун бетонске конструкције (4) који се користе за прорачун стања експлоатације (гранично стање употребљивости - *SLS*) су у највећем делу исти као и у курсевима Отпорности материјала и Теорије конструкција - важи Хуков закон ($\sigma = E \cdot \varepsilon$, и за бетон и за арматуру) и Бернулијева хипотеза. Једина разлика је у третирању напона затезања. По овом питању правило је једноставно - прописана је употреба следећих могућности:

- (a) бетон не носи затезање услед савијања – на затегнутом делу отвара се прслина која сеже до неутралне линије (границе одакле почиње притисак -прорачун пресека са прслином) или,
- (b) бетон прихвата и затезање али напон затезања не може бити већи од границе која је прописана према врсти прорачуна која се спроводи, или је цео пресек притиснут (прорачун пресека без прслине).

ИЗРАЧУНАВАЊЕ И КОНТРОЛИСАЊЕ НАПОНА У ЕЛЕМЕНТИМА

За *SLS* провере често је потребно израчунати напоне у бетону и/или арматури. Прво се уради прорачун пресечних сила за одговарајућу комбинацију оптерећења. Затим се за изабране пресеке врши израчунавање напона. Прво се изабере случај (а) или (b). Често је то могуће са сигурношћу унапред урадити.

Ако се прорачун спроводи према случају (b), напони се израчунавају према моделима који се користе у курсу Отпорности материјала. Уколико се прорачуном добије напон затезања у бетону, проверава се да ли прокорачује одговарајућу границу. Уколико је то случај, прорачун се понавља према (a). Генерално, код армиранобетонских конструкција случај (a) је чешћи, док се (b) углавном јавља код претходно напрегнутих бетонских конструкција.

Први корак је израчунавање положаја неутралне линије. У другом кораку израчунавају се напони.

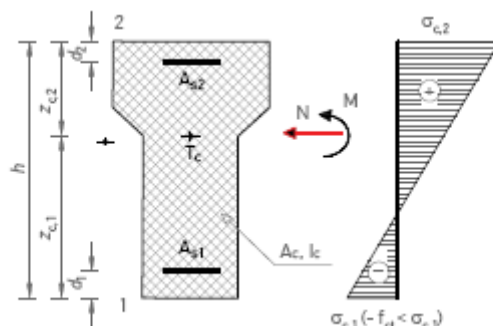
Код пресека без прслине директно се примењују поступци Отпорности материјала, а прорачун се често спроводи урачунавањем само бетона при одређивању потребних геометријских карактеристика.

Код пресека са прслином поступци Отпорности материјала се надограђују у складу са претпоставком о искључивању затегнутог бетона, а урачунавање арматуре је неопходно. У случају када је облик притиснутог дела бетонског пресека (који учествује у израчунавању геометријских карактеристика) правоугаони – могу се извести експлицитни изрази за одређивање положаја неутралне линије. На пример, у случају чистог савијања и правоугаоног облика притиснуте зоне, положај неутралне линије може се одредити решавањем квадратне једначине. За сложеније облике притиснуте зоне положај неутралне линије може се одредити итеративним прорачуном.

10.5.1 Izračunavanje napona u preseku bez prsline

Izračunavanje se sprovodi direktnom primenom postupaka Otpornosti materijala. Proračun se može uraditi uzimanjem u obzir ugrađene armature ili njenim zanemarivanjem. Uračunavanje armature zahteva više računanja, ali su izračunati naponi manji nego u slučaju sa zanemarenom armaturom. Uticaji svedeni na težište bruto betonskog preseka su N i M . Težište bruto preseka T_c je na odstojanju $z_{c,1}$ od donje ivice 1 preseka, Slika 10.6.

Ivice preseka su označene tako da moment savijanja M zateže stranu na kojoj je ivica 1. Kada se računa i armatura, geometrijske karakteristike preseka izračunavaju se sa usvojenim površinama čelika ($A_{s,prov}$).



