



*Univerzitet u Beogradu – Građevinski
fakultet www.grf.bg.ac.rs*

Studijski program: GRAĐEVINARSTVO OSNOVNE AKADEMSKE STUDIJE

Usmerenje: KON/OTIG/GG

Godina/Semestar: III godina / VI semestar

Naziv predmeta (šifra): TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA 2 (B3O3B2)

Nastavnik: doc. dr. Vedran Carević, asis. Stefan Ž. Mitrović

Naslov vežbi: Plan oplata i plan armature krstaste ploče

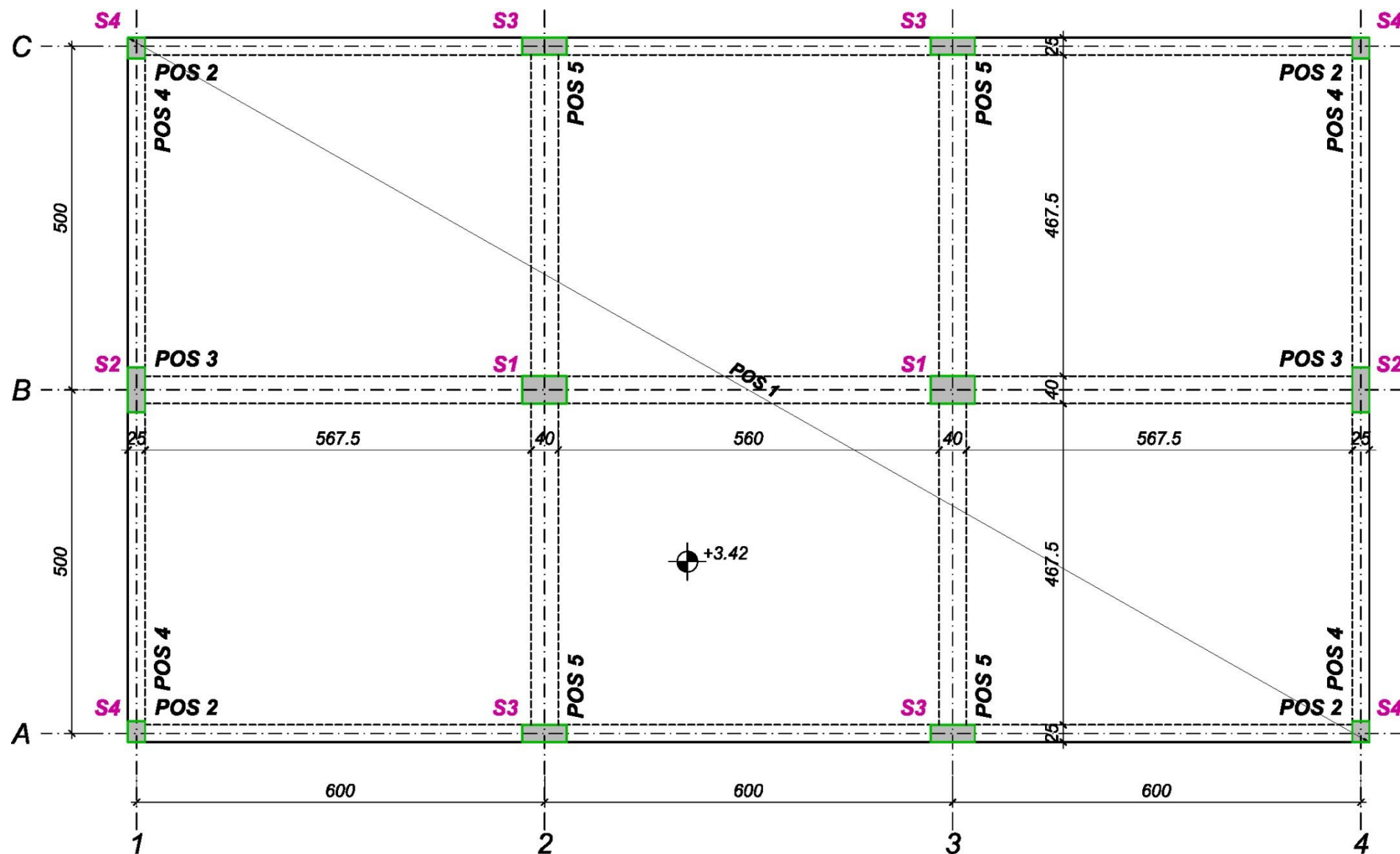
Datum: 22.04.2025

Beograd, 2025.

Sva autorska prava autora prezentacije i/ili video snimaka su zaštićena. Snimak ili prezentacija se mogu koristiti samo za nastavu studenata Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu u školskoj 2024/2025 i ne mogu se koristiti za druge svrhe bez pismene saglasnosti autora materijala.

Krstasto armirana ploča

2



Ploča POS 1 je gredama izdeljena na šest polja. Svako polje je oslonjeno na sve četiri strane, a odnos dimenzija u osnovi je:

$$\frac{L_{\max}}{L_{\min}} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{6.0}{5.0} = 1.2 < 2$$

pa se ploča proračunava kao krstasta. Grede POS 2 i POS 3 su postavljene u dužem, a POS 4 i POS 5 u kraćem pravcu.

1.2 ANALIZA OPTEREĆENJA

S obzirom da se radi o varijantnom rešenju konstrukcije obrađene u primeru P1, usvojena su ista opterećenja kao u tom primeru:

ukupno dodatno stalno opterećenje: $\Delta g = 2.25 \text{ kN/m}^2$

povremeno opterećenje: $q = 4.00 \text{ kN/m}^2$

Usvojena je debljina ploče kao u primeru P1 – iste minimalne dimenzije ploče, bilo da se radi o ploči u jednom pravcu ili krstasto armiranoj ploči, preporučuju kako EC2, tako i doskora važeći PBAB 87.

