

BETONSKE KONSTRUKCIJE

**DIMENZIONISANJE PRESEKA PREMA
TEORIJI GRANIČNIH STANJA**
- Granična stanja nosivosti -

Prof. dr Snežana Marinković

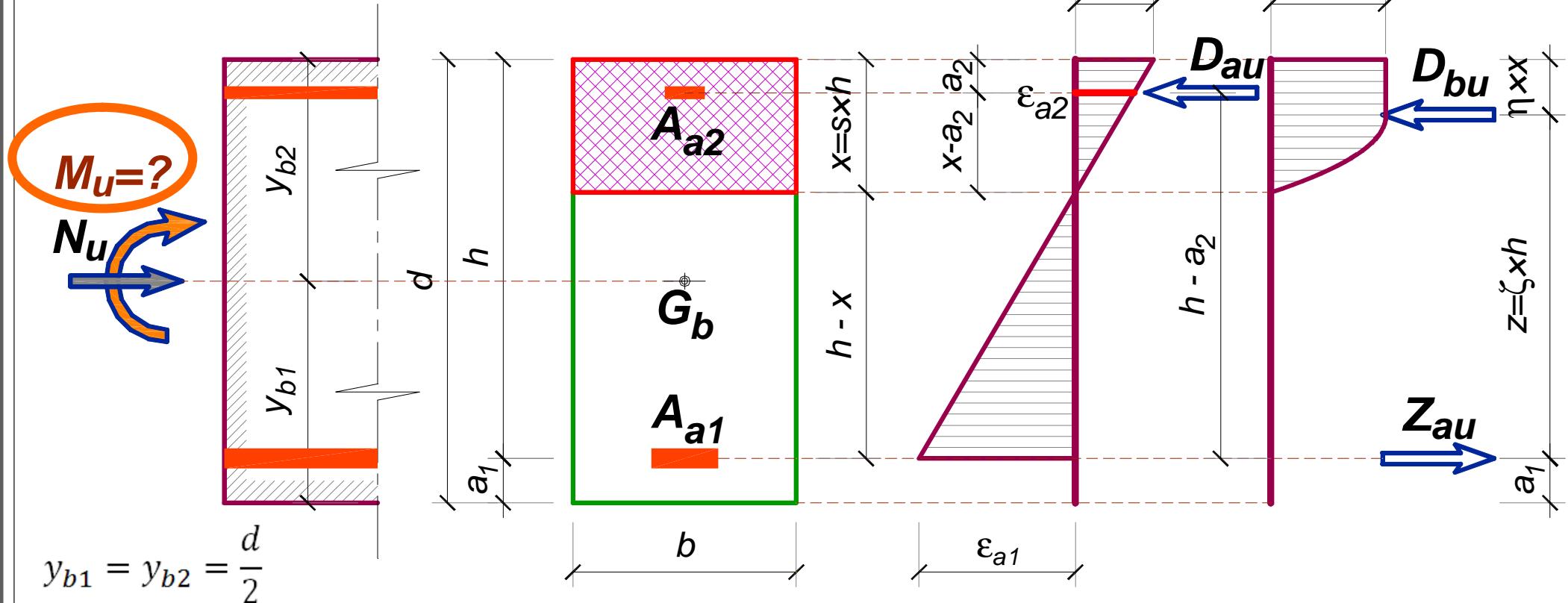
Doc. dr Ivan Ignjatović

Semestar: V

ESPB: 6

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

- Poznato: $b, d(h), A_{a_1}, A_{a_2}, MB, \check{C} i N_u; M_u = ?$



$$\sum N = 0 : D_{bu} + D_{au} - Z_{au} = N_u \Rightarrow S$$

$$\sum M_{a1} = 0 : D_{bu} \times z + D_{au} \times (h - a_2) = M_{au} = M_u + N_u \times (y_{b1} - a_1)$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

$$D_{bu} = \alpha_b \times s \times b \times h \times f_B$$

$$\alpha_b = \frac{3 \times \varepsilon_b - 2}{3 \times \varepsilon_b} \quad \text{za} \quad 2\% \leq \varepsilon_b \leq 3.5\%$$

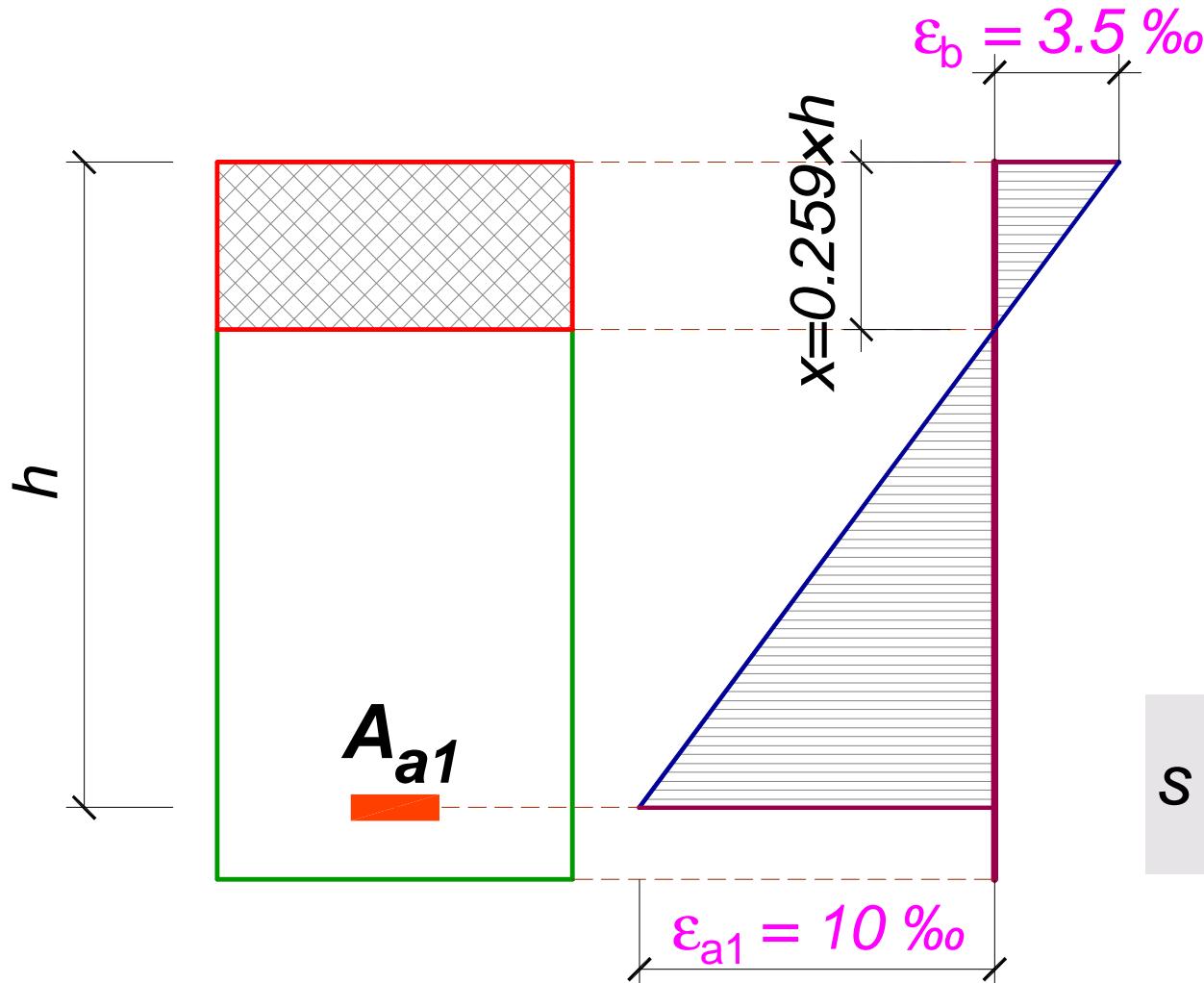
$$\alpha_b = \frac{\varepsilon_b}{12} \times (6 - \varepsilon_b) \quad \text{za} \quad \varepsilon_b \leq 2\%$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= 3.5\% \\ s \geq 0.259 \Rightarrow \varepsilon_{a1} &= \frac{1-s}{s} \times \varepsilon_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{a1} &= 10\% \\ s \leq 0.259 \Rightarrow \varepsilon_b &= \frac{s}{1-s} \times \varepsilon_{a1} \end{aligned}$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

simultani lom



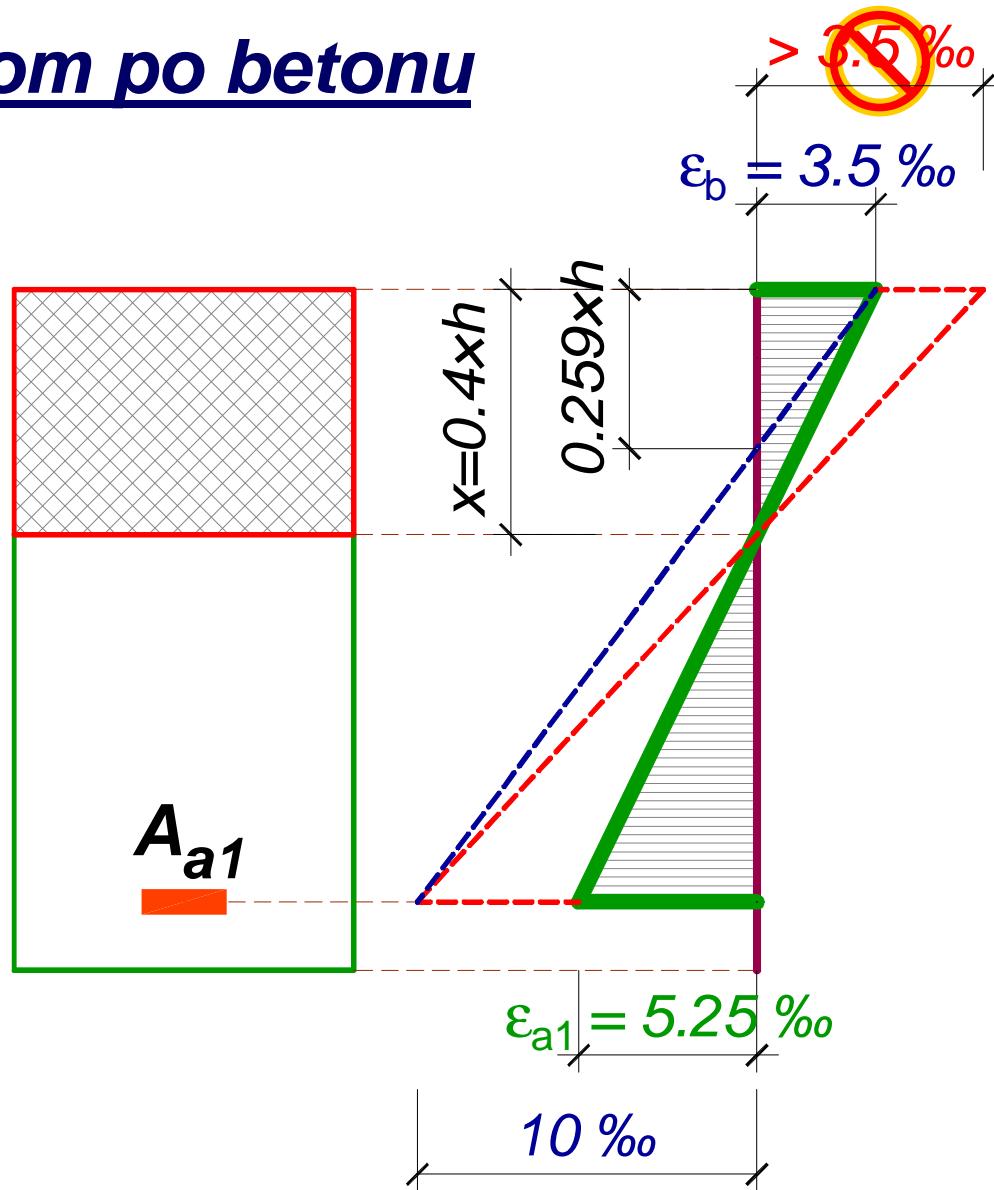
$$\begin{aligned}\varepsilon_b &= 3.5\% \\ \varepsilon_{a1} &= 10\%\end{aligned}$$

$$S = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_{a1}}$$

$$S = \frac{3.5}{3.5 + 10} = \frac{7}{27} = 0.259$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