Slika 10.6 Izračunavanje normalnih napona u preseku bez prsline

Osnovni koraci, za presek bez prsline (indeks I):

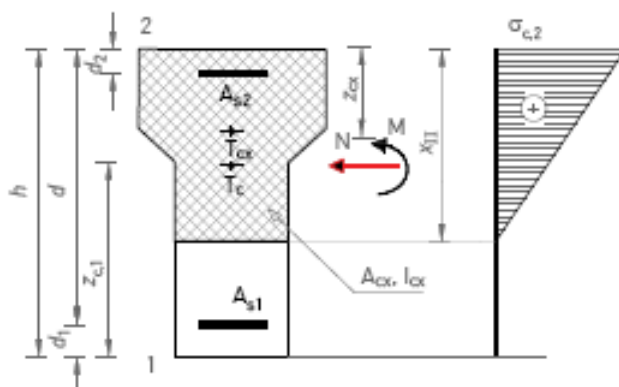
- Sračuna se površina betonskog preseka A_c , položaj njegovog težišta (na primer odstojanje od ivice 1) $z_{c,1}$ i sopstveni moment inercije I_c ;

- $\alpha = \frac{E_s}{E_c}$, ukoliko se uračunava armatura; (10.3)
- $A_l = A_c + (\alpha A_{s1}) + (\alpha A_{s2})$ – površina transformisanog preseka, svedenog na beton (= A_c , ako se ne uračunava armatura); (10.4)
- $z_{l,1} = \frac{A_c z_{c,1} + (\alpha A_{s1})d_1 + (\alpha A_{s2})(h-d_2)}{A_l}$ – položaj težišta transformisanog preseka (= $z_{c,1}$, bez armature); (10.5)
- $I_l = I_c + A_c(z_{c,1}-z_{l,1})^2 + (\alpha A_{s1})(d_1-z_{l,1})^2 + (\alpha A_{s2})(h-d_2-z_{l,1})^2$ – moment inercije transformisanog preseka (= I_c , bez armature); (10.6)
- $W_{l,1} = \frac{I_l}{z_{l,1}}$ i $W_{l,2} = \frac{I_l}{h-z_{l,1}}$ – otporni momenti ($W_{c,1} = \frac{I_l}{z_{c,1}}$ i $W_{c,2} = \frac{I_l}{h-z_{c,1}}$, kada se računa bez armature); (10.7)
- $M_l = M + N \cdot (z_{c,1} - z_{l,1})$ – moment u težištu transformisanog preseka ($M_l = M$ kada se računa bez armature, a M je pri statičkom proračunu određen za težište bruto betonskog preseka); (10.8)
- $\sigma_{c,1} = \frac{N}{A_l} - \frac{M_l}{W_{l,1}}$ – napon u betonu na (donjoj) ivici 1. Pozitivni su napon pritiska, normalna sila pritiska i moment koji zateže ivicu 1; (10.9)
- $\sigma_{c,2} = \frac{N}{A_l} + \frac{M_l}{W_{l,2}}$ – napon u betonu na (gornjoj) ivici 2; (10.10)
- $\sigma_{s,1} = \alpha \left(\frac{N}{A_l} - \frac{M_l}{I_l} (z_{l,1} - d_1) \right)$ – napon u armaturi uz ivicu 1. Pozitivan rezultat označava pritisak (ukoliko se ne uračunava armatura, uzima se A_c , I_c i $z_{c,1}$); (10.11)
- $\sigma_{s,2} = \alpha \left(\frac{N}{A_l} + \frac{M_l}{I_l} (h - z_{l,1} - d_2) \right)$ – napon u armaturi uz ivicu 2. Pozitivan rezultat označava pritisak. (10.12)

Ukoliko je potrebno da se uračuna armatura u više nivoa j (osim onih najbližih ivicama 1 i 2 preseka, $j = 1$ i 2) – $j = 3, 4 \dots$, potrebno je dodati odgovarajuće članove u izraze (10.4), (10.5) i (10.6). Armatura površine A_{sj} na odstojanju d_j ($j \geq 3$) od ivice 1 uračunava se dodavanjem članova u izraze (10.4-6) u oblikuprema izrazima za armaturu uz ivicu 1 (A_{s1}). Ukoliko je potrebno izračunati naprezanje neke od ovih armatura koristi se izraz (10.11) sa $d_1 \rightarrow d_j$.

