

## PRESECI SA PRSLINOM - VELIKI EKSCENTRICITET

### ČISTO SAVIJANJE - VEZANO DIMENZIONISANJE

- Poznato:
- statički uticaji za pojedina opterećenja ( $M_i$ )
  - kvalitet materijala ( $f_B$ ,  $\sigma_v$ )
  - dimenzije poprečnog preseka ( $b, d$ )
- Nepoznato:
- površina armature ( $A_a$ )

1. korak: Sračunavaju se granični računski statički uticaji:

$$M_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times M_i \quad (i = g, p, \Delta)$$

Pri tome se usvajaju MINIMALNE vrednosti koeficijenata sigurnosti.

2. korak: Prepostavlja se položaj težišta zategnute armature  $a_1$  i na osnovu toga sračunava statička visina:

$$h = d - a_1$$

Veličina  $a_1$  se prepostavlja zavisno od visine i širine preseka (broj šipki koje se mogu smestiti u jedan red). Kreće se u granicama (0.05-0.15)×d.

3. korak: Sračunava se koeficijent k:

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_u}{b \times f_B}}}$$

i iz tabela za dimenzionisanje pročitaju vrednosti dilatacija u betonu i armaturi i mehanički koeficijent armiranja  $\mu$ . Ukoliko je  $\epsilon_{a1} \geq 3\%$ , sračunava se potrebna površina armature iz izraza:

$$A_a = \mu \times \frac{b \times h}{100} \times \frac{f_B}{\sigma_v}$$

Ukoliko je  $\epsilon_a < 3\%$ , presek se DVOSTRUKO ARMIRA.

4. korak: Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u poprečnom preseku, vodeći računa o zahtevima propisanih Pravilnikom (debljina zaštitnog sloja, čisto rastojanje između šipki).

5. korak: Sračunava se položaj težišta  $a_1$  usvojene armature u odnosu na zategnutu ivicu preseka i statička visina  $h$  i upoređuje sa prepostavljenom. U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću  $a_1$ .

6. korak: Konačno se konstruiše poprečni presek usvojenih dimenzija, armiran usvojenom količinom armature, i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

**Primer 1.** Odrediti potrebnu površinu armature za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen momentima savijanja usled stalnog ( $M_g$ ) i povremenog ( $M_p$ ) opterećenja. Podaci za proračun:

$$M_g = 200 \text{ kNm}$$

$$b = 35 \text{ cm}$$

MB 30

$$M_p = 250 \text{ kNm}$$

$$d = 70 \text{ cm}$$

RA 400/500

$$M_u = 1.6 \times 200 + 1.8 \times 250 = 770 \text{ kNm}$$

$$\text{MB 30} \Rightarrow f_B = 2.05 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{RA 400/500} \Rightarrow \sigma_v = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow h = 70 - 7 = 63 \text{ cm}$$

$$k = \sqrt{\frac{63}{\frac{770 \times 10^2}{35 \times 2.05}}} = 1.923 \Rightarrow \epsilon_b / \epsilon_a = 3.5 / 5.232\%, \bar{\mu} = 32.449\%$$

$$A_a = 32.449 \times \frac{35 \times 63}{100} \times \frac{2.05}{40} = 36.67 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **8 RØ25** ( $39.27 \text{ cm}^2$ )

$$a_1 = \frac{5 \times 4.5 + 3 \times 10}{8} = 6.6 \text{ cm}$$

$$h_{stv.} = 70 - 6.6 = 63.4 \text{ cm} > 63 \text{ cm} = h_{pretp.}$$

## DVOSTRUKO ARMIRANI PRESECI

Ukoliko se u slučaju vezanog dimenzionisanja dobije  $\epsilon_a < 3\%$ , presek se DVOSTRUKO ARMIRA, odnosno određuje i armatura koja se raspoređuje u pritisnutu zonu preseka. Time se dilatacija u zategnutoj armaturi zadržava na željenom nivou ( $\epsilon_a \geq 3\%$ ), pa se koriste minimalne vrednosti koeficijenata sigurnosti.

3a. korak: Određuje se moment nosivosti JEDNOSTRUKO armiranog preseka, sa procenom armiranja  $\bar{\mu}^*$  i koeficijentom  $k^*$  koji odgovaraju dilataciji u armaturi koju želimo zadržati (najčešće  $\epsilon_{a1} = 3\%$ ):

$$M_{bu} = \left( \frac{h}{k^*} \right)^2 \times b \times f_B$$

Preostali deo spoljašnjeg momenta savijanja:

$$\Delta M_u = M_u - M_{bu}$$

se prihvata dodatnom zategnutom i ukupnom pritisnutom armaturom.