Iom po betonu



$$s \geq 0.259$$

$$\epsilon_b = 3.5\%$$

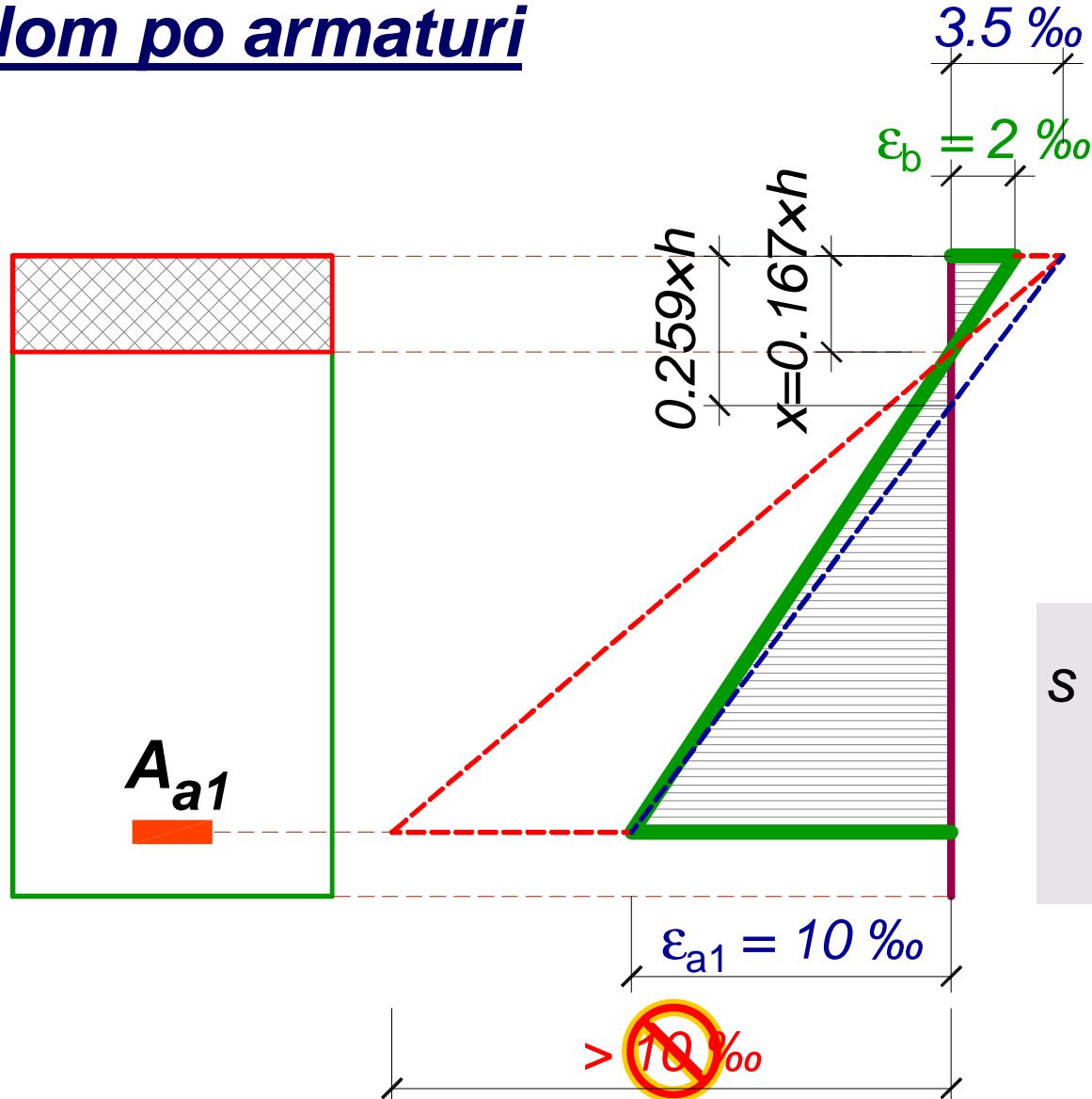
$$\epsilon_{a1} = \frac{1-s}{s} \times \epsilon_b$$

$$s = 0.4 > 0.259 \Rightarrow \epsilon_b = 3.5\%$$

$$\epsilon_{a1} = \frac{1-0.4}{0.4} \times 3.5 = 5.25\%$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

Iom po armaturi



$$s \leq 0.259$$

$$\epsilon_{a1} = 10\%$$

$$\epsilon_b = \frac{s}{1-s} \times \epsilon_{a1}$$

$$s = 0.167 < 0.259 \Rightarrow \epsilon_{a1} = 10\%$$

$$\epsilon_b = \frac{0.167}{1 - 0.167} \times 10 = 2\%$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

$$D_{au} = A_{a2} \times \sigma_{a2}$$

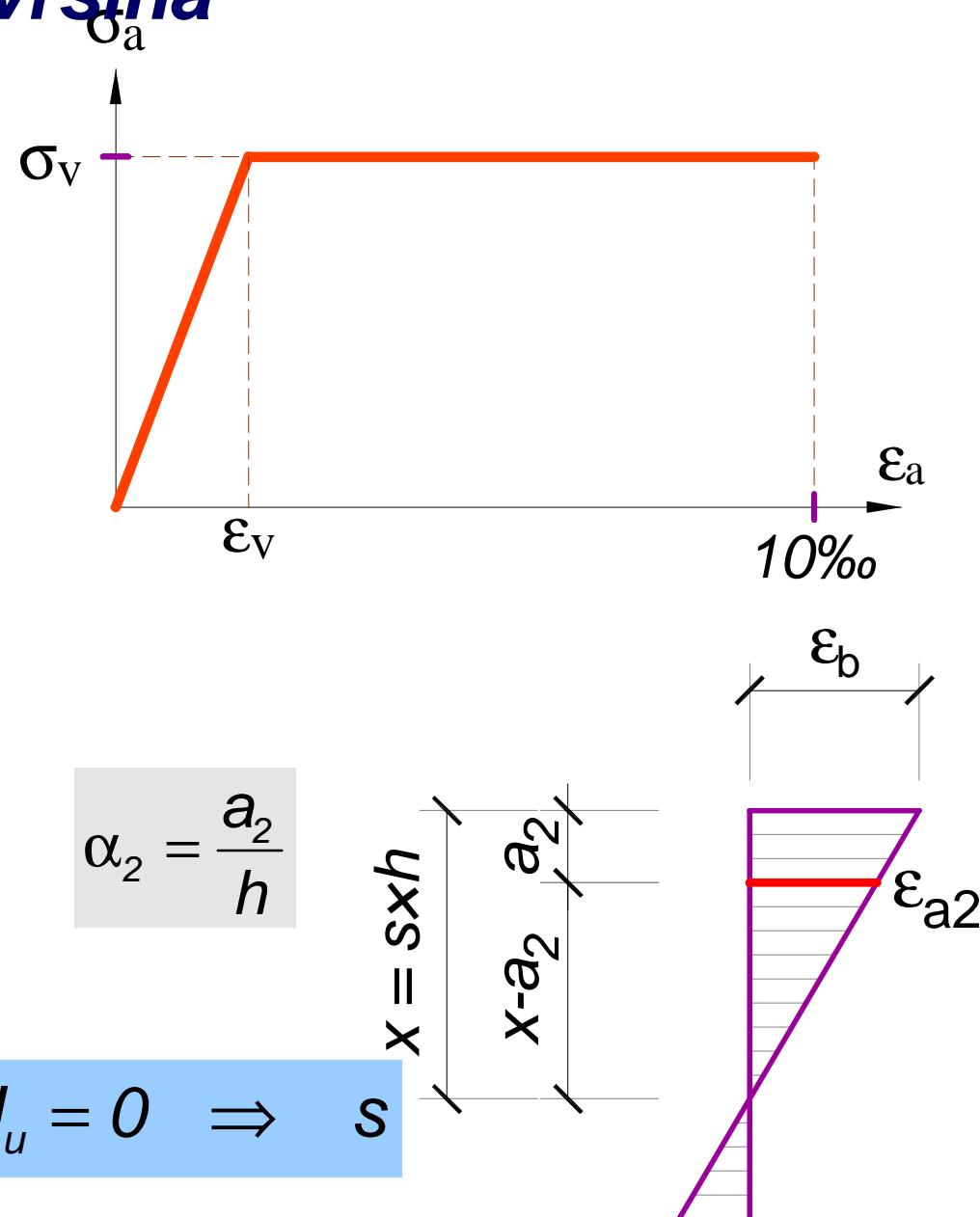
$$\sigma_{a2} = \epsilon_{a2} \times E_a \leq \sigma_v$$

$$\epsilon_{a2} = \frac{x - a_2}{x} \times \epsilon_b = \frac{s - \alpha_2}{s} \times \epsilon_b$$

$$Z_{au} = A_{a1} \times \sigma_{a1}$$

$$\sigma_{a1} = \epsilon_{a1} \times E_a \leq \sigma_v$$

$$\sum N = 0 : D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u = 0 \Rightarrow s$$



9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

- Praktičan postupak – iterativan
- Pretpostavi se s $\Rightarrow D_{bu}, D_{au}, Z_{au} \Rightarrow$
 $\sum N = 0 \Rightarrow D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u < 0 \Rightarrow$ povećati s u II iteraciji
 $D_{bu} + D_{au} - Z_{au} - N_u > 0 \Rightarrow$ smanjiti s u II iteraciji
- Kada se sračuna s, mogu se sračunati sve unutrašnje sile (D_{bu}, D_{au}, Z_{au}) kao i z (poznato je ε_a i ε_b)

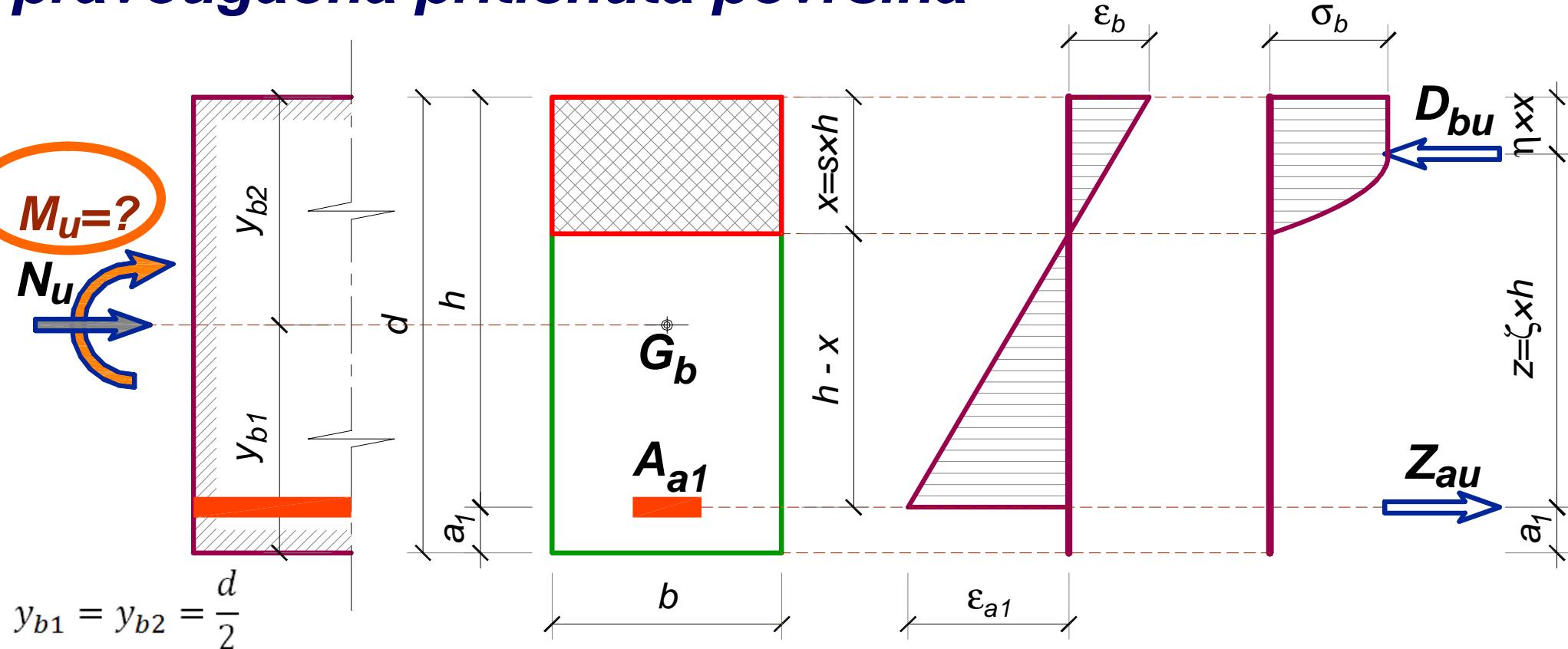
$$\sum M_{a1} = 0 \Rightarrow D_{bu} \cdot z + D_{au} \cdot (h - a_2) = M_{au}$$

za poznato N_u :

$$M_u = M_{au} - N_u \cdot (y_{b1} - a_1)$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