10.5.2 Izračunavanje napona u preseku sa prslinom

Pri izračunavanju napona u preseku sa prslinom potrebno je da se odredi koji je deo preseka pritisnut. Pritisnuta zona preseka u slučaju savijanja samo momentom (čisto savijanje, $N = 0$) zavisi samo od geometrijskih karakteristika preseka (betona i armature) i za jednostavne oblike betonskog preseka može se izračunati u zatvorenom obliku (na primer, u slučaju pravougaonog preseka rešenje je koren kvadratne jednačine). U slučaju složenog savijanja (N, M) veličina pritisnutog dela preseka, osim od geometrijskih karakteristika, zavisi i od ekscentriciteta $e = M/N$ i postupak nije pogodan za direktno rešavanje. Izračunavanje se uglavnom sprovodi numeričkim postupcima, najbolje iteriranjem uz pomoć računara. Sa (N, M) označeni su uticaji određeni za težište bruto betonskog preseka. Težište bruto preseka T_c je na odstojanju $z_{c,1}$ od ivice 1 (donje ivice) preseka, Slika 10.7.



Slika 10.7 Izračunavanje normalnih napona u preseku sa prslinom

Opšti postupak je numerički obiman i u celini se oslanja na postupke Otpornosti materijala. Međutim, jednostavan je za programiranje, pa se proračun može uraditi upotrebom računara. Na slici 10.7 je osenčen traženi pritisnuti deo preseka proizvoljnog oblika. Usvojeno je da je prslina na strani ivice 1, to jest da u preseku deluje pozitivni moment savijanja. Najjače pritisnuto vlakno je na ivici 2. Osim uobičajenih oznaka za visinu (h) i statičku visinu (d) preseka, površine (A_{s1} , A_{s2}) i položaje armatura (d_1 , d_2), uvedene su i sledeće:

- x_{II} – visina pritisnute zone (položaj neutralne linije);
- A_{cx} – površina pritisnutog dela betonskog preseka;
- z_{cx} – odstojanje težišta površine pritisnutog dela (T_{cx}) od ivice 2;
- I_{cx} – sopstveni moment inercije površine pritisnute zone (oko njenog težišta T_{cx})

Geometrijske karakteristike preseka izračunavaju se sa usvojenim površinama čelika ($A_{s,prov}$). Proračun se sprovodi u tri koraka.

(1) **Pretpostavi se vrednost za x_{II} ($0 \leq x_{II} \leq h$). Sračunava se:**

- A_{cx} , z_{cx} i I_{cx} ;
- $\alpha = \frac{E_s}{E_c}$; (10.3)
- $A_{II} = A_{cx} + (\alpha A_{s1}) + (\alpha A_{s2})$ – površina transformisanog preseka sa prslinom, svedenog na beton; (10.13)
- $z_{II,1} = \frac{A_{cx}(h - z_{cx}) + (\alpha A_{s1})d_1 + (\alpha A_{s2})(h - d_2)}{A_{II}}$ – položaj težišta transformisanog preseka sa prslinom; (10.14)
- $I_{II} = I_{cx} + A_{cx}(h - z_{cx} - z_{II,1})^2 + (\alpha A_{s1})(d_1 - z_{II,1})^2 + (\alpha A_{s2})(h - d_2 - z_{II,1})^2$ – moment inercije transformisanog preseka sa prslinom; (10.15)
- $M_x = M + N(z_{c,1} - z_{II,1}) = N(e + z_{c,1} - z_{II,1})$ – moment u težištu transformisanog preseka; (10.16)
- $\sigma_{cx} = \frac{N}{A_{II}} - \frac{M_x}{I_{II}}(x_{II} - h + z_{II,1})$ – napon na mestu neutralne linije. (10.17)