4. korak: Prepostavlja se položaj težišta pritisnute armature  $a_2$  i određuju se površine zategnute i pritisnute armature u preseku, iz izraza:

$$A_{a2} = \frac{\Delta M_u}{(h - a_2) \times \sigma_v}$$

$$A_{a1} = \bar{\mu}^* \times \frac{b \times h}{100} \times \frac{f_B}{\sigma_v} + A_{a2}$$

Ostali elementi proračuna se sprovode potpuno isto kao u slučaju jednostruko armiranog preseka. Napominje se da su vrednosti  $\bar{\mu}^*$  i  $k^*$  jednoznačno određene usvajanjem dilatacije  $\epsilon_{a1}^*$ .

Komentar: Dvostruko armirani (u računskom smislu) preseci se mogu dobiti i kada je dilatacija zategnute armature  $\epsilon_{a1} > 3\%$ , ukoliko iz bilo kog razloga želimo da sprečimo da njena vrednost padne ispod određene vrednosti.

**Primer 2.** Odrediti potrebnu površinu armature za presek iz Primera 1., pod uslovom da je širina preseka  $b=20$  cm.

$$\text{pretp. } a_1 = 9 \text{ cm} \Rightarrow h = 70 - 9 = 61 \text{ cm}$$

$$k = \frac{61}{\sqrt{\frac{770 \times 10^2}{20 \times 2.05}}} = 1.408 \Rightarrow \epsilon_a < 3\% \Rightarrow \text{dvostruko armiranje}$$

$$\text{usvojeno } \epsilon_{a1}^* = 3\% \Rightarrow k^* = 1.719, \bar{\mu}^* = 43.590\%$$

$$M_{bu} = \left( \frac{61}{1.719} \right)^2 \times 20 \times 2.05 = 51610 \text{ kNm} = 516.1 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_u = 770 - 516.1 = 253.9 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow A_{a2} = \frac{253.9 \times 10^2}{(61-5) \times 40} = 11.34 \text{ cm}^2$$

$$\text{usvojeno: } 3 \text{ RØ25 (14.73 cm}^2)$$

$$A_{a1} = 43.590 \times \frac{20 \times 61}{100} \times \frac{2.05}{40} + 11.34 = 38.59 \text{ cm}^2$$

$$\text{usvojeno: } 8 \text{ RØ25 (39.27 cm}^2)$$

$$a_1 = \frac{3 \times 4.5 + 3 \times 10 + 2 \times 15.5}{8} = 9.3 \text{ cm}$$

$$h_{stv.} = 70 - 9.3 = 60.7 \text{ cm} \approx 61 \text{ cm} = h_{\text{pretp.}}$$

## SLOŽENO SAVIJANJE - VEZANO DIMENZIONISANJE

Poznato: - statički uticaji za pojedina opterećenja ( $M_i$ ,  $N_i$ )

- kvalitet materijala ( $f_B$ ,  $\sigma_v$ )

- dimenzije poprečnog preseka ( $b$ ,  $d$ )

Nepoznato: - površina armature ( $A_a$ )

1. korak: Sračunavaju se granični računski statički uticaji:

$$M_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times M_i \quad (i=g,p,\Delta)$$

$$N_u = \sum_i \gamma_{u,i} \times N_i$$

Pritom se usvajaju MINIMALNE vrednosti koeficijenata sigurnosti.

2. korak: Usvajaju se dilatacije Prepostavlja se položaj težišta zategnute armature  $a_1$  i na osnovu toga sračunavaju statička visina i moment oko težišta zategnute armature:

$$h = d - a_1$$

$$M_{au} = M_u + N_u \times \left( \frac{d}{2} - a_1 \right)$$

Veličina  $a_1$  se prepostavlja zavisno od visine i širine preseka (broj šipki koje se mogu smestiti u jedan red), kao i intenziteta i znaka normalne sile (ekscentrično pritisnuti elementi zahtevaju manje zategnute armature, pa je i  $a_1$  manje). Kreće se u granicama (0.05 - 0.15) × d.

3. korak: Sračunava se koeficijent k:

$$k = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_{au}}{b \times f_B}}}$$

i iz tablica za dimenzionisanje pročitaju vrednosti dilatacija u betonu i armaturi i mehanički koeficijent armiranja  $\bar{\mu}$ . Ukoliko je  $\varepsilon_{a1} \geq 3\%$ , sračunava se potrebna površina armature iz izraza:

$$A_a = \bar{\mu} \times \frac{b \times h}{100} \times \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

Ukoliko je  $\varepsilon_{a1} < 3\%$ , presek se DVOSTRUKO ARMIRA.