9



$$\sum N = 0 : D_{bu} - Z_{au} = N_u \Rightarrow S$$

$$\sum M_{a1} = 0 : D_{bu} \times z = M_{au} = M_u + N_u \times (y_{b1} - a_1)$$

9. Određivanje momenta nosivosti (M_u) – pravougaona pritisnuta površina

$$\sum N = 0 : \quad A_{a1} = \bar{\mu}_1 \times b \times h \times \frac{f_B}{\sigma_v} - \frac{N_u}{\sigma_v}$$

$$\bar{\mu}_1 = \alpha_b \times s = \frac{A_{a1} \times \sigma_v + N_u}{b \times h \times f_B} \Rightarrow k$$

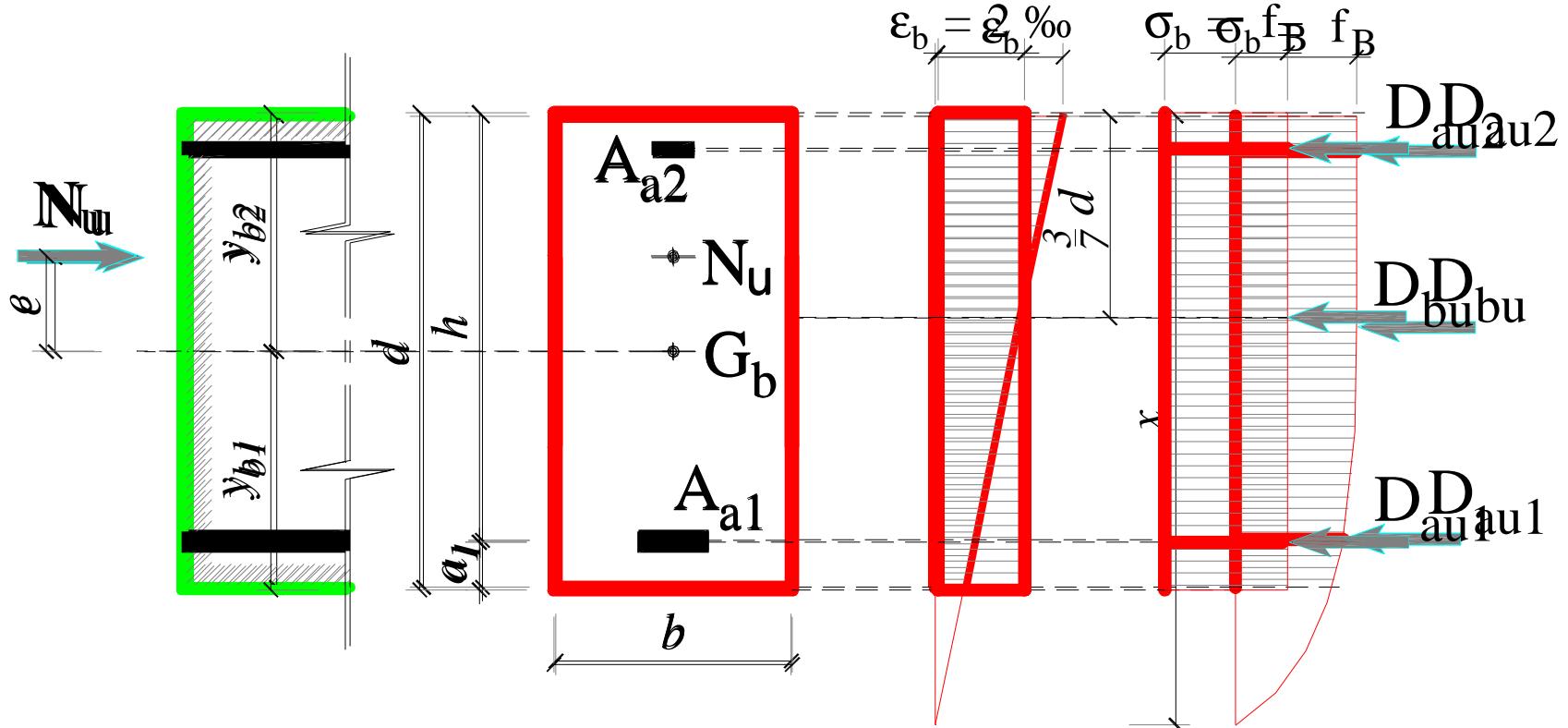
$$\sum M_{a1} = 0 : \quad M_{au} = \left(\frac{h}{k} \right)^2 \times b \times f_B$$

$$M_u = M_{au} - N_u \times (y_{b1} - a_1) = \left(\frac{h}{k} \right)^2 \times b \times f_B - N_u \times \left(\frac{d}{2} - a_1 \right)$$

7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

11

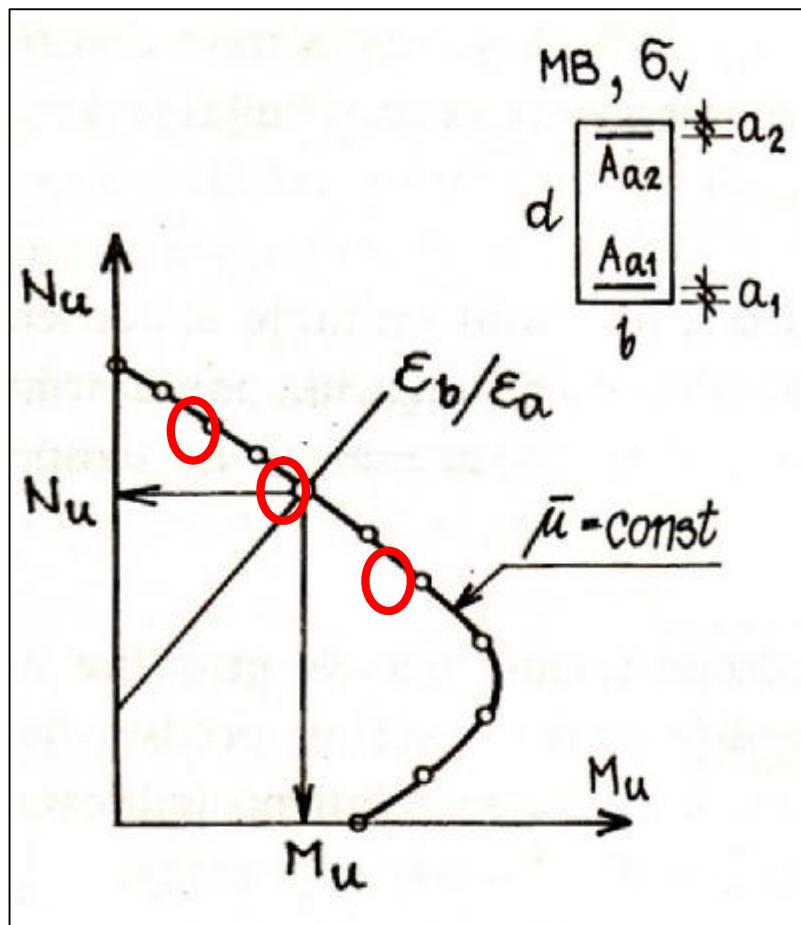
- Slučaj naprezanja karakterističan za stubove
- Ekscentricitet normalne sile je mali, ceo presek je pritisnut; simetrično armiranje!
- Granične dilatacije se kreću od $\varepsilon_{b1}=0\%$ i $\varepsilon_{b2}=3.5\%$ do $\varepsilon_{b1}=\varepsilon_{b2}=2\%$



7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

12

- Konstruisanje: usvojen oblik i dimenzije preseka, raspored i količina armature, mehaničke karakteristike betona i čelika, stanje graničnih dilatacija u preseku
- Ispisivanje uslova ravnoteže $\Rightarrow M_u, N_u$



- Najčešće u bezdimenzionalnom obliku:

$$m_u = \frac{M_u}{bd^2 f_B}$$

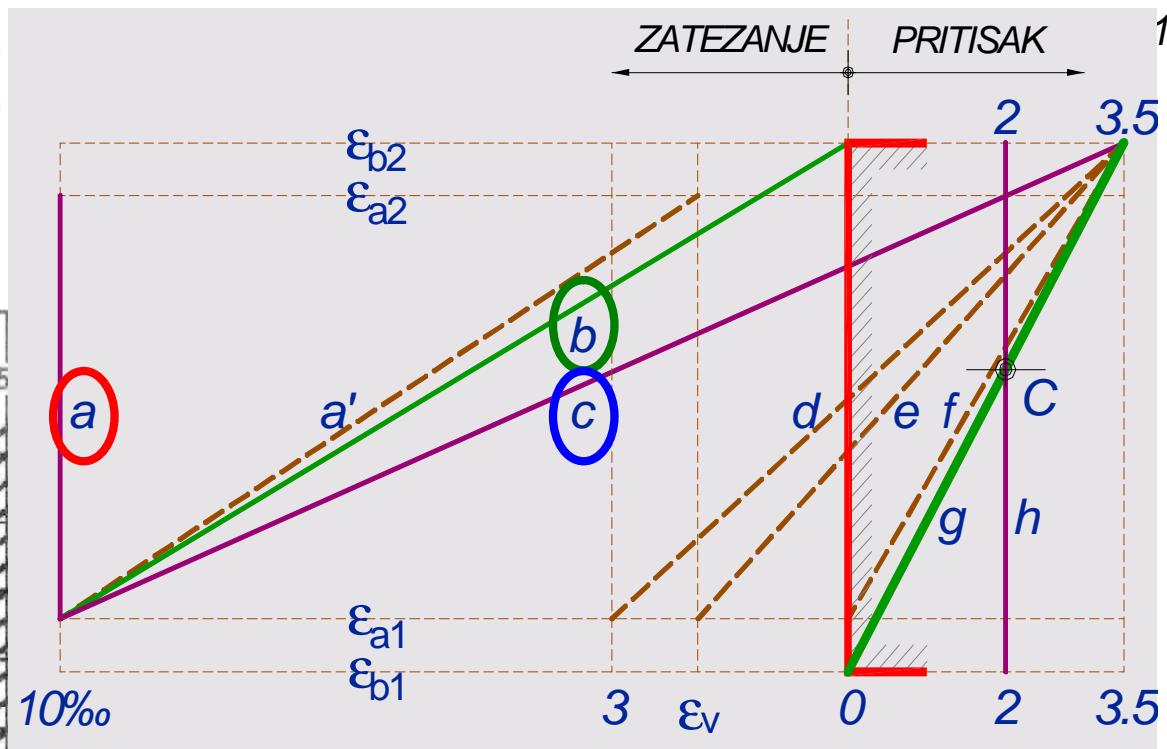
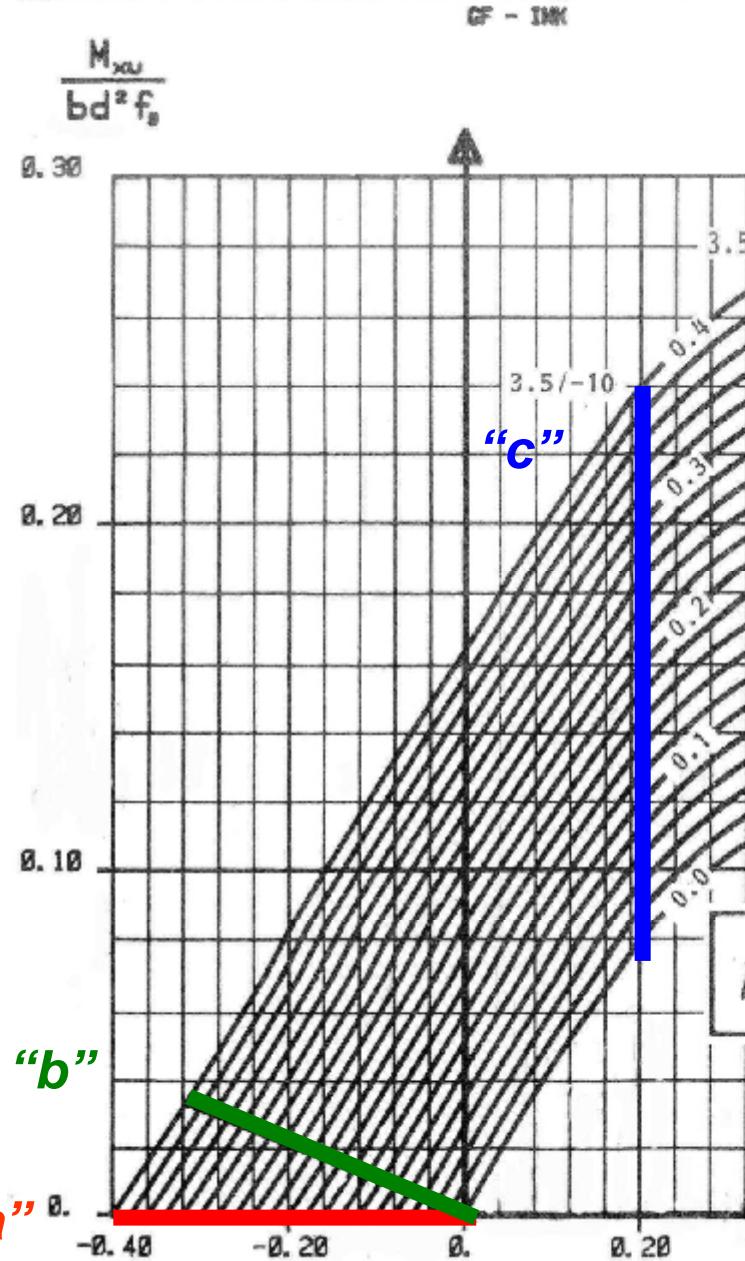
$$n_u = \frac{N_u}{bdf_B}$$

$$A_a = \bar{\mu} bd \frac{f_B}{\sigma_v}$$

- Posebni dijagrami za različite odnose a/d i različite mehaničke karakteristike betona i čelika

115. Dijagram za
dimenzionisanje M_{xu} , N_u

$\bar{\mu} =$
 $\bar{\mu}_{max} =$



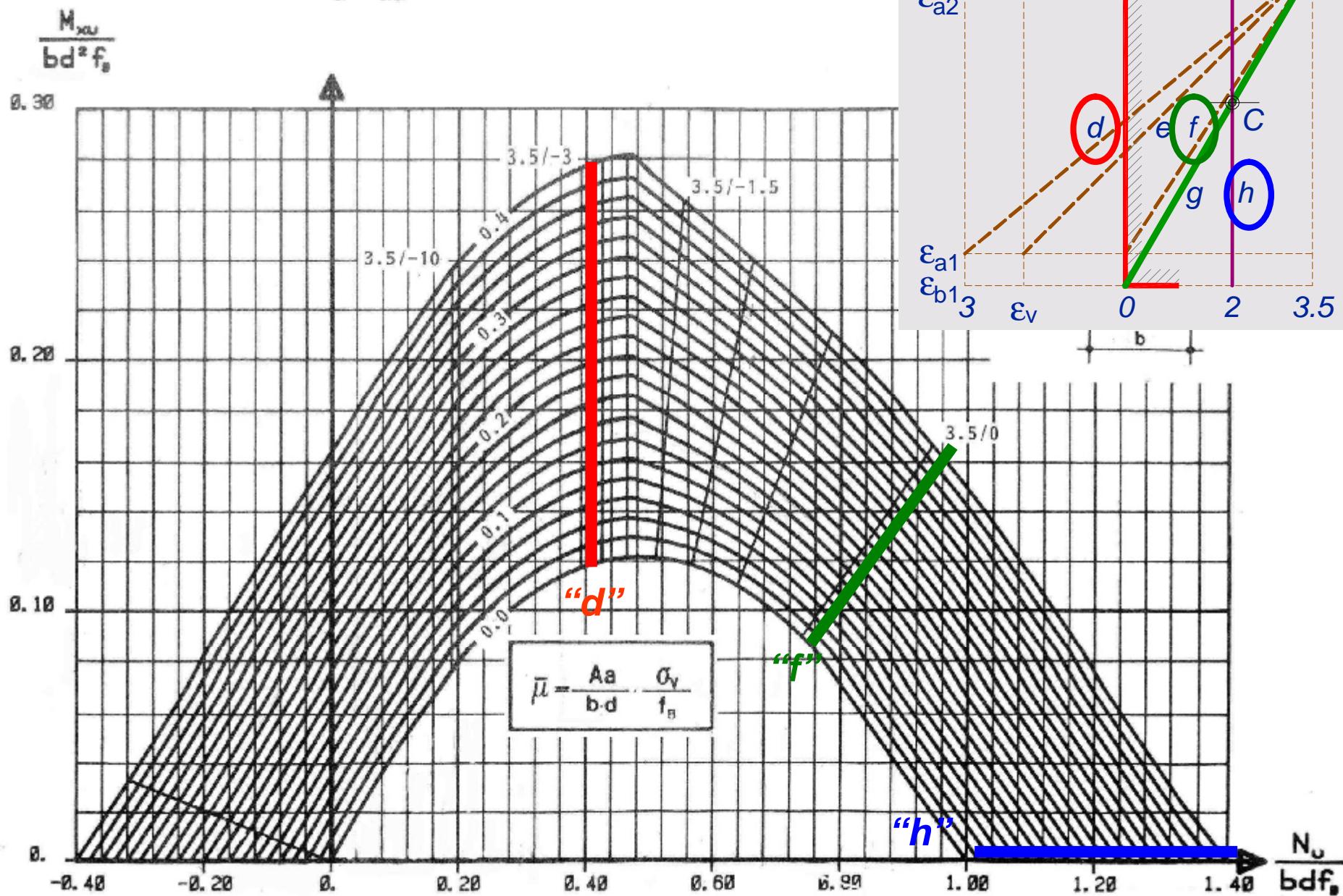
115. Dijagram za
dimenzionisanje M_{xu} , N_u

$$6_s = 40.0 \text{ KN/cm}^2$$

$$\bar{\mu}_{\max} = 0.4$$

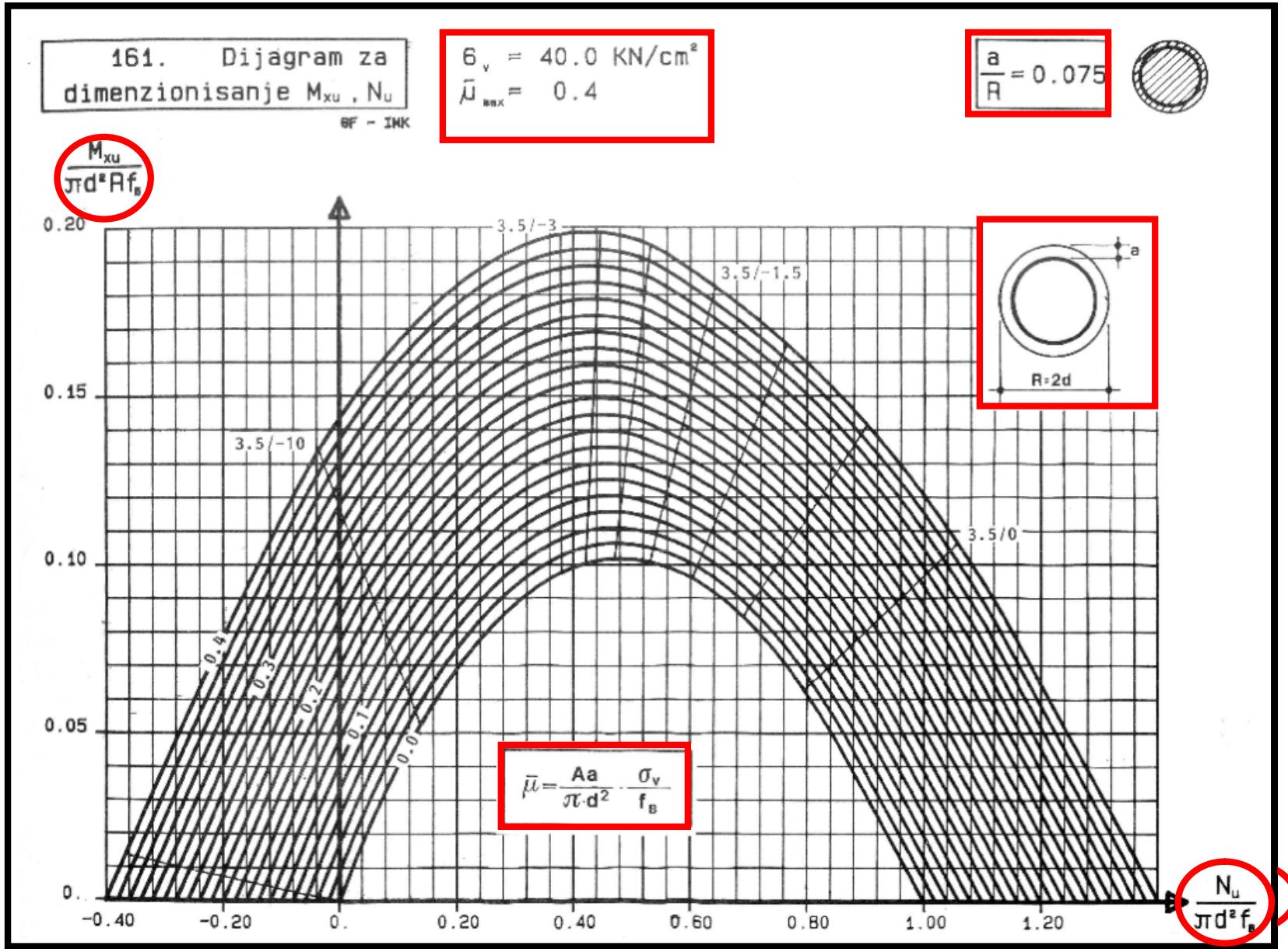
$$\frac{m_y}{m_x} = \frac{M_y/I}{M_x/I}$$