(2) Menja se vrednost za x_{II} dok se ne postigne

$$\sigma_{cx} = 0. \quad (10.18)$$

Ukoliko se u izrazu (10.17) moment prikaže prema (10.16) kao $M_x = N(e + z_{c,1} - z_{II,1})$, primena uslova (10.18) čini problem nezavisnim od veličine normalne sile N – nakon skraćivanja kao parametar ostaje samo ekscentricitet e :

$$\frac{1}{A_{II}} - \frac{e + z_{c,1} - z_{II,1}}{I_{II}}(x_{II} - h + z_{II,1}) = 0. \quad (10.19)$$

(3) Sa vrednostima za x_{II} , M_x , $A_{II} = A_{II}(x)$, $z_{II,1} = z_{II,1}(x)$ i $I_{II} = I_{II}(x)$ iz usvojene iteracije izračunavaju se naprezanja materijala:

- $\sigma_{c,2} = \frac{N}{A_{II}} + \frac{M_x}{I_{II}}(h - z_{II,1})$ – napon u betonu na ivici 2; rezultat je pozitivan i označava pritisak; (10.20)

- $\sigma_{s,1} = \alpha \cdot \left(\frac{N}{A_{II}} - \frac{M_x}{I_{II}}(z_{II,1} - d_1) \right)$ – napon u armaturi uz ivicu 1. Rezultat je najčešće negativan, što označava zatezanje. (10.21)

- $\sigma_{s,2} = \alpha \cdot \left(\frac{N}{A_{II}} + \frac{M_x}{I_{II}}(h - z_{II,1} - d_2) \right)$ – napon u armaturi uz ivicu 2. Pozitivan rezultat označava pritisak. (10.22)

Kao i u poglavlju 10.5.1, ukoliko je potrebno da se uračuna armatura u više nivoa j (osim onih najbližih ivicama 1 i 2 preseka, $j = 1$ i 2) – $j = 3, 4 \dots$, potrebno je dodati odgovarajuće članove u izraze (10.13-15). Armatura površine $A_{s,j}$ na odstojanju d_j ($j \geq 3$) od ivice 1 uračunava se dodavanjem članova u izraze (10.13-15) u obliku prema izrazima za armaturu uz ivicu 1 ($A_{s,1}$). Ukoliko je potrebno izračunati naprezanje neke od ovih armatura koristi se izraz (10.21) sa $d_1 \rightarrow d_j$.

10.5.3 Izračunavanje napona u preseku za slučaj savijanja samo momentom

Kada je $N = 0$, uslov $\sigma_{cx} = 0$ prema izrazu (10.17) daje:

$$x_{II} - h + z_{II,1} = 0. \quad (10.23)$$

To znači na veličina pritisnute zone zavisi samo od geometrijskih karakteristika betona i čelika i odnosa njihovih modula (10.3), a ne i od veličine momenta savijanja M koji deluje u preseku. U tom slučaju položaj neutralne linije poklapa se sa težištem (transformisanog) preseka sa prslineom:

$$x = h - z_{II,1} = z_{II,2}. \quad (10.24)$$

Pri čistom savijanju moguće je izvesti obrasce za izračunavanje položaja neutralne linije za jednostavnije oblike betonskih preseka. Prikazani obrasci se izводе iz proračunskih pretpostavki navedenih u poglavlju 10.4.1 (modeli materijala za proračun betonske konstrukcije i model (b) ponašanja zategnutog betona) i uslova ravnoteže. Položaj neutralne linije određuje se iz ravnoteže normalnih sila, a veličina napona iz veličine momenta savijanja.

Obrasci u nastavku važe za preseke sa pravougaonim oblikom pritisnute zone napregnute na savijanje (M) bez normalne sile (ili sa malom normalnom silom koja se može zanemariti, $N \approx 0$). Sam presek može biti različit od pravougaonog (na primer „T“ presek sa neutralnom linijom u ploči ili „T“ presek kome moment zateže ploču). Oznake koje se koriste:

b širina pritisnute zone,

d statička visina preseka,

d_1 (d_2) odstojanje težišta zategnute (pritisnute) armature od zategnute (pritisnute) ivice preseka,

h visina preseka, $h = d + d_1$

h_{fl} visina flanše (debljina ploče) „T“ preseka,

A_{s1} (A_{s2}) površina zategnute (pritisnute) armature,

E_c (E_s) modul elastičnosti betona (armature),

x_{II} visina pritisnute zone – odstojanje neutralne linije od pritisnute ivice preseka (ivice 2),

σ_c napon pritiska u betonu na pritisnutoj ivici (ivica 2, $\sigma_c = \sigma_{c,2}$) – najveći napon pritiska u preseku,

σ_{s1} napon u zategnutoj armaturi (armaturi uz ivicu 1),

σ_{s2} napon u pritisnutoj armaturi (armaturi uz ivicu 2).