Ukupno stalno, odnosno povremeno opterećenje:

- sopstvena težina ploče	0.15×25	$= 3.75 \text{ kN/m}^2$
- dodatno stalno opterećenje	Δg	$= 2.25 \text{ kN/m}^2$
ukupno, stalno opterećenje	g	$= 6.00 \text{ kN/m}^2$
povremeno opterećenje:	q	$= 4.00 \text{ kN/m}^2$

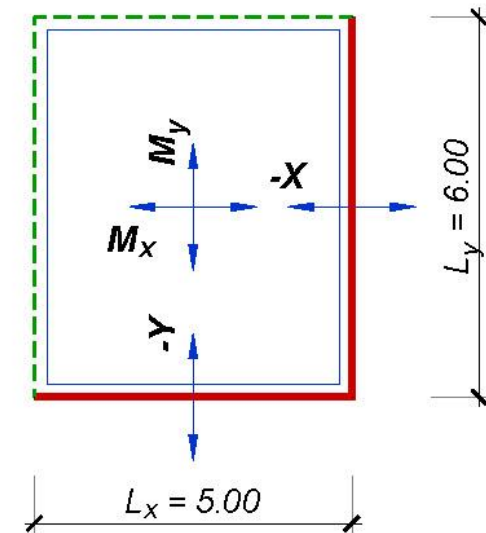
1.3.1 Ploča "A"

$$L_y / L_x = 6.0 / 5.0 = 1.2$$

$$G = g \times L_x \times L_y = 6.0 \times 5.0 \times 6.0 = 180.0 \text{ kN}$$

$$Q = q \times L_x \times L_y = 4.0 \times 5.0 \times 6.0 = 120.0 \text{ kN}$$

			G	Q	Ed
	k		kNm/m	kNm/m	kNm/m
kraći pravac, polje	0.032	M_x	5.8	3.8	13.5
duži pravac, polje	0.023	M_y	4.1	2.8	9.7
kraći pravac, oslonac	0.071	-X	12.8	8.5	30.0
duži pravac, oslonac	0.062	-Y	11.2	7.4	26.2



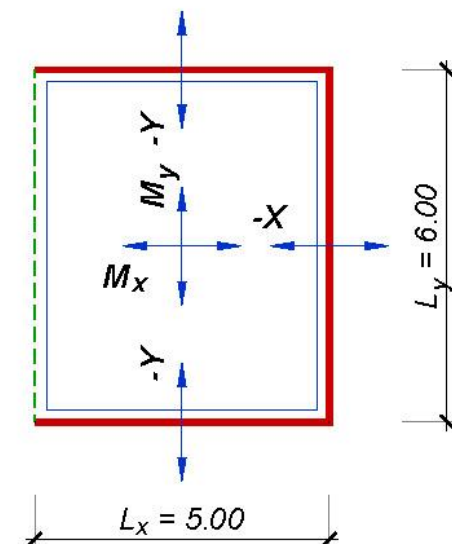
1.3.2 Ploča "B"

$$L_y / L_x = 6.0 / 5.0 = 1.2$$

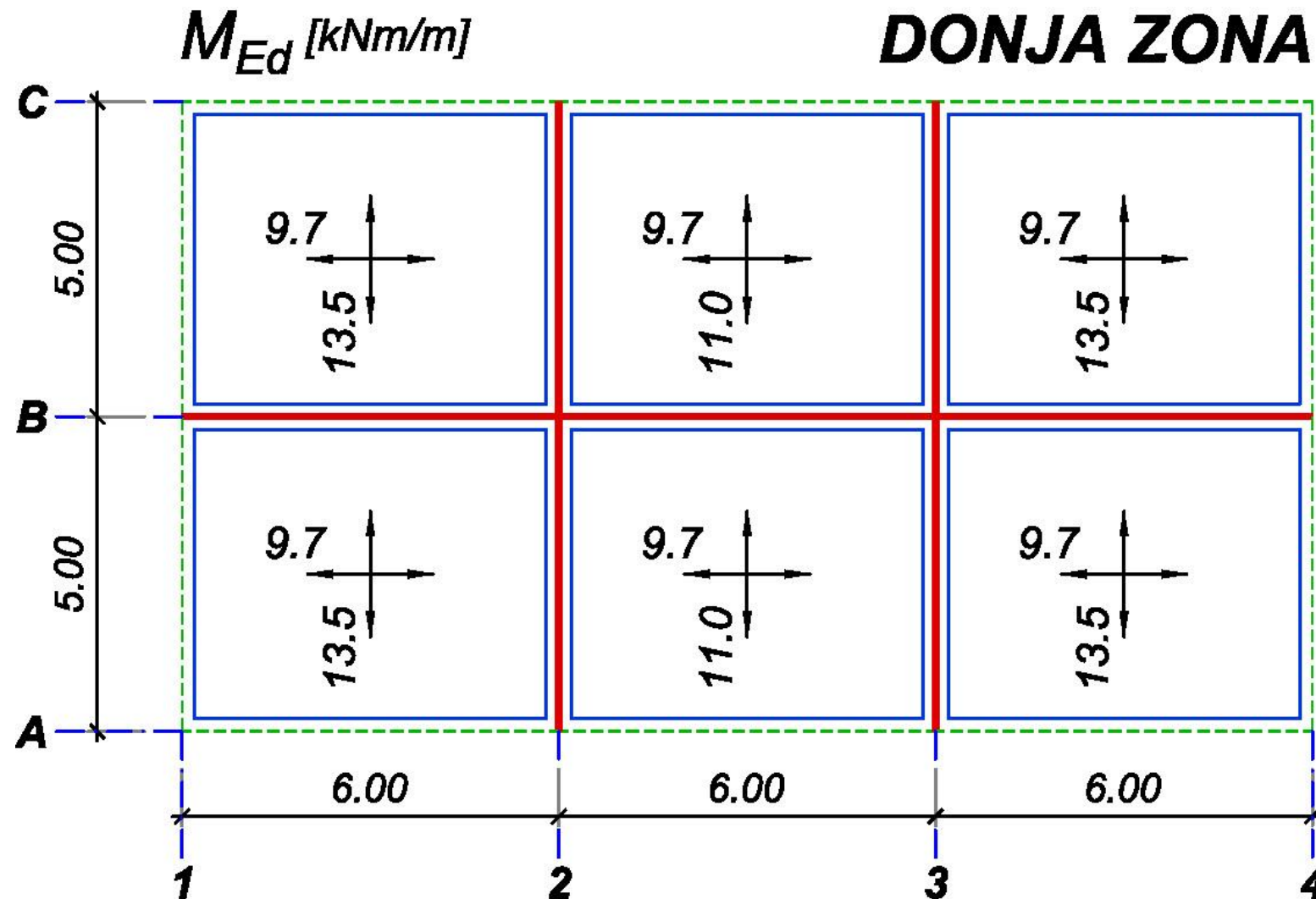
$$G = g \times L_x \times L_y = 6.0 \times 5.0 \times 6.0 = 180.0 \text{ kN}$$