GF - DINK



7. Mali ekscentricitet – Ekscentrično pritisnuti elementi. Dijagrami interakcije.

15



8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Rešavanje diferencijalnih jednačina je problem
- Približne metode
- Vitkost elementa:

$$\lambda_i = \frac{l_i}{i_{\min}} ; \quad i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A_b}}$$

l_i – dužina izvijanja elementa

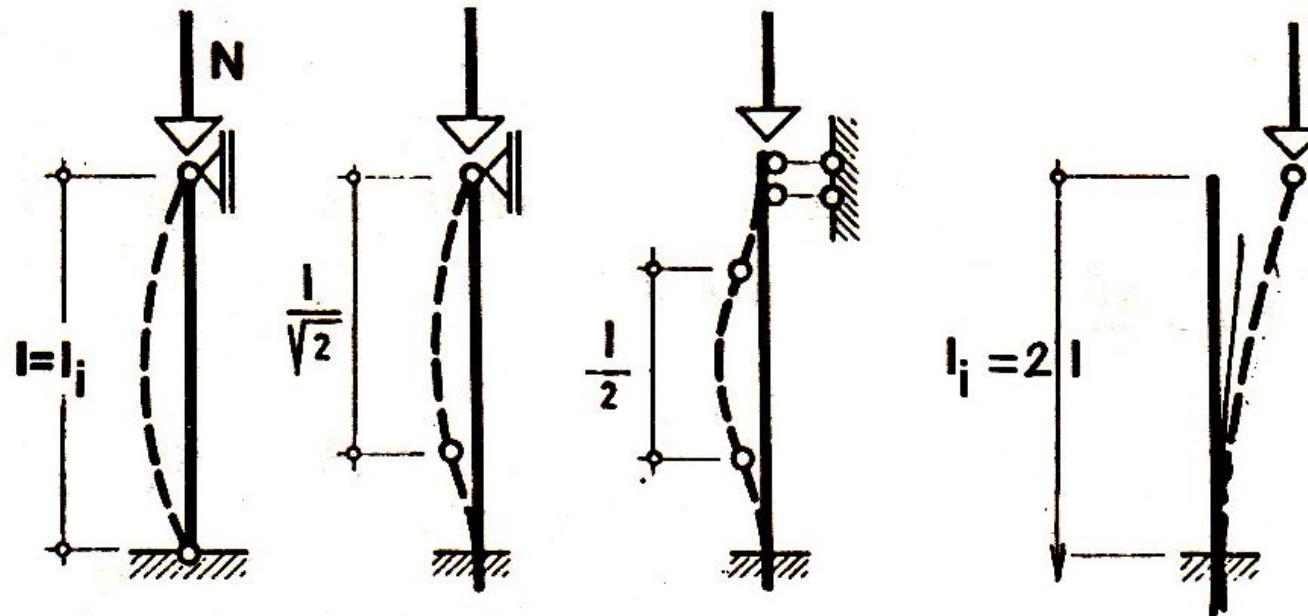
i_{\min} – najmanji poluprečnik inercije (slabija osa)

I_{\min} – moment inercije poprečnog preseka elementa u odnosu na koji se vrši izvijanje

- $l_i = k \cdot L$ – dužina izvijanja se izražava u odnosu na stvarnu dužinu; jednaka je razmaku prevojnih tačaka deformisane ose elementa; jednaka je dužini proste grede koja ima istu dužinu izvijanja kao i element

8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

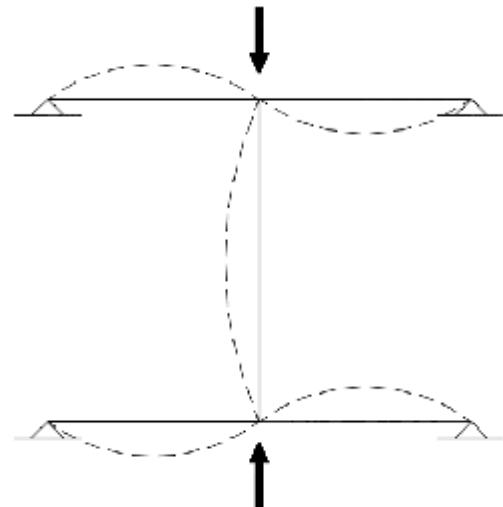
- Ojlerovi (Euler) slučajevi izvijanja ($k = 0.5 - 1$)



- Ovako "čisti" slučajevi se retko sreću u stvarnosti!
- Pritisnuti element je obično deo konstrukcije

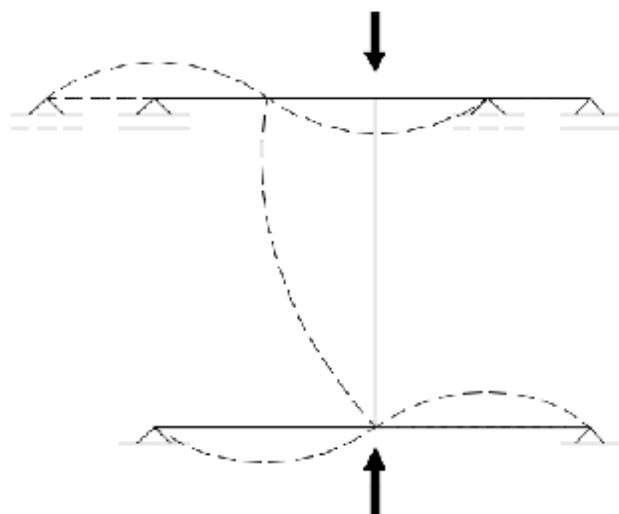
8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Sistemi sa bočno nepomerljivim čvorovima



- rigla sprečava bočno pomeranje gornjeg čvora
- moguća je samo rotacija u tom preseku

- Sistemi sa bočno pomerljivim čvorovima



- moguća rotacija i bočno pomeranje
- veća bočna deformacija
- veća dužina izvijanja ($k = 1 - \infty$)

8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Prema PBAB 87 za određene vitkosti – uvođenje efekata izvijanja!
- Za $25 \leq \lambda \leq 75$ – umereno vitki stubovi => približni proračun
- Za $75 \leq \lambda \leq 140$ – izrazito vitki stubovi => tačniji postupci proračuna
- $\lambda > 140$ – nije dopušteno (osim u fazi montaže, do $\lambda=200$)
- Uzimanje u obzir izvijanja predstavlja geometrijski nelinearan problem!
 - 1) Najjednostavniji slučaj: $\lambda \leq 25$ – izvijanje se ne uzima u obzir

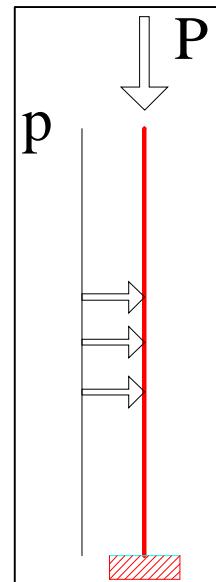
8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Provera stabilnosti vitkog elementa na izvijanje nije potrebna ako je zadovoljen bar jedan od sledećih uslova:

$$\lambda_i \leq 25$$

$$\frac{e_1}{d} \geq 3.5 \quad \text{za} \quad \lambda_i \leq 75$$

$$\frac{e_1}{d} \geq \frac{3.5 \cdot \lambda_i}{75} \quad \text{za} \quad \lambda_i > 75$$

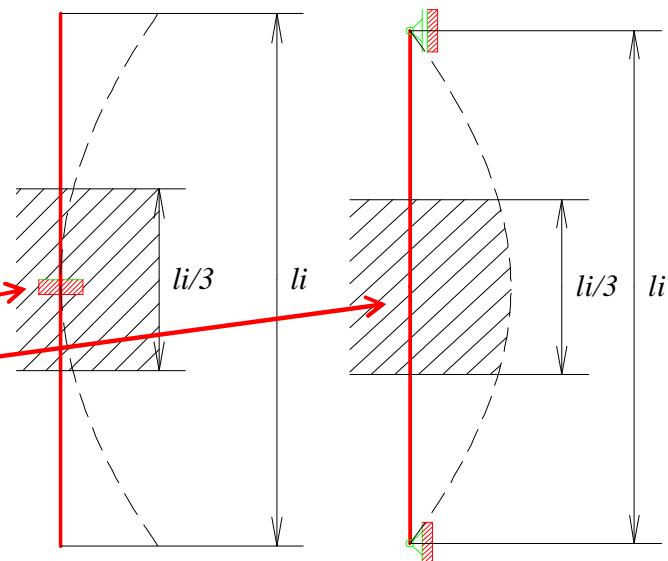


gde je:

e_1 – ekscentricitet eksploracione normalne sile pritiska po teoriji I reda u srednjoj trećini dužine izvijanja

d – odgovarajuća dimenzija poprečnog preseka
(u pravcu ekscentriciteta e_1)

$$e_1 = \frac{\sum M}{\sum N}$$



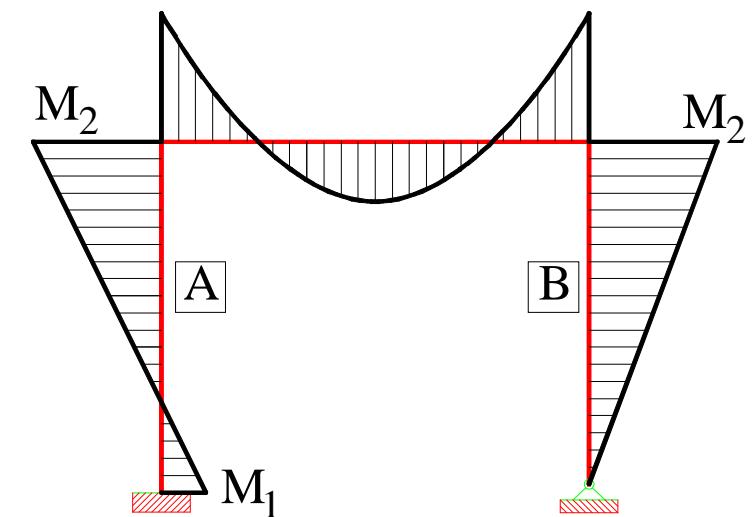
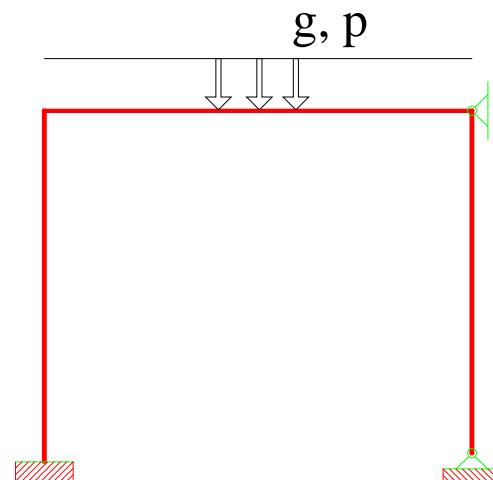
8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Za stubove koji su deo nepomerljivog sistema i koji imaju linearnu promenu momenata po teoriji I reda:

\Rightarrow uslov $\lambda_i \leq 25$ se zamjenjuje uslovom $\lambda_i \leq 50 - 25 \frac{\sum M_1}{\sum M_2}$

$$e_1 = \frac{1}{\sum N} (0.65 \sum M_2 + 0.35 \sum M_1) \quad |\sum M_1| < |\sum M_2|$$

- Stub A: $e_1 = \frac{1}{N_g + N_p} [0.65 \cdot (M_{2,g} + M_{2,p}) + 0.35 \cdot (-M_{1,g} - M_{1,p})]$
- Stub B: $e_1 = \frac{1}{N_g + N_p} [0.65 \cdot (M_{2,g} + M_{2,p})]$



8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- Ako nijedan od navedenih uslova nije zadovoljen mora se dokazati stabilnost vitkog elementa na izvijanje
- Za oblast umerene vitkosti $25 < \lambda_i \leq 75$ dozvoljavaju se približni postupci

Metoda dopunske ekscentričnosti:

- ekscentricitet usled netačnosti pri izvođenju $e_0 \quad e_0 = \frac{l_i}{300} \leq 10 \text{ cm}$
- Ekscentricitet usled vremenskih deformacija (tečenja i skupljanja) betona e_φ može se zanemariti ($e_\varphi = 0$) ako su zadovoljena sva tri uslova:

$$\lambda_i \leq 50; \quad \frac{e_1}{d} \geq 2; \quad N_g \leq 0.2 \cdot N_p$$

u suprotnom, uticaj tečenja i skupljanja računa se uvođenjem e_φ :

$$e_\varphi = (e_{1g} + e_0)(2.718^{\frac{\alpha_E}{1-\alpha_E}\varphi} - 1)$$

$$\alpha_E = \frac{N_g}{N_E}; \quad N_E = E_b I_b \frac{\pi^2}{l_i^2} \quad (\text{Ojlerova kritična sila})$$

e_{1g} – ekscentricitet normalne sile od stalnog opterećenja $= M_g / N_g$

e_0 – ekscentricitet usled netačnosti izvođenja

8. Vitki savijani AB elementi sa silom pritiska

- *Ekscentricitet po teoriji II reda:*

$$e_2 = d \frac{\lambda_i - 25}{100} \sqrt{0.1 + \frac{e_1}{d}} \quad \text{za } 0 < \frac{e_1}{d} \leq 0.3$$

$$e_2 = d \frac{\lambda_i - 25}{160} \quad \text{za } 0.3 < \frac{e_1}{d} \leq 2.5$$

$$e_2 = d \frac{\lambda_i - 25}{160} \left(3.5 - \frac{e_1}{d} \right) \quad \text{za } 2.5 < \frac{e_1}{d} \leq 3.5$$

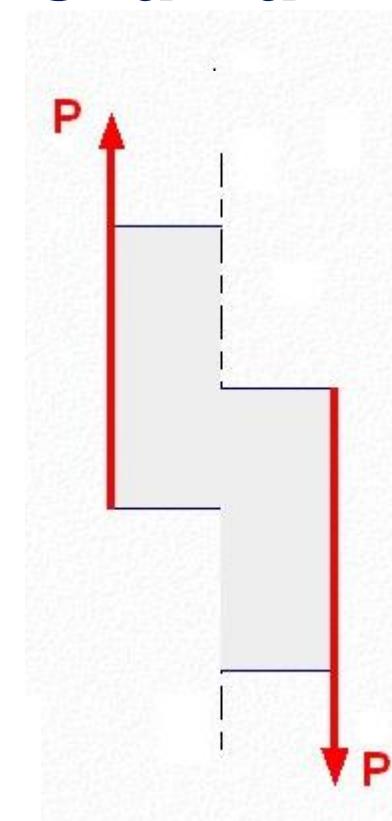
- *Ukupni ekscentricitet:*

$$e = e_1 + e_0 + e_\varphi + e_2$$

- $N_u, M_u = N_u \cdot e \Rightarrow \text{mali ili veliki ekscentricitet!}$

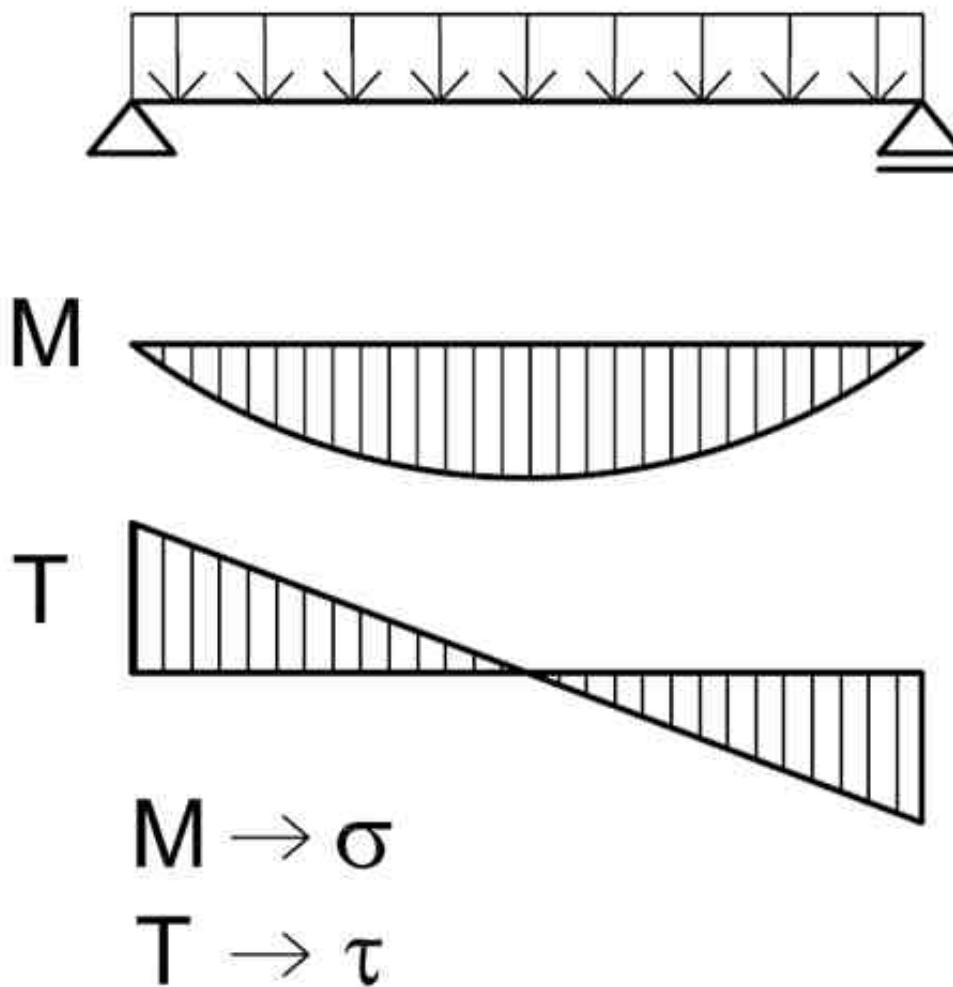
9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Opterećenje transverzalnim silama – smicanje:
- Čisto savijanje nosača je retko u praksi
=> nosače je potrebno projektovati na dejstvo transverzalnih sila
- Interakcija savijanja i smicanja je kompleksna pojava koja još uvek nije potpuno razjašnjena



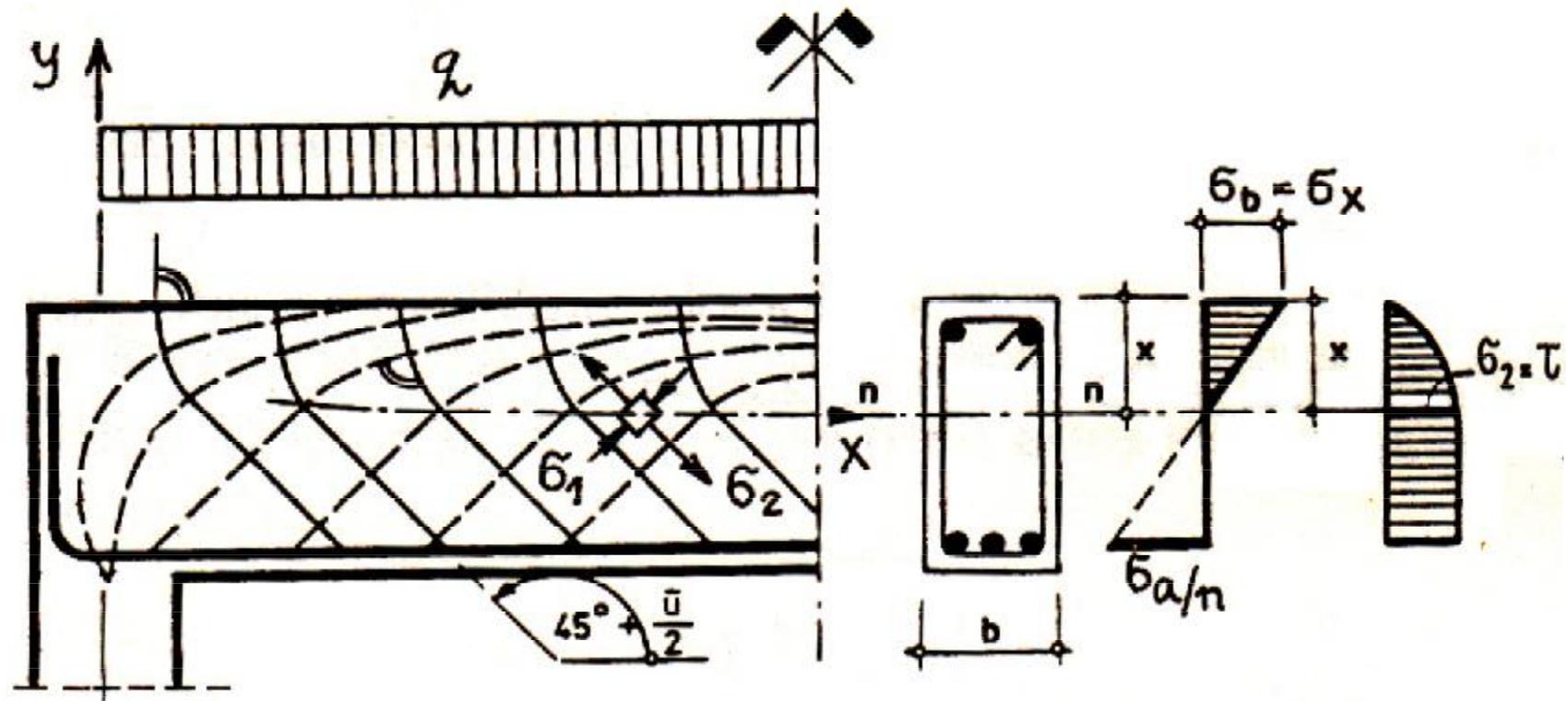
9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Kod linijskih nosača opterećenih na savijanje, pored momenata savijanja javljaju se i transverzalne sile



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Trajektorije glavnih napona zatezanja _____
- Trajektorije glavnih napona pritisaka -----



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Glavni naponi zatezanja:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

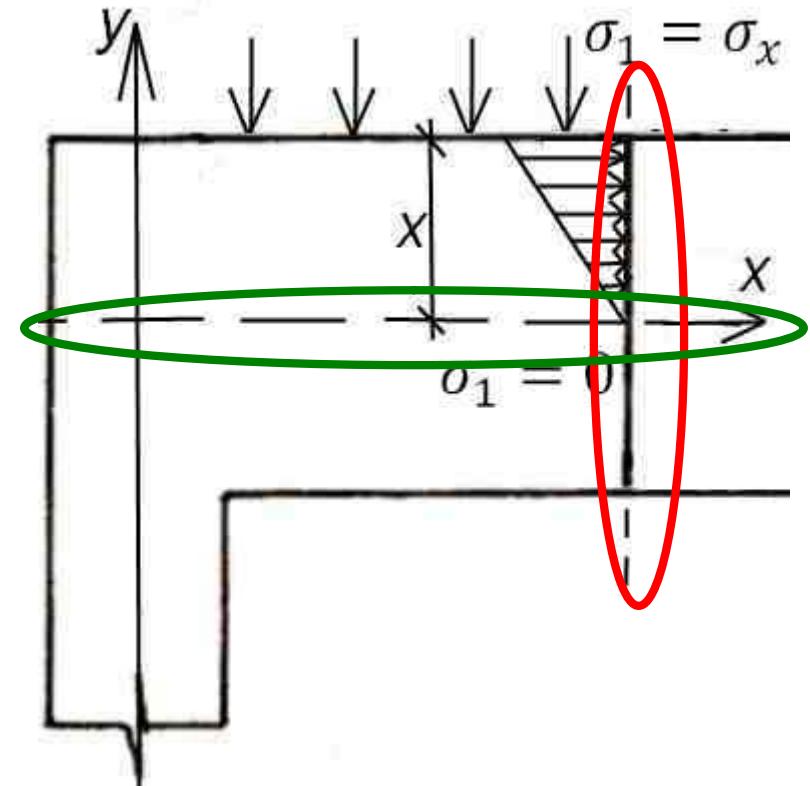
- U zonama van oslonaca: $\sigma_y \approx 0$