Visina pritisnute zone „ x_{II} “ u preseku sa prslinom izračunava se rešavanjem kvadratne jednačine. U obrascima u nastavku određuje se bezdimenzioni koeficijent visine pritisnute zone „ ξ “, umesto same veličine x_{II} :

$$\xi = \frac{x_{II}}{d}. \quad (10.25)$$

Napomena: x_{II} i ξ dati obrascima u nastavku važe za modele materijala za SLS proračune. Veličine označene istim slovima za ULS proračune (poglavlje 5) određuju se za drugačije modele materijala i imaju drugačije vrednosti.

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} \quad (10.3)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{bd} \quad (10.26,27)$$

Kada su jednom izračunate vrednosti napona u materijalima $\sigma(M_1)$ pri čistom savijanju momentom veličine M_1 , naprezanje pri drugačijoj vrednosti momenta M_2 je proporcionalno i može se jednostavno odrediti kao:

$$\sigma(M_2) = \frac{M_2}{M_1} \sigma(M_1). \quad (10.28)$$

10.5.3.1 Jednostrano armiran presek napregnut na čisto savijanje sa pravougaonim oblikom pritisnute zone

Za presek armiran samo zategnutom armaturom, ili ukoliko se zanemaruje pritisnuta armatura pri proračunu naprezanja na čisto savijanje, uslov (10.23) se, sa uvođenjem oznaka prema izrazima (10.25-27), može transformisati u kvadratnu jednačinu:

$$\xi^2 + 2\alpha\rho_1\xi - 2\alpha\rho_1 = 0 \quad (10.29)$$

za numeričko rešavanje, ili, direktno, rešenje:

$$\xi = \alpha \rho_1 \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha \rho_1}} \right). \quad (10.30)$$

Ukoliko presek nije pravougaoni, pre daljeg proračuna potrebno je proveriti pretpostavku da je pritisnuta zona oblika pravougaonika:

$$x_{||} = \xi d \leq h_{fl}. \quad (10.31)$$

Ukoliko pretpostavka nije ispunjena, $x_{||}$ se može dobiti opštim postupkom prikazanim u poglavlju 10.6.2, pri čemu je dovoljno koristiti samo izraze (10.13-15) i (10.23). Naponi se određuju prema izrazima (10.20-22), pri čemu je $N = 0$ i $M_x = M$.

Za pravougaoni oblik pritisnute zone, napon u betonu na ivici 2 (rezultat je pozitivan i označava pritisak):

$$\sigma_c = \sigma_{c,2} = \frac{M}{bd^2} \frac{2}{\xi \left(1 - \frac{\xi}{3} \right)}. \quad (10.32)$$

Napon u armaturi uz ivicu 1 je (rezultat je pozitivan i označava zatezanje):

$$\sigma_{s1} = \alpha \sigma_c \frac{1 - \xi}{\xi} \quad \text{ili} \quad \sigma_{s1} = \alpha \frac{M}{bd^2} \frac{2 \cdot (1 - \xi)}{\xi^2 \cdot \left(1 - \frac{\xi}{3} \right)}. \quad (10.33)$$

Ukoliko nije potrebno izračunavanje napona u betonu σ_c , napon u zategnutoj armaturi σ_{s1} se može, za potrebe SLS proračuna, dovoljno tačno odrediti približnim postupkom pretpostavljanjem veličine kraka unutrašnjih sila z . Uobičajeno se usvaja $z \approx 0.9$. Rezultat dosta dobro odgovara gredama, dok je za ploče u većini slučajeva na strani sigurnosti. Rezultat je pozitivan i znači zatezanje:

$$\sigma_{s1} \approx \frac{M}{0.9dA_{s1}} \quad (10.34)$$

10.5.3.2 Obostrano armiran presek napregnut na čisto savijanje sa pravougaonim oblikom pritisnute zone

Položaj neutralne linije (10.25) može se odrediti iz kvadratne jednačina:

$$\xi^2 + 2\alpha(\rho_1 + \rho_2)\xi - 2\alpha\left(\rho_1 + \rho_2 \frac{d_2}{d}\right) = 0 \quad (10.36)$$