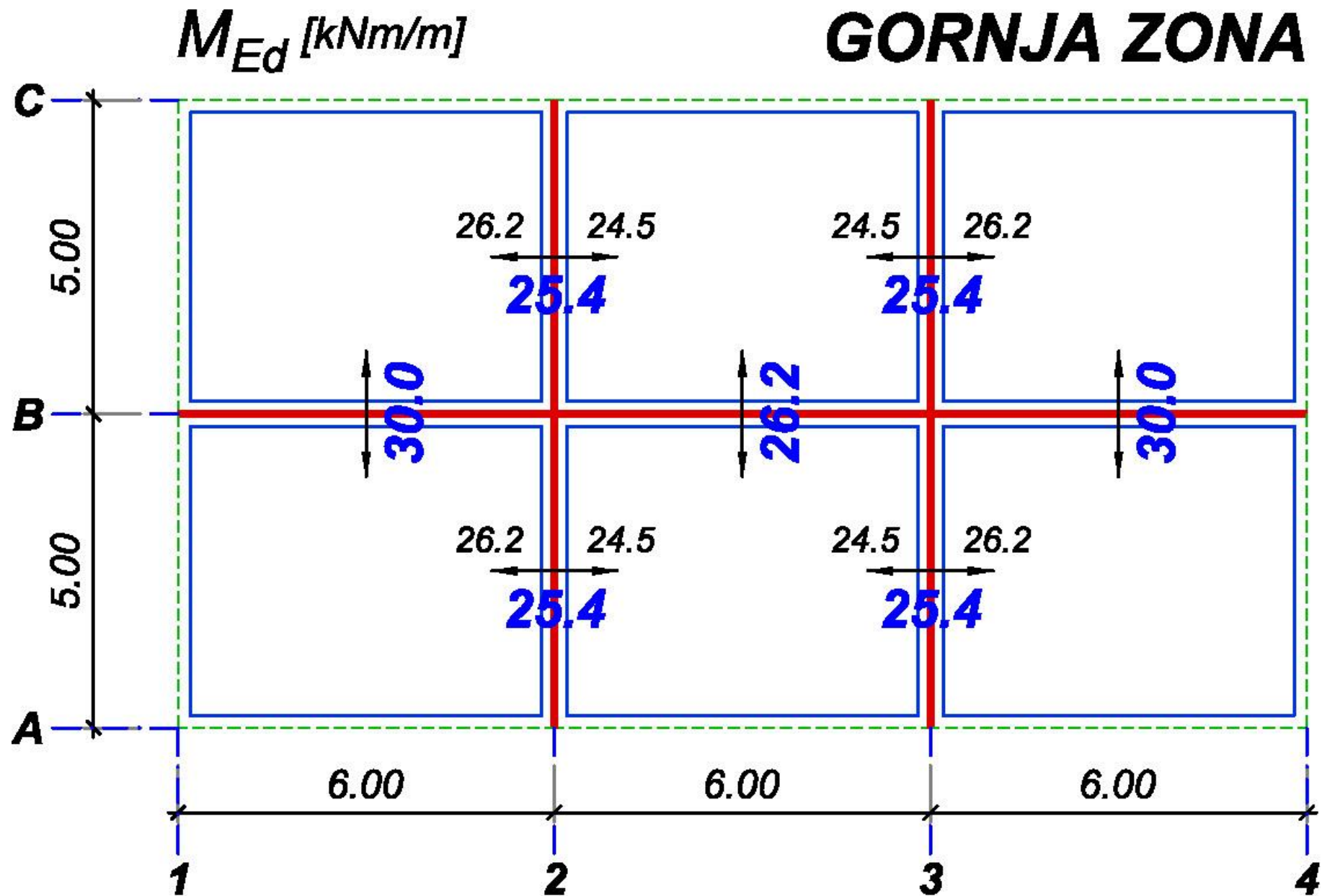
$$Q = q \times L_x \times L_y = 4.0 \times 5.0 \times 6.0 = 120.0 \text{ kN}$$

			G	Q	Ed
	k		kNm/m	kNm/m	kNm/m
kraći pravac, polje	0.026	M_x	4.7	3.1	11.0
duži pravac, polje	0.023	M_y	4.1	2.8	9.7
kraći pravac, oslonac	0.062	-X	11.2	7.4	26.2
duži pravac, oslonac	0.058	-Y	10.4	7.0	24.5



Granični momenti savijanja u ploči, posebno za donju, odnosno gornju zonu, su prikazani na narednim šemama. Posebno se naglašava da momenti savijanja M_x i M_y nisu momenti savijanja u pravcu nekakvih globalnih koordinatnih osa, već momenti određeni prema notaciji primenjenoj u tablicama (M_x je moment u kraćem, a M_y u dužem pravcu).





2 PRORAČUN GREDA

Grede POS 2 i POS 3 su kontinualni nosači raspona 3×6,0 m a grede POS 4 i POS 5 raspona 2×5,0 m. Usvojene su dimenzije greda iz primera P1: ivične grede POS 2 i POS 4 su dimenzija 25/50 cm, a srednje grede POS 3 i POS 5 dimenzija 40/50 cm.

2.1 ANALIZA OPTEREĆENJA

Pored sopstvene težine i težine fasade (ivične grede POS 2 i POS 4), grede su opterećene opterećenjem od POS 1, koje se sračunava pomoću tabele za proračun krstastih ploča.