- U neutralnoj liniji gde je $\sigma_x = 0$ smičući naponi su ujedno glavni naponi:

$$\sigma_{1,2} = \pm \tau$$

- Pravci glavnih napona su definisani uglom a:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \infty \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = 45^\circ$$



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Homogeni armiranobetonski poprečni preseci u fazi I:

$$\tau = \frac{TS_i}{bI_i}$$

S_i – statički moment idealnizovane površine iznad vlakana u kojima se traži napon

I_i – moment inercije idealnizovanog poprečnog preseka u odnosu na težišnu osu

- Ako je neutralna linija ujedno i težišna linija aktivnog poprečnog preseka, napon smicanja u neutralnoj liniji za presek sa prslinom u fazi II je:

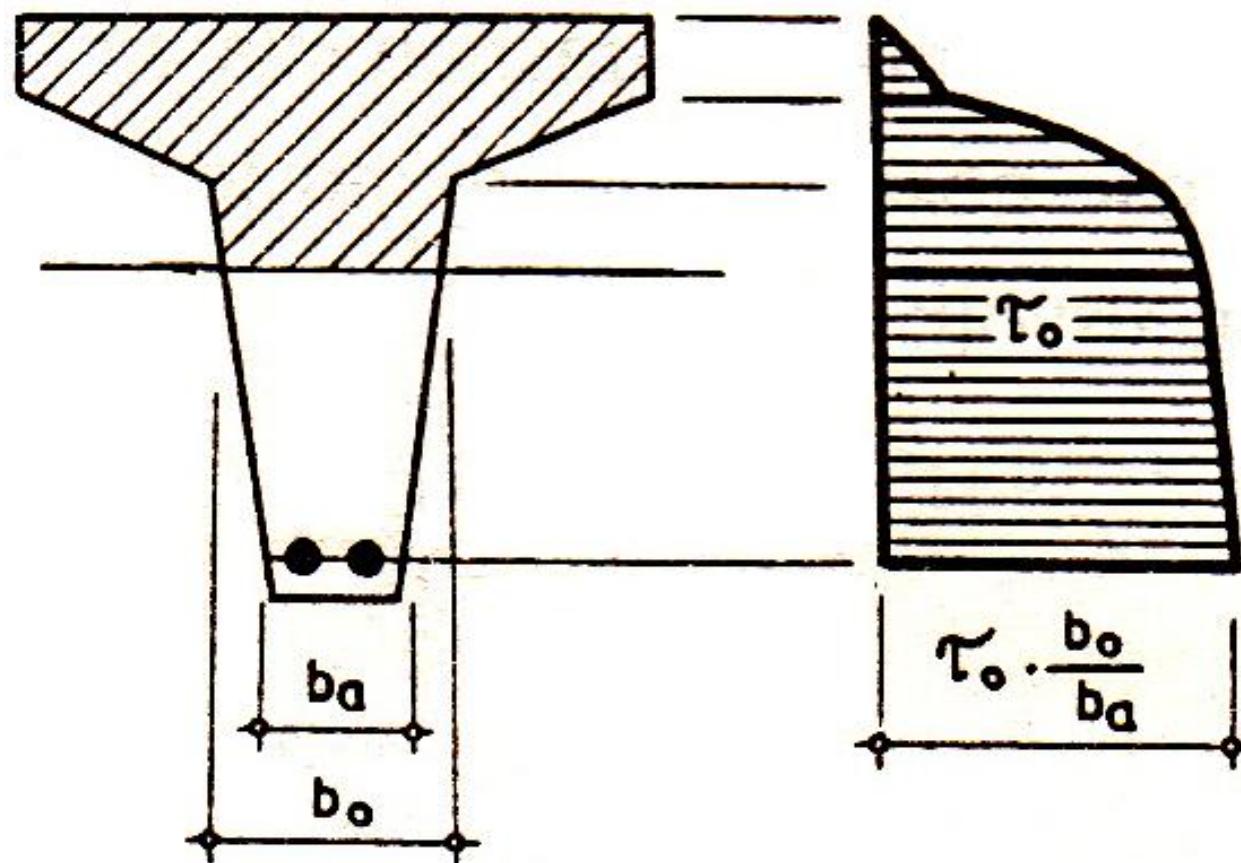
$$\tau = \frac{T}{bz} \quad z = \frac{I_i}{S_i}$$

- Krak unutrašnjih sila se kreće u uskim granicama duž ose nosača pravougaonog preseka, kao srednja vrednost usvaja se:

$$z = 0.9h \quad \tau = \frac{T}{0.9bh}$$

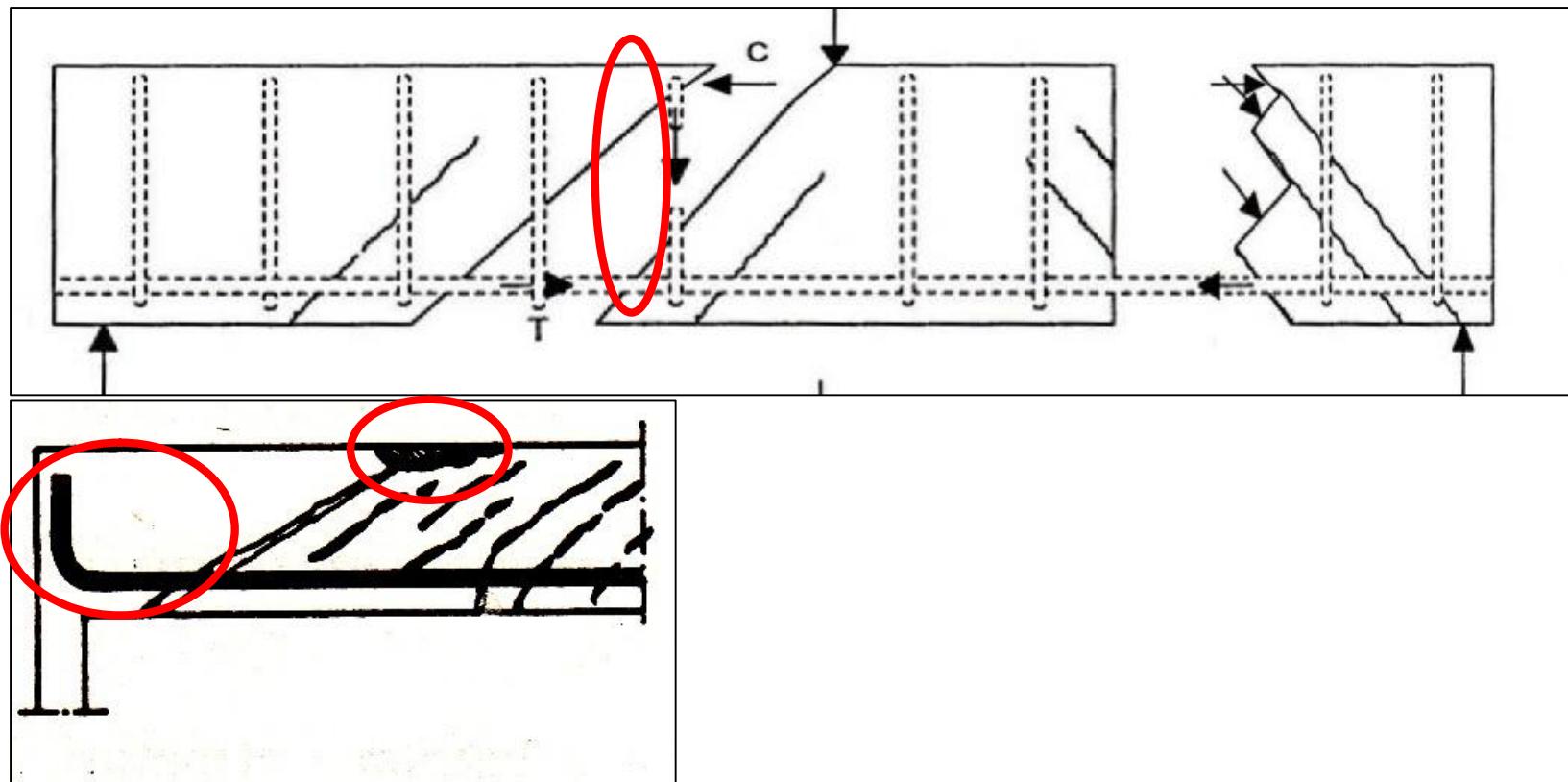
9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- U slučaju nosača sa promenljivom širinom rebra raspodela napona smicanja je prikazana na slici:

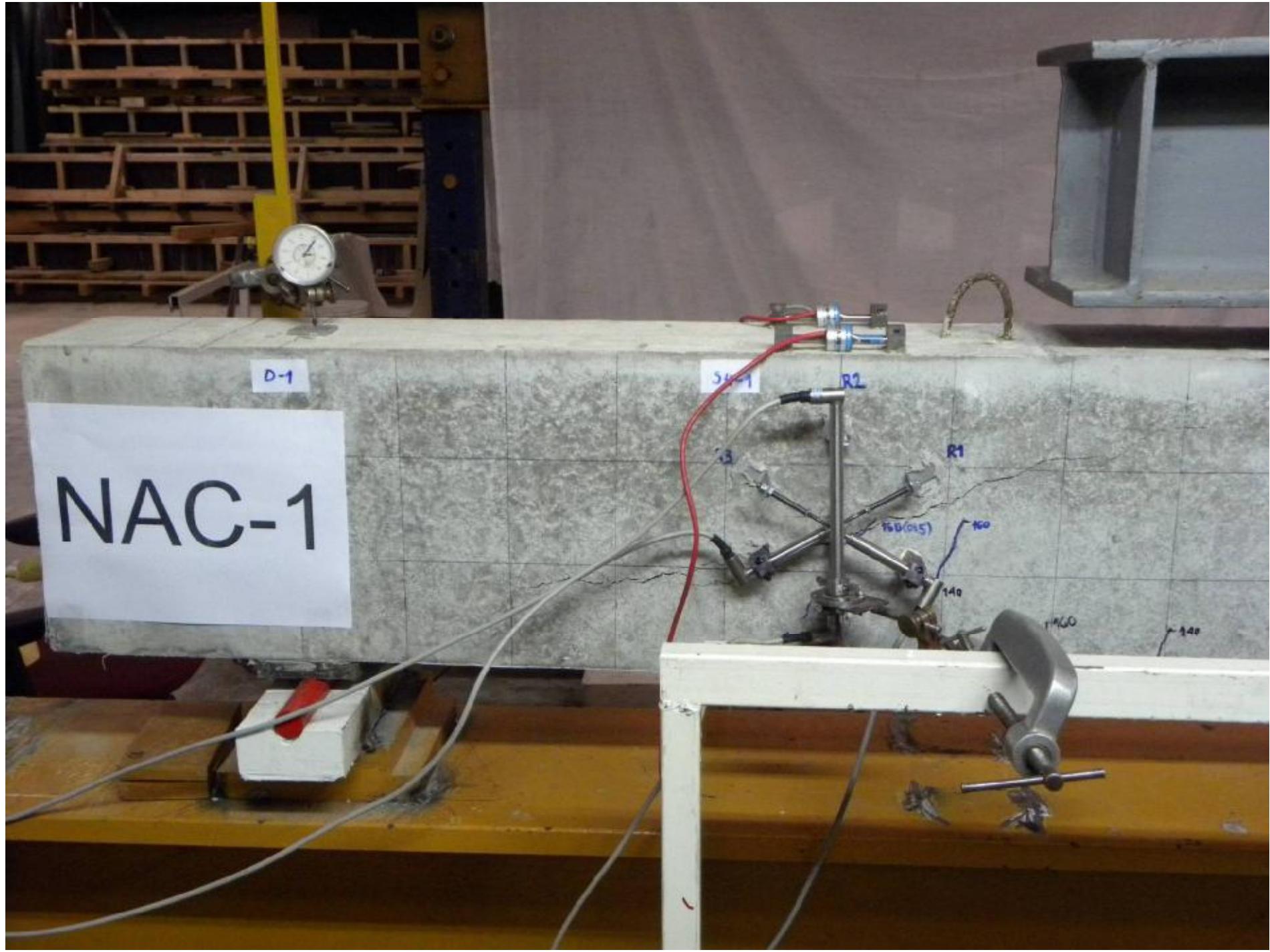


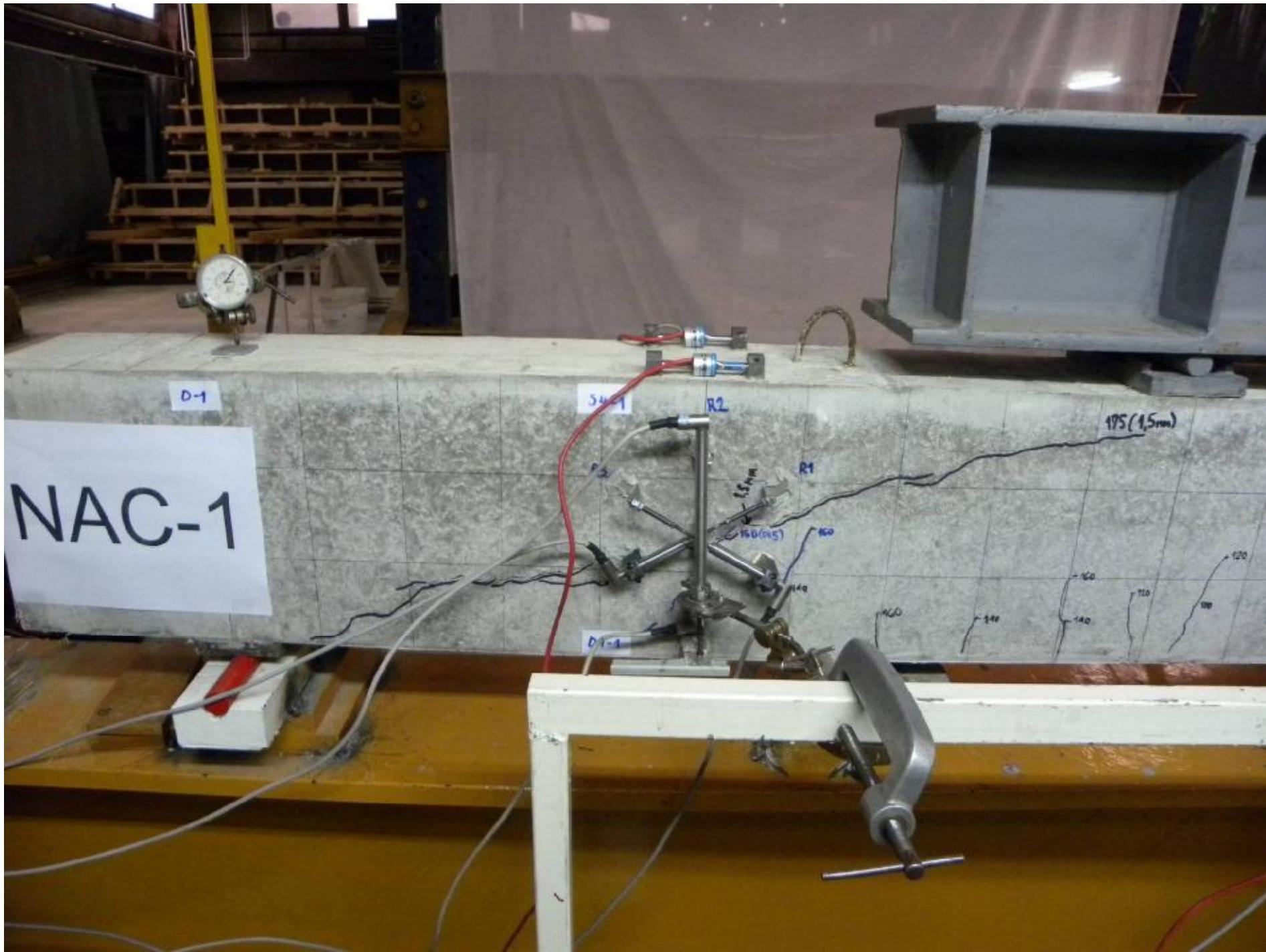
9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

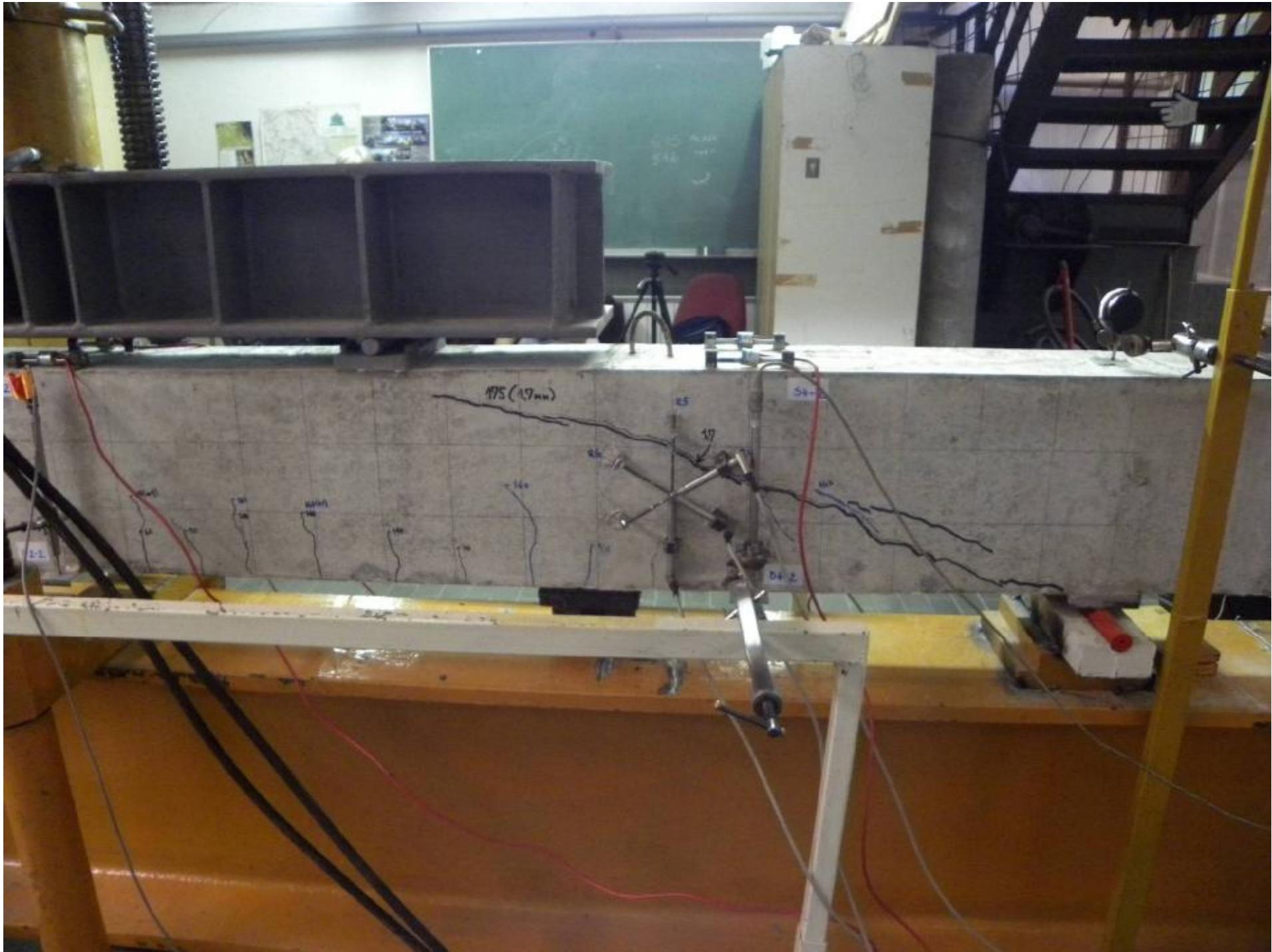
- Lom nastaje iz tri razloga:
 1. Nedostatak ili mali procenat poprečne armature
 2. Lom betona kada se kosa prslina proteže visoko po preseku
 3. Proklizavanje zategnute armature kada nije pravilno usidrena nad osloncima

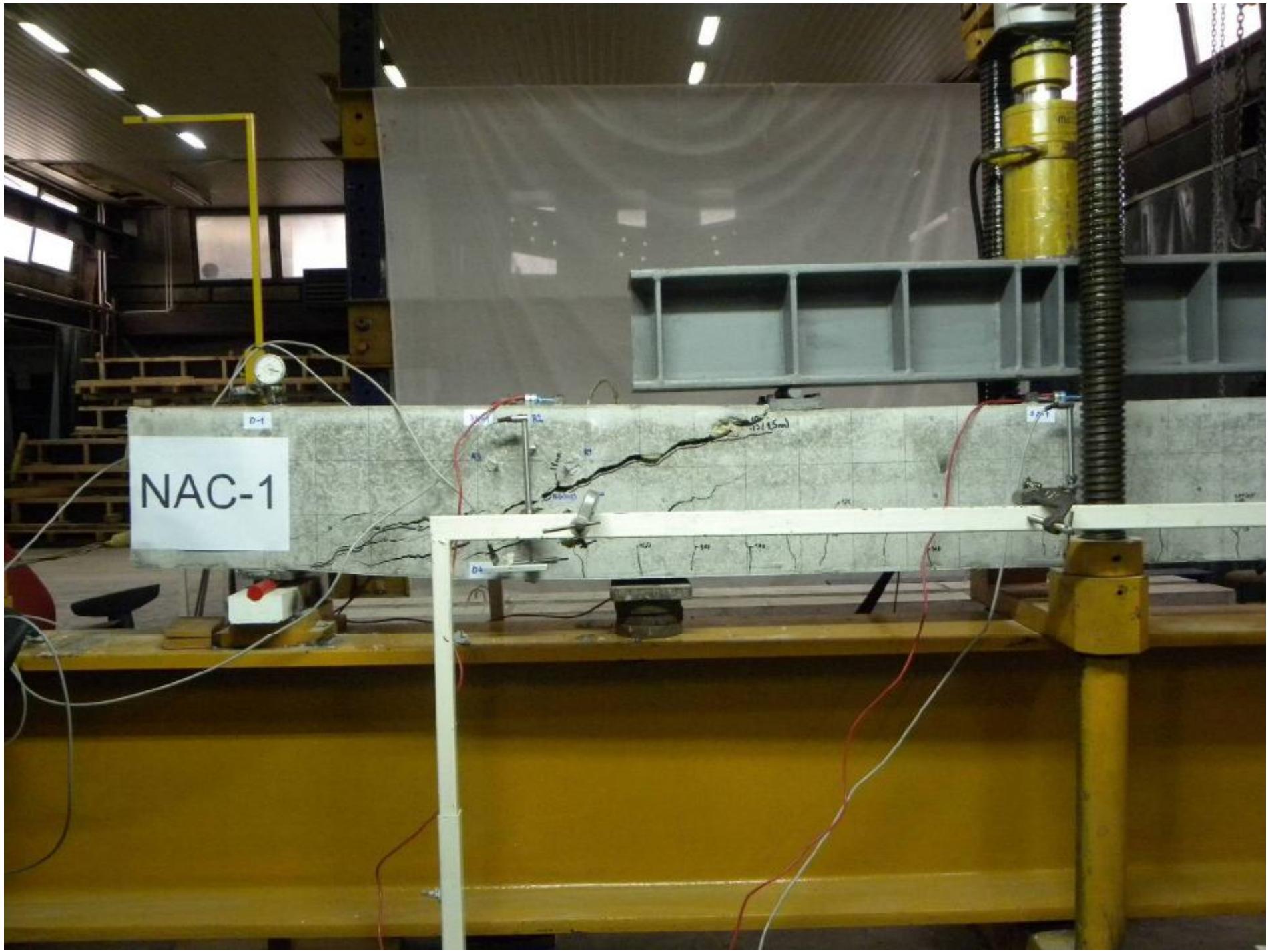