čije je rešenje:

$$\xi = \alpha(\rho_1 + \rho_2) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2\left(\rho_1 + \rho_2 \frac{d_2}{d}\right)}{\alpha(\rho_1 + \rho_2)^2}} \right). \quad (10.37)$$

Ukoliko presek nije pravougaoni, pre daljeg proračuna potrebno je proveriti pretpostavku da je pritisnuta zona oblika pravougaonika:

$$x_{||} = \xi d \leq h_{fl}. \quad (10.31)$$

Ukoliko pretpostavka nije ispunjena, x se može dobiti opštim postupkom prikazanim u poglavlju 10.5.2, pri čemu je dovoljno koristiti samo izraze (10.13-15) i (10.23). Naponi se određuju prema izrazima (10.20-22), pri čemu je $N = 0$ i $M_x = M$.

Za pravougaoni oblik pritisnute zone, napon u betonu na ivici 2 preseka je (rezultat je pozitivan i označava pritisak):

$$\sigma_c = \sigma_{c2} = \frac{M}{bd^2} \frac{1}{\frac{\xi}{2} \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \alpha_{p2} \left(1 - \frac{d_2}{\xi d}\right) \left(1 - \frac{d_2}{d}\right)}. \quad (10.38)$$

Napon u armaturi uz ivicu 1 je (rezultat je pozitivan i znači zatezanje):

$$\sigma_{s1} = \alpha \sigma_c \frac{1 - \xi}{\xi}. \quad (10.39)$$

Napon u armaturi uz ivicu 2 je (pozitivan rezultat označava pritisak, negativan zatezanje):

$$\sigma_{s2} = \alpha \sigma_c \frac{\xi - \frac{d_2}{d}}{\xi}. \quad (10.40)$$

КОНТРОЛА НАПОНА ПРЕМА ЕВРОКОДУ 2 (EN 1992-1-1)

Контролише се напон у бетону и челику армиранобетонских и претходно напрегнутих бетонских конструкција. Напон се израчунава за стање експлоатације (*Service State*), то јест за конструкцију оптерећену експлоатационим оптерећењем. Контрола напона према EC2 је део прорачуна граничног стања употребљивости – *SLS* (*Serviceability Limit State*).

За сваку контролу према EC2 прописана је комбинација оптерећења за *SLS* („карактеристична“, „честа“ или „квази-стална“ комбинација). Ове комбинације одговарају различитим нивоима експлоатационог оптерећења.

Циљ ограничавања напона, који су предмет контроле у EC2, јесте обезбеђење трајности конструкције.

Ограничења напона проистичу и из захтева EC8. Ограничења напона према EC8 су део прорачуна граничног стања носивости – *ULS* (*Ultimate Limit State*). Ова ограничења се односе на постизање одређених перформанси и обезбеђење носивости елемената чији је задатак да прихвате сеизмичко оптерећење (на пример армиранобетонски зидови и стубови). Могу бити и доста оштрија од ограничења која поставља EC2. Нису у програму овог курса и овде се не разматрају.

Експлицитна ограничења напона у EC2 су дата за карактеристичне комбинације:

- Напон притиска у бетону $\sigma_c \leq 0,6 f_{ck}$ (60 % чврстоће при притску);
- Напон у затезања у арматури $\sigma_s \leq 0,8 f_{yk}$ (80 % границе течења);
- Напон у затезања у кабловима $\sigma_p \leq 0,75 f_{pk}$ (75 % границе кидања).