Slično proračunu momenata savijanja, za utvrđeni odnos strana i tip oslanjanja, iz tabele se čitaju koeficijenti k_i i ukupne sile Q_i koje se prenose na jednu oslonačku gredu (zid) usled opterećenja q (stalno, povremeno) sračunavaju kao:

$$Q_i = k_i \times Q \quad ; \quad Q = q \times L_x \times L_y$$

Mada je stvarna raspodela neznatno drugačija, uobičajeno se usvaja da je opterećenje oslonačkih greda (zidova) jednako raspodeljeno, pa se odgovarajuće vrednosti dobijaju deljenjem sračunatih sila Q_i sa odgovarajućim rasponima L_y ili L_x . Vrednosti ukupnih oslonačkih reakcija G_i , Q_i (za stalno, odnosno povremeno opterećenje), kao i opterećenja g_i , q_i su prikazane tabelarno.

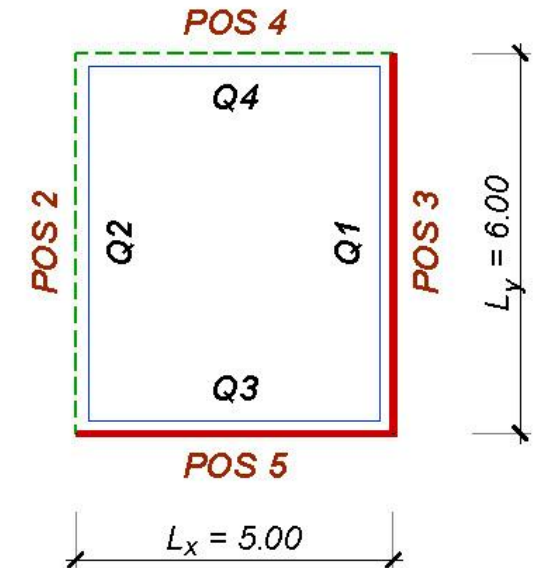
2.1.1 Ploča "A"

$$L_y/L_x = 6.0/5.0 = 1.2$$

$$G = g \times L_x \times L_y = 6.0 \times 5.0 \times 6.0 = 180.0 \text{ kN}$$

$$Q = q \times L_x \times L_y = 4.0 \times 5.0 \times 6.0 = 120.0 \text{ kN}$$

<i>k</i>		G	Q	L	g	q
		kN	kN	m	kN/m	kN/m
0.331	Q ₁	59.6	39.7	6.0	9.93	6.62
0.226	Q ₂	40.7	27.1	6.0	6.78	4.52
0.257	Q ₃	46.3	30.8	5.0	9.25	6.17
0.186	Q ₄	33.5	22.3	5.0	6.70	4.46



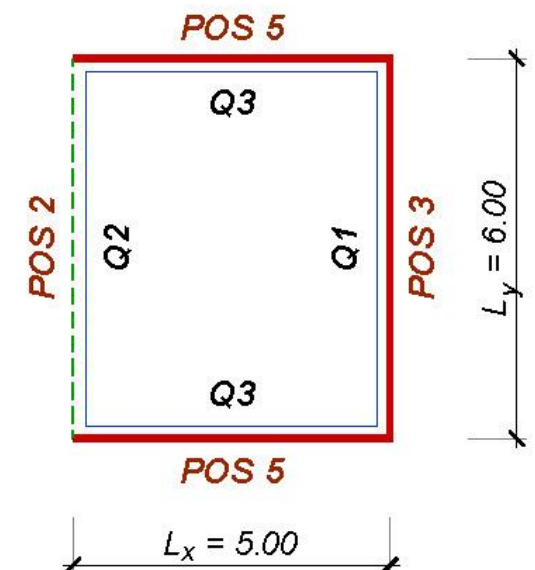
2.1.2 Ploča "B"

$$L_y/L_x = 6.0/5.0 = 1.2$$

$$G = g \times L_x \times L_y = 6.0 \times 5.0 \times 6.0 = 180.0 \text{ kN}$$

$$Q = q \times L_x \times L_y = 4.0 \times 5.0 \times 6.0 = 120.0 \text{ kN}$$

<i>k</i>		G	Q	L	g	q
		kN	kN	m	kN/m	kN/m
0.300	Q ₁	54.0	36.0	6.0	9.00	6.00
0.210	Q ₂	37.8	25.2	6.0	6.30	4.20
0.245	Q ₃	44.1	29.4	5.0	8.82	5.88



2.2 PRORAČUN GREDE POS 3

2.2.1 Analiza opterećenja

krajnja polja:

- sopstvena težina	$0.4 \times 0.5 \times 25$	=	5.00 kN/m
- <u>stalno opterećenje od POS 1</u>	2×9.93	=	19.86 kN/m
ukupno, stalno opterećenje		g_1	= 24.86 kN/m
povremeno opterećenje	2×6.62	= q_1	= 13.24 kN/m

srednje polje:

- sopstvena težina	$0.4 \times 0.5 \times 25$	=	5.00 kN/m
- <u>stalno opterećenje od POS 1</u>	2×9.00	=	18.00 kN/m
ukupno, stalno opterećenje		g_2	= 23.00 kN/m
povremeno opterećenje	2×6.00	= q_2	= 12.00 kN/m

2.2.2 Proračun presečnih sila

Proračun statičkih uticaja se vrši pomoću tabela za kontinualne nosače konstantnog preseka sa jednakim krajnjim rasponima. Proračunavaju se reakcije oslonaca za stalno i povremeno opterećenje, kao i granične vrednosti momenata savijanja i transverzalnih sila. Lako je pokazati za simetrično opterećenje ($q_1=q_3$) i jednake raspone $L_1=L_2=L_3=L$:

$$M_{1q} = -\left(\frac{q_1}{15} + \frac{q_2}{20} - \frac{q_3}{60}\right) \times L^2 = -\left(\frac{q_1}{15} + \frac{q_2}{20} - \frac{q_1}{60}\right) \times L^2 = -\frac{q_1 + q_2}{2} \times \frac{L^2}{10} = M_{2q}$$

$$M_{1g} = -\frac{24.86 + 23}{2} \times \frac{6.0^2}{10} = -86.1 \text{ kNm} = M_{2g} \text{ (zategnuta gornja ivica preseka)}$$