4. korak: Usvaja se broj i prečnik šipki armature. Usvojena armatura se raspoređuje u poprečnom preseku, vodeći računa o zahtevima propisanih Pravilnikom (debljina zaštitnog sloja, čisto rastojanje između šipki).

5. korak: Sračunava se položaj težišta  $a_1$  usvojene armature u odnosu na zategnutu ivicu preseka i statička visina  $h$  i upoređuje sa pretpostavljenom. U slučaju znatnijih odstupanja, proračun se ponavlja sa korigovanom vrednošću  $a_1$ .

6. korak: Konačno se konstruiše poprečni presek usvojenih dimenzija, armiran usvojenom količinom armature, i prikazuje u odgovarajućoj razmeri (1:10) sa svim potrebnim kotama i oznakama.

NAPOMENA: Izrazi za određivanje momenta  $M_{au}$  i potrebne površine armature  $A_a$  su napisani u obliku koji odgovara ekscentričnom pritisku; za slučaj da je presek ekscentrično zategnut, u izraze se unosi sila negativnog znaka ( $Z_u = -N_u$ ).

**Primer 3.** Odrediti potrebnu površinu armature za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja  $M_u$  i graničnom silom zatezanja  $Z_u$ . Podaci za proračun:

$$M_u = 750 \text{ kNm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$\text{MB 35}$$

$$Z_u = 500 \text{ kN}$$

$$d = 80 \text{ cm}$$

$$\text{GA 240/360}$$

$$\text{MB 35} \Rightarrow f_b = 2.30 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{GA 240/360} \Rightarrow \sigma_v = 24 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{pretp. } a_1 = 9 \text{ cm} \Rightarrow h = 80 - 9 = 71 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 750 - 500 \times \left( \frac{0.80}{2} - 0.09 \right) = 595 \text{ kNm}$$

$$k = \sqrt{\frac{71}{\frac{595 \times 10^2}{40 \times 2.3}}} = 2.792 \Rightarrow \epsilon_b/\epsilon_a = 2.383/10\%, \bar{\mu} = 13.863\%$$

$$A_a = 13.863 \times \frac{40 \times 71}{100} \times \frac{2.3}{24} + \frac{500}{24} = 58.56 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **12Ø25** ( $58.92 \text{ cm}^2$ )

$$a_1 = \frac{5 \times 4.5 + 5 \times 10 + 2 \times 15.5}{12} = 8.6 \text{ cm}$$

$$h_{stv.} = 80 - 8.6 = 71.4 \text{ cm} \approx 71 \text{ cm} = h_{pretp.}$$

**Primer 4.** Odrediti potrebnu površinu armature za presek iz Primera 3., ukoliko je, umesto silom zatezanja, opterećen graničnom silom pritiska  $N_u = 750 \text{ kN}$ .

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow h = 80 - 7 = 73 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 750 + 750 \times \left( \frac{0.80}{2} - 0.09 \right) = 997.5 \text{ kNm}$$

$$k = \sqrt{\frac{73}{\frac{997.5 \times 10^2}{40 \times 2.3}}} = 2.217 \Rightarrow \epsilon_b/\epsilon_a = 3.5/8.774\%, \bar{\mu} = 23.084\%$$

$$A_a = 23.084 \times \frac{40 \times 73}{100} \times \frac{2.3}{24} - \frac{750}{24} = 33.35 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **7Ø25** ( $34.37 \text{ cm}^2$ )

$$a_1 = \frac{5 \times 4.5 + 2 \times 10}{7} = 6.1 \text{ cm}$$

$$h_{stv.} = 80 - 6.1 = 73.9 \text{ cm} > 73 \text{ cm} = h_{pretp.}$$

## DVOSTRUKO ARMIRANI PRESECI

Ukoliko se u slučaju vezanog dimenzionisanja dobije  $\epsilon_a < 3\%$ , presek se DVOSTRUKO ARMIRA, odnosno određuje i armatura koja se raspoređuje u pritisnutu zonu preseka. Time se dilatacija u zategnutoj armaturi zadržava na željenom nivou ( $\epsilon_a \geq 3\%$ ), pa se mogu koristiti minimalne vrednosti koeficijenata sigurnosti.