Превелики напон притиска у бетону може да произведе подужне прслине и микропрслине, што смањује трајност конструкције. Граница од $0,6 f_{ck}$ користи се за избегавање ових појава. Превелики напон затезања у арматури може да за собом остави нееластичну дилатацију која увећава ширину прслина, што такође смањује трајност конструкције. Граница од $0,8 f_{yk}$ користи се за избегавање ових појава.

Неке контроле напона нису увек обавезне: у одређеним случајевима неке од њих се могу изоставити. Такви случајеви су, на пример:

- Ако Национални документ – НД (NA – *National Annex*) то експлицитно дозвољава. Наш НД нема такву одредбу;
- EC2 препоручује да се за одређене класе изложености (XD, XF, XS) ограничи максимални напон притиска у бетону на $0,6 f_{ck}$. Ово се може тумачити тако да ограничавање није неопходно у блаже агресивним срединама (X0, XC);
- EC2 дозвољава да се уместо ограничења напона примене алтернативне мере обезбеђења трајности, као што су утешање притиснутог бетона или повећање заштитног слоја. Ове алтернативе нису експлицитно разрађене у EC2. Уколико НД не садржи инструкције (наш НД нема) ово је (за сада) декларативна могућност.

EC2 уводи још неколико граница (вредности) напона, које су од значаја за прорачун:

- При прорачуну напона и угиба (израчунавању карактеристика попречног пресека) може да се претпостави да је пресек без прслине уколико напон затезања не прелази средњу вредност чврстоће бетона при затезању f_{ctm} (ово не значи да се не очекује појава појединачних прслина!);
- Нелинеарно течење притиснутог бетона, које може узроковати прекомерне угибе, треба узети у обзир уколико напон притиска при квази-сталном оптерећењу прелази $0,45 f_{ck}$.

Напони затезања у бетону нису ограничени. Клаузуле које лимитирају стање прслина претходно напрегнутих конструкција, за поједине класе изложености, међутим, као последицу имају ефекат сличан ограничавању затезања у бетону.

Ограничење напона притиска на величину $0,6 f_{ck}(t)$ обавезно је у случају претходно напрегнутих конструкција, при претходном напрезању.

Резиме и закључак

Инструкције EC2 за контролу напона дате су у форми препорука које нису увек (потпуно) обавезујуће. Одговорност је на Пројектанту да усвоји и спроведе одговарајућа ограничења која ће обезбедити функционалност и трајност конструкције, у складу са условима из Пројектног задатка.

Препоруке

Чак и у случају да се Пројектант одлучио да му одређено ограничење није од значаја да би га применио, корисно је израчунати напоне и сагледати њихове вредности. Употреба арматура са високим вредностима f_{yk} може резултовати у веома великим напонима притиска у бетону, због великих дилатација растезања пресека при искоришћењу арматуре.

Ограничење напона притиска у бетону $\sigma_c \leq 0,6 f_{ck}$ према EC2 за карактеристичне комбинације обавезно спроводити за класе изложености XD, XF, XS. У блаже агресивним срединама (X0, XC) трудити се да прекорачења, ако их има, не буду велика.

Ограничење напона у затезања у арматури $\sigma_s \leq 0,8 f_{yk}$ такође треба спроводити. Овај услов је углавном у највећем броју случајева испуњен и обично не захтева измене решења које произилази из ULS прорачуна.

Уобичајена структура оптерећења (% учешћа сталног, додатног сталног и променљивог оптерећења у укупном терету) у зградарству (*buildings*) је таква да је граница линеарног течења ($0,45 f_{ck}$ при квази-сталном оптерећењу) „оштрија“ од границе $0,6 f_{ck}$ при карактеристичном оптерећењу. Ово значи да, уколико елемент конструкције „досеже“ $0,6 f_{ck}$ при карактеристичном оптерећењу, највероватније постоје зоне у њему у којима

напон притиска прелази границу нелинеарног течења и које, сходно томе, имају увећану деформабилност. У тим случајевима потребно је сагледати проблем увећања угиба. Постављање притиснуте арматуре, осим што умањује напоне, додатно умањује угибе, кроз ефекте прерасподеле напрезања у оваквим ситуацијама.