$$A_g = \frac{24.86 \times 6.0}{2} - \frac{86.1}{6.0} = 60.2 \text{ kN} ; B_g = \frac{(2 \times 24.86 + 23) \times 6.0}{2} - 60.2 = 157.9 \text{ kN}$$

$$M_{1q} = -\frac{13.24 + 12}{2} \times \frac{6.0^2}{10} = -45.4 \text{ kNm} = M_{2q} \text{ (zategnuta gornja ivica preseka)}$$

$$A_q = \frac{13.24 \times 6.0}{2} - \frac{45.4}{6.0} = 32.1 \text{ kN} ; B_q = \frac{(2 \times 13.24 + 12) \times 6.0}{2} - 32.1 = 83.3 \text{ kN}$$

$$q_{Ed,1} = 1.35 \times 24.86 + 1.5 \times 13.24 = 53.42 \text{ kN/m}$$

$$q_{Ed,2} = 1.35 \times 23 + 1.5 \times 12 = 49.05 \text{ kN/m}$$

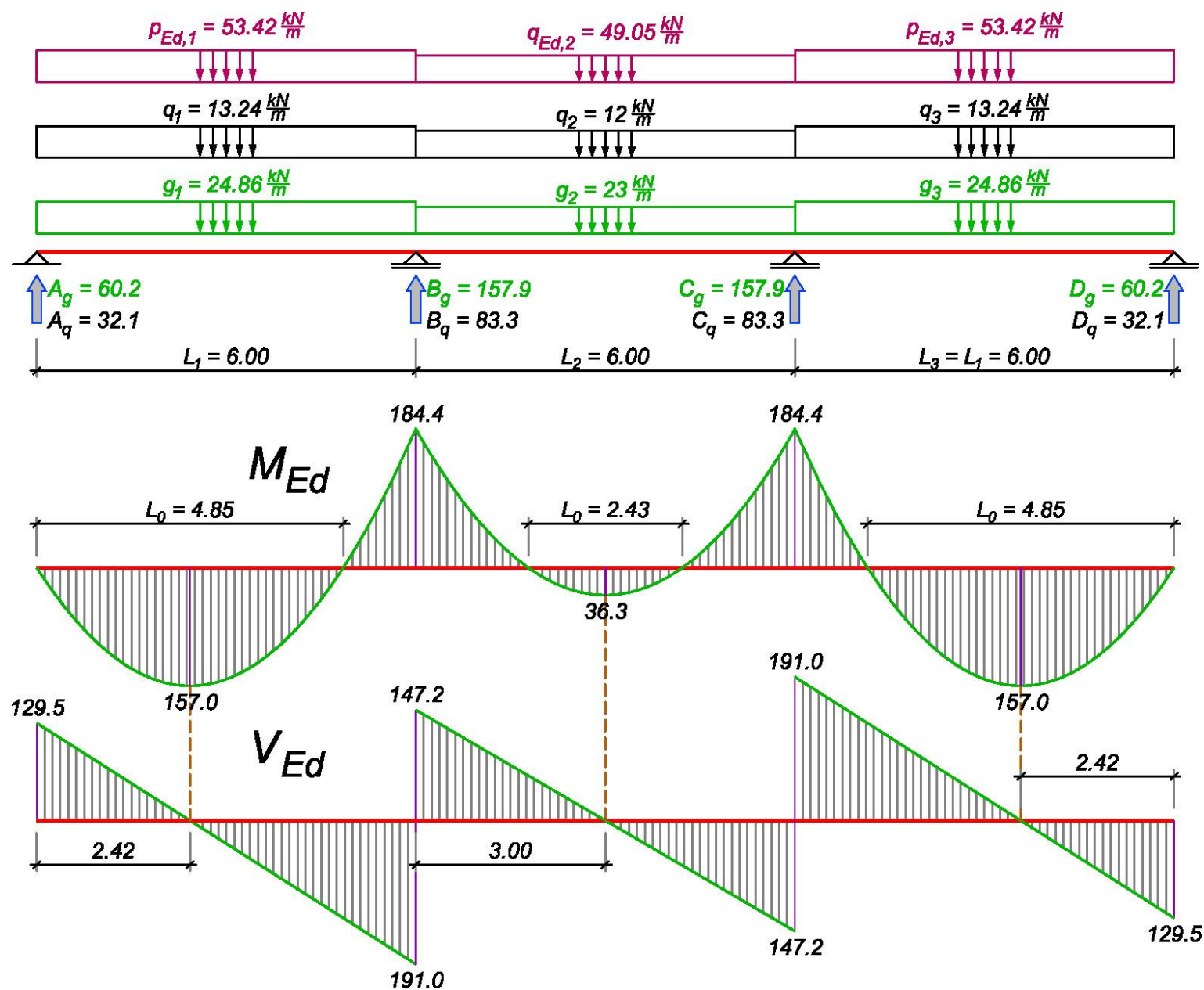
$$M_{Ed,1} = M_{Ed,2} = 1.35 \times 86.1 + 1.5 \times 45.4 = 184.4 \text{ kNm}$$

$$A_{Ed} = 1.35 \times 60.2 + 1.5 \times 32.1 = 129.5 \text{ kN} \Rightarrow V_{Ed}^{B,l} = 53.42 \times 6.0 - 129.5 = 191.0 \text{ kN}$$

$$B_{Ed} = 1.35 \times 157.9 + 1.5 \times 83.3 = 338.2 \text{ kN} \Rightarrow V_{Ed}^{B,d} = 338.2 - 191.0 = 147.2 \text{ kN}$$

POS 3 – dijagrami statičkih uticaja

12



2.3 PRORAČUN GREDE POS 2

2.3.1 Analiza opterećenja za POS 2

krajnja polja:

- sopstvena težina	$0.25 \times 0.5 \times 25$	=	3.13 kN/m
- težina fasade	g_f	=	13.56 kN/m
- <u>stalno opterećenje od POS 1</u>		=	6.78 kN/m
ukupno, stalno opterećenje		g_1	= 23.47 kN/m
povremeno opterećenje		q_1	= 4.52 kN/m

srednje polje:

- sopstvena težina	$0.25 \times 0.5 \times 25$	=	3.13 kN/m
- težina fasade	g_f	=	13.56 kN/m
- <u>stalno opterećenje od POS 1</u>		=	6.30 kN/m
ukupno, stalno opterećenje		g_2	= 22.99 kN/m
povremeno opterećenje		q_2	= 4.20 kN/m

2.3.2 Proračun presečnih sila

$$M_{1g} = -\frac{23.47 + 22.99}{2} \times \frac{6.0^2}{10} = -83.6 \text{ kNm} = M_{2g} \text{ (zategnuta gornja ivica preseka)}$$

$$A_g = \frac{23.47 \times 6.0}{2} - \frac{83.6}{6.0} = 56.5 \text{ kN} ; B_g = \frac{(2 \times 23.47 + 22.99) \times 6.0}{2} - 56.5 = 153.3 \text{ kN}$$

$$M_{1q} = -\frac{4.52 + 4.2}{2} \times \frac{6.0^2}{10} = -15.7 \text{ kNm} = M_{2q} \text{ (zategnuta gornja ivica preseka)}$$

$$A_q = \frac{4.52 \times 6.0}{2} - \frac{15.7}{6.0} = 10.9 \text{ kN} ; B_q = \frac{(2 \times 4.52 + 4.2) \times 6.0}{2} - 10.9 = 28.8 \text{ kN}$$

$$q_{Ed1} = 1.35 \times 23.47 + 1.5 \times 4.52 = 38.46 \text{ kN/m}$$

$$q_{Ed2} = 1.35 \times 22.99 + 1.5 \times 4.2 = 37.33 \text{ kN/m}$$

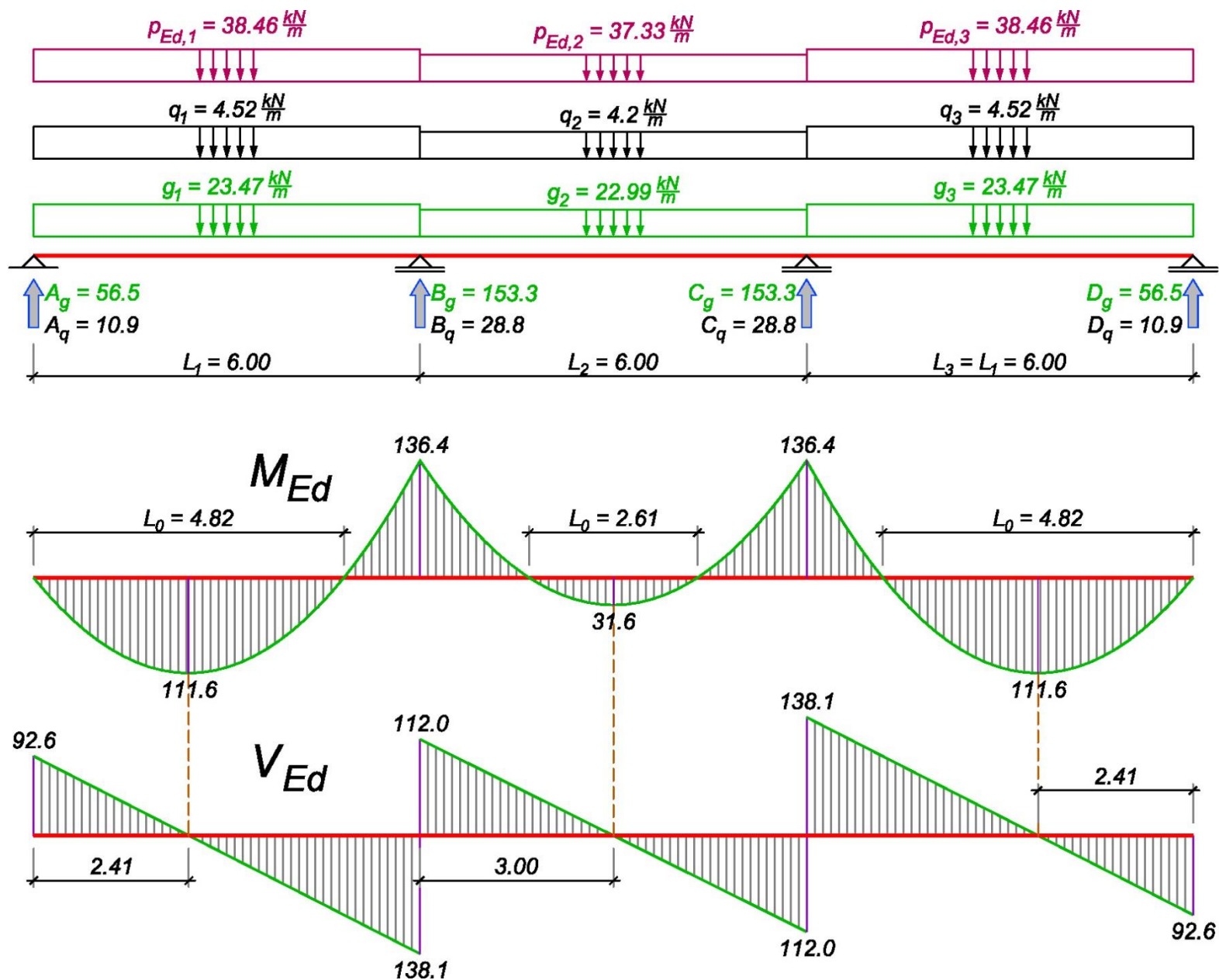
$$M_{Ed1} = M_{Ed2} = 1.35 \times 83.6 + 1.5 \times 15.7 = 136.4 \text{ kNm}$$

$$A_{Ed} = 1.35 \times 64.6 + 1.5 \times 10.9 = 92.6 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad V_{Ed}^{B,l} = 38.46 \times 6.0 - 92.6 = 138.1 \text{ kN}$$

$$B_{Ed} = 1.35 \times 175.7 + 1.5 \times 28.8 = 250.1 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad V_{Ed}^{B,d} = 250.1 - 138.1 = 112.0 \text{ kN}$$

POS 2 – dijagrami statičkih uticaja

15



2.4 PRORAČUN GREDE POS 5

Grede POS 5 su kontinualni nosači raspona $2 \times 5,0$ m, dimenzija 40/50 cm. Kako su opterećenja u oba polja jednaka, proračun statičkih uticaja je elementarno tablični.