- 3a. korak: Određuje se moment nosivosti JEDNOSTRUKO armiranog preseka, sa procenom armiranja  $\bar{\mu}^*$  i koeficijentom  $k^*$  koji odgovaraju dilataciji u armaturi koju želimo zadržati (najčešće  $\epsilon_{a1} = 3\%$ ):

$$M_{abu} = \left( \frac{h}{k^*} \right)^2 \times b \times f_B$$

Preostali deo momenta savijanja:

$$\Delta M_{au} = M_{au} - M_{abu}$$

se prihvata dodatnom zategnutom i ukupnom pritisnutom armaturom.

4. korak: Prepostavlja se položaj težišta pritisnute armature  $a_2$  i određuju se površine zategnute i pritisnute armature u preseku, iz izraza:

$$A_{a2} = \frac{\Delta M_{au}}{(h - a_2) \times \sigma_v}$$

$$A_{a1} = \bar{\mu}^* \times \frac{b \times h}{100} \times \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v} + A_{a2}$$

Ostali elementi proračuna se sprovode potpuno isto kao u slučaju jednostruko armiranog preseka. Napominje se da su vrednosti  $k^*$  i  $\bar{\mu}^*$  određene usvajanjem dilatacije  $\epsilon_a^*$ .

- Komentar: Dvostruko armirani (u računskom smislu) preseci se mogu dobiti i kada je dilatacija zategnute armature  $\epsilon_a > 3\%$ , ukoliko iz bilo kog razloga želimo da sprečimo da njena vrednost padne ispod određene vrednosti.

**Primer 5.** Odrediti potrebnu površinu armature za presek poznatih dimenzija, pravougaonog oblika, opterećen graničnim momentom savijanja  $M_u$  i graničnom silom pritiska  $N_u$ . Podaci za proračun:

$$M_u = 580 \text{ kNm}$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

MB 30

$$N_u = 1000 \text{ kN}$$

$$d = 60 \text{ cm}$$

RA 400/500

$$\text{pretp. } a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow h = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$M_{au} = 580 + 1000 \times \left( \frac{0.60}{2} - 0.07 \right) = 810 \text{ kNm}$$

$$k = \sqrt{\frac{53}{\frac{810 \times 10^2}{30 \times 2.05}}} = 1.460 \Rightarrow \varepsilon_a < 3\% \Rightarrow \text{dvostruko armiranje}$$

$$\text{usvojeno } \varepsilon_{a1}^* = 3.0\% \Rightarrow k^* = 1.719 ; \bar{\mu}^* = 43.590\%$$

$$M_{abu} = \left( \frac{53}{1.719} \right)^2 \times 30 \times 2.05 = 58440 \text{ kNm} = 584.4 \text{ kNm}$$

$$\Delta M_{au} = 810 - 584.4 = 225.6 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow A_{a2} = \frac{225.6 \times 10^2}{(53-5) \times 40} = 11.75 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **4 RØ22 (15.21 cm<sup>2</sup>)**

$$A_{a1} = 43.590 \times \frac{30 \times 53}{100} \times \frac{2.05}{40} - \frac{1000}{40} + 11.75 = 22.27 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **6 RØ22 (22.81 cm<sup>2</sup>)**

Ukoliko bi usvojili nešto veću dilataciju zategnute armature, sledi:

$$\text{usvojeno } \varepsilon_{a1}^* = 5.0\% \Rightarrow k^* = 1.903 ; \bar{\mu}^* = 33.333\%$$

$$M_{abu} = \left( \frac{53}{1.903} \right)^2 \times 0.30 \times 2.05 = 477.2 \text{ kNm}$$