Материјали (3 документа) за припрему/израду Задатака 2-4 налазе се на линковима

http://imksus.grf.bg.ac.rs/nastava/BETON-NOVI%20NASTAVNI%20PLAN_2021/TBK2/Vezbe/SLS/1_Primer_AB_ploca.pdf

http://imksus.grf.bg.ac.rs/nastava/BETON-NOVI%20NASTAVNI%20PLAN_2021/TBK2/Vezbe/SLS/2_Primer_AB_Greda.pdf

http://imksus.grf.bg.ac.rs/nastava/BETON-NOVI%20NASTAVNI%20PLAN_2021/TBK2/Vezbe/SLS/3_Komentari_primera.pdf

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

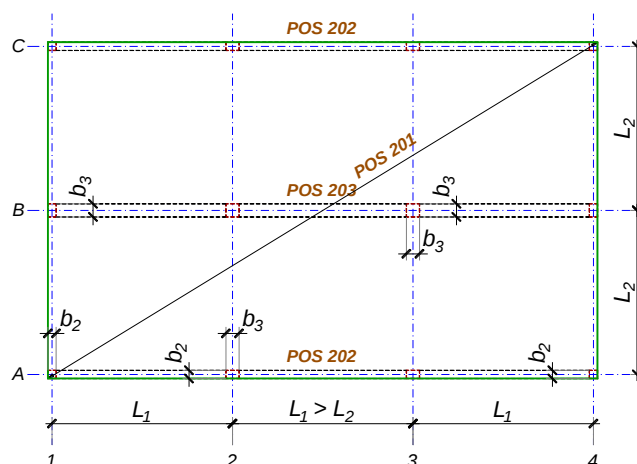
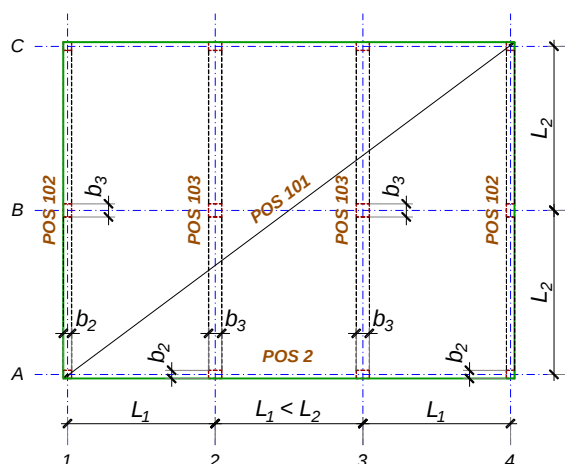
kandidat:

ТЕОРИЈА БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА 2

školska 2024/25. godina

Име Презиме
бр. индекса
#n

ZADATAK 2



Za konstrukciju prikazanu na skici potrebno je:

1. Izračunati veličine opterećenja za karakterističnu i kvazi-stalnu kombinaciju za zadatu ploču i gredu. Vrednosti ψ koeficijenata za promenljivo opterećenje q su: $\psi_0 = 0.7$, $\psi_1 = 0.6$, $\psi_2 = 0.3$.
2. Izračunati veličine uticaja za opterećenja pod tačkom 1 i nacrtati dijagrame momenta savijanja za ploču i gredu.
3. Izračunati veličine napona u betonu i armaturi u ploči u (prvom) polju.
4. Izračunati veličine napona u betonu i armaturi u gredi nad srednjim osloncem. Zategnutu armaturu uzeti prema usvojenom rešenju pod tačkom 0. Pri tome, usvojiti da je pritisnuta armatura jednaka usvojenoj (zategnutoj) armaturi u polju.
5. Uporediti izračunate napone sa preporučenim ograničenjima prema EN1992-1-1 i komentarisati.

Podaci za proračun:

$L_1 = 5.4 \text{ m}$

$\Delta g = 2 \text{ kN/m}^2$

$b_2 = 25 \text{ cm}$

$h_p = 16 \text{ cm}$

C 40/50

XC1

$L_2 = 6.6 \text{ m}$

$Q = 5 \text{ kN/m}^2$

$b_3 = 30 \text{ cm}$

$h = 60 \text{ cm}$

B500B