2.4.1 Analiza opterećenja

- sopstvena težina $0.4 \times 0.5 \times 25 = 5.00$ kN/m
- stalno opterećenje od POS 1 $9.25 + 8.82 = 18.07$ kN/m
- ukupno, stalno opterećenje $g = 23.07$ kN/m
- povremeno opterećenje $6.17 + 5.88 = q = 12.05$ kN/m

2.4.2 Proračun presečnih sila

$$A_g = 0.375 \times 23.07 \times 5.0 = 43.3 \text{ kN} ; \quad B_g = 1.25 \times 23.07 \times 5.0 = 144.2 \text{ kN}$$

$$A_q = 0.375 \times 12.05 \times 5.0 = 22.6 \text{ kN} ; \quad B_q = 1.25 \times 12.05 \times 5.0 = 75.3 \text{ kN}$$

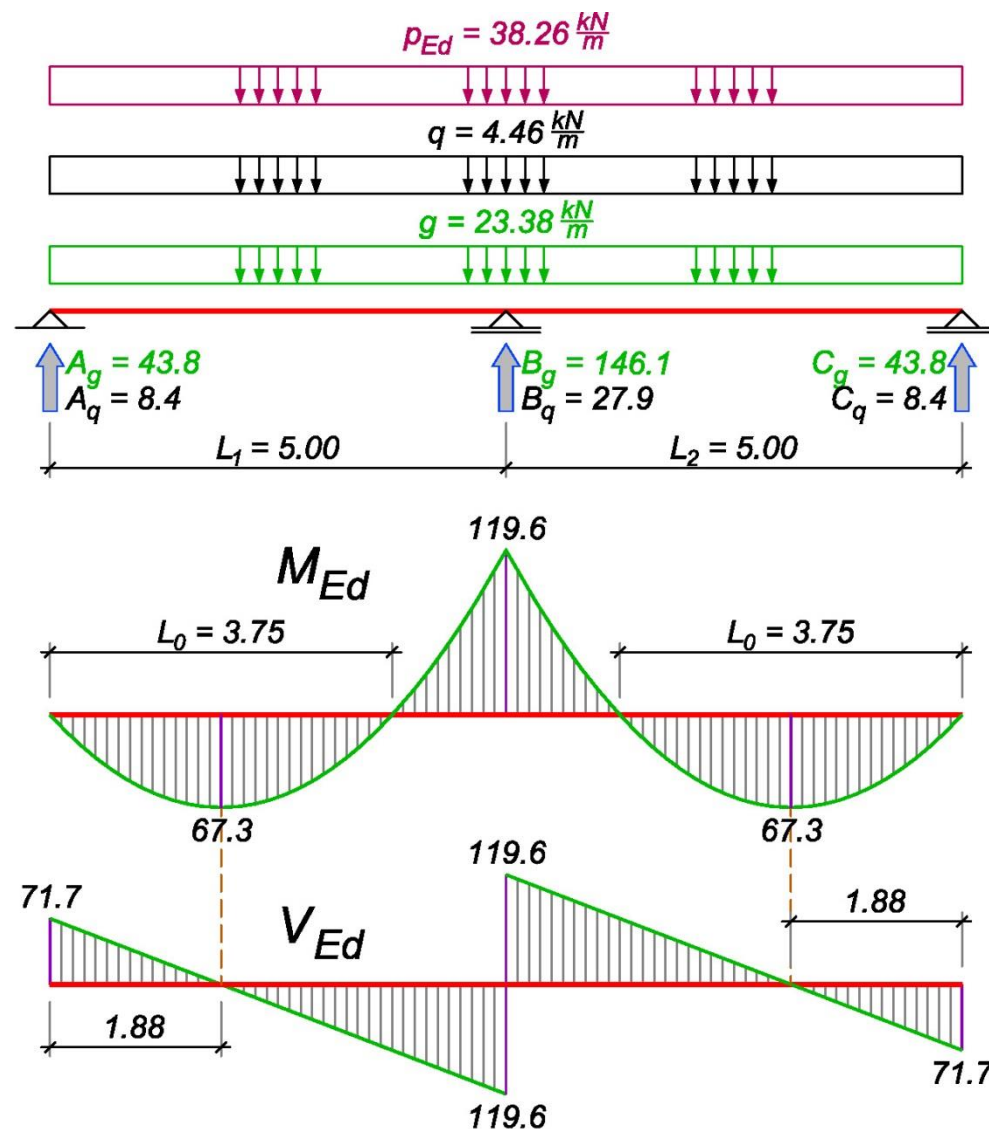
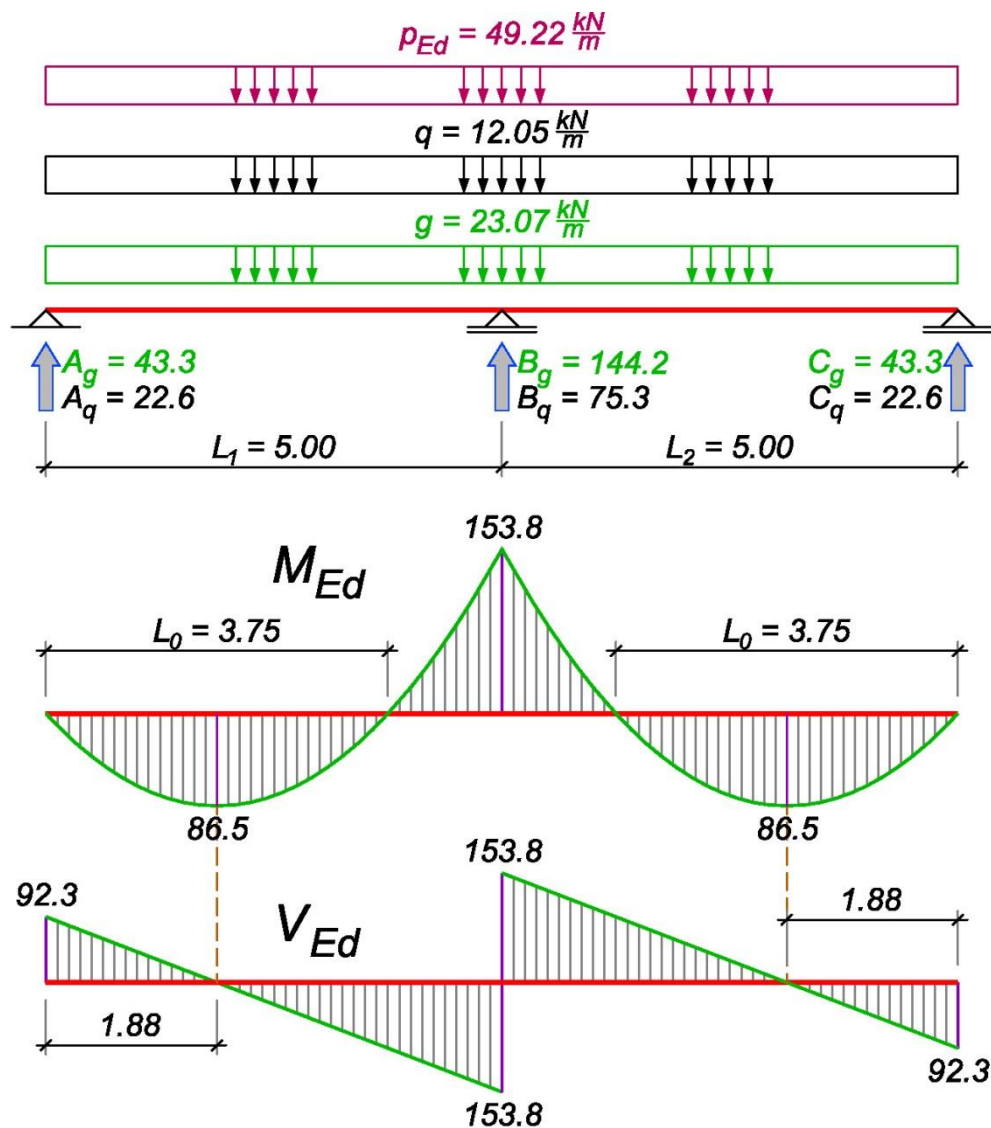
$$q_{Ed} = 1.35 \times 23.07 + 1.5 \times 12.05 = 49.22 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed}^{osl} = \frac{49.22 \times 5.0^2}{8} = 153.8 \text{ kNm} ; \quad M_u^{polje} = \frac{9 \times 49.22 \times 5.0^2}{128} = 86.5 \text{ kNm}$$