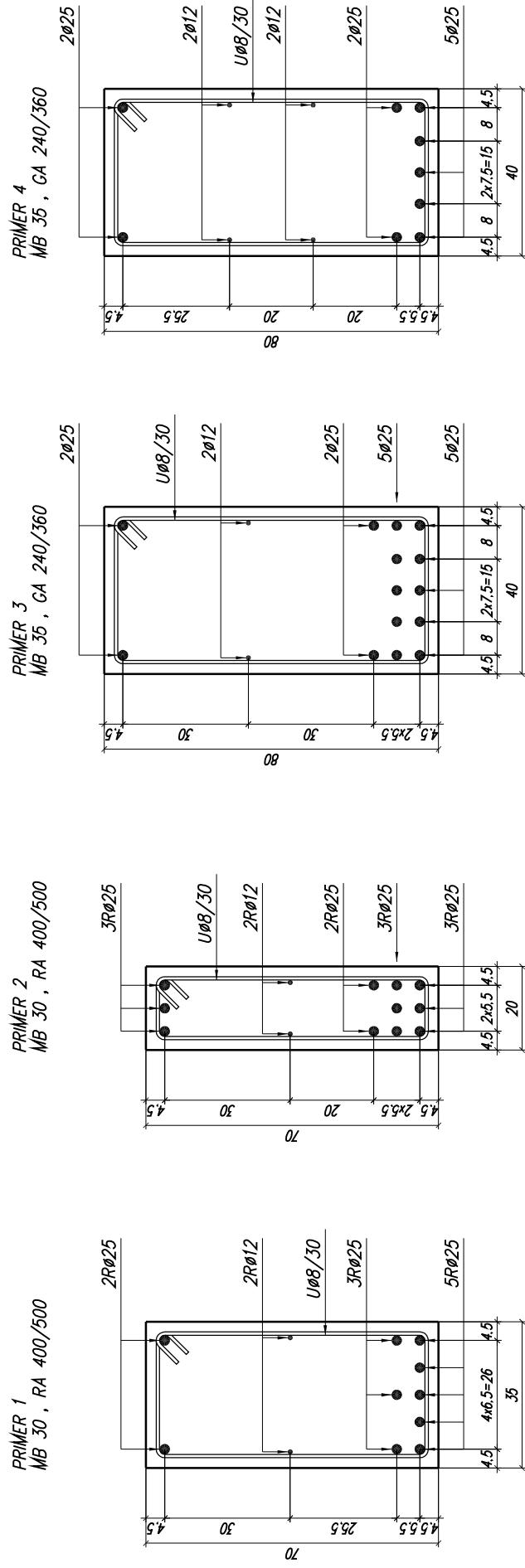
$$\Delta M_{au} = 810 - 477.2 = 332.8 \text{ kNm}$$

$$\text{pretp. } a_2 = 5 \text{ cm} \Rightarrow A_{a2} = \frac{332.8 \times 10^2}{(53-5) \times 40} = 17.33 \text{ cm}^2$$

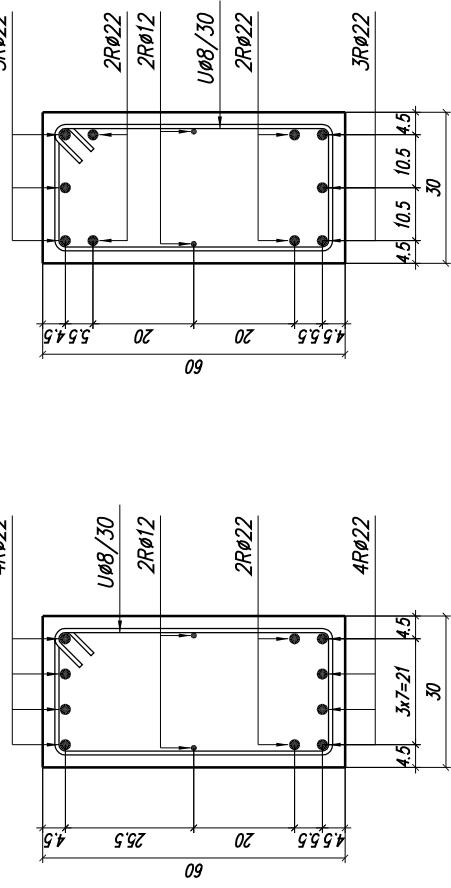
$$A_{a1} = 33.333 \times \frac{30 \times 53}{100} \times \frac{2.05}{40} - \frac{1000}{40} + 17.33 = 19.50 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **±5 RØ22 (±19.01 cm<sup>2</sup>)**

$$A_{a1} + A_{a2} = 19.50 + 17.33 = 36.83 \text{ cm}^2 > (22.27 + 11.75) = 34.02 \text{ cm}^2$$



*PRIMER 5a*  
*MB 30, RA 400/500*



PRIMER 1	ČISTO SAVIJANJE, JEDNOSTRUKO ARMIRAN PRESEK
PRIMER 2	ČISTO SAVIJANJE, DVOSTRUKO ARMIRAN PRESEK
PRIMER 3	SILOŽENO SAVIJANJE, SILA ZATEZANJA
PRIMER 4	SLOŽENO SAVIJANJE, SILA PRITISKA
PRIMER 5	SLOŽENO SAVIJANJE, DVOSTRUKO ARMIRAN PRESEK DVE VARIJANTE

PRAVUGAONI PRESEK, VEZANO DIMENZIONI SANUE