$$V_{Ed}^{B,l} = \frac{5 \times 49.22 \times 5.0}{8} = 153.8 \text{ kN} ; \quad V_{Ed}^A = \frac{3 \times 49.22 \times 5.0}{8} = 92.3 \text{ kN}$$

POS 5 , POS 4 – dijagrami statičkih uticaja

17



2.5 PRORAČUN GREDE POS 4

Grede POS 4 su kontinualni nosači raspona $2 \times 5,0$ m, dimenzija 25/50 cm.

2.5.1 Analiza opterećenja

- sopstvena težina $0.25 \times 0.5 \times 25 = 3.13$ kN/m
- težina fasade $g_f = 13.56$ kN/m
- stalno opterećenje od POS 1 $= 6.70$ kN/m
- ukupno, stalno opterećenje $g = 23.38$ kN/m
- povremeno opterećenje $q = 4.46$ kN/m

2.5.2 Proračun presečnih sila

$$A_g = 0.375 \times 23.38 \times 5.0 = 43.8 \text{ kN} ; \quad B_g = 1.25 \times 23.38 \times 5.0 = 146.1 \text{ kN}$$

$$A_q = 0.375 \times 4.46 \times 5.0 = 8.4 \text{ kN} ; \quad B_q = 1.25 \times 4.46 \times 5.0 = 27.9 \text{ kN}$$

$$q_{Ed} = 1.35 \times 23.38 + 1.5 \times 4.46 = 38.26 \text{ kN/m}$$

$$M_{Ed}^{osl} = \frac{38.26 \times 5.0^2}{8} = 119.6 \text{ kNm} ; \quad M_{Ed}^{polje} = \frac{9 \times 38.26 \times 5.0^2}{128} = 67.3 \text{ kNm}$$

$$V_{Ed}^{B,I} = \frac{5 \times 38.26 \times 5.0}{8} = 119.6 \text{ kN} ; \quad V_{Ed}^A = \frac{3 \times 38.26 \times 5.0}{8} = 71.7 \text{ kN}$$

3 PRORAČUN SILA U STUBOVIMA

19

3.1 STUBOVI POS S1

$$G^{S1} = B_g^{POS3} + B_g^{POS5} = 157.9 + 144.2 = 302.1 \text{ kN}$$

$$Q^{S1} = B_q^{POS3} + B_q^{POS5} = 83.3 + 75.3 = 158.6 \text{ kN}$$

3.2 STUBOVI POS S2

$$G^{S2} = A_g^{POS3} + B_g^{POS4} = 60.2 + 146.1 = 206.4 \text{ kN}$$

$$Q^{S2} = A_q^{POS3} + B_q^{POS4} = 32.1 + 27.9 = 60.0 \text{ kN}$$

3.3 STUBOVI POS S3

$$G^{S3} = B_g^{POS2} + A_g^{POS5} = 153.3 + 43.3 = 196.5 \text{ kN}$$

$$Q^{S3} = B_q^{POS2} + A_q^{POS5} = 28.8 + 22.6 = 51.4 \text{ kN}$$

3.4 STUBOVI POS S4

$$G^{S4} = A_g^{POS2} + A_g^{POS4} = 56.5 + 43.8 = 100.3 \text{ kN}$$

$$Q^{S4} = A_q^{POS2} + A_q^{POS4} = 10.9 + 8.4 = 19.3 \text{ kN}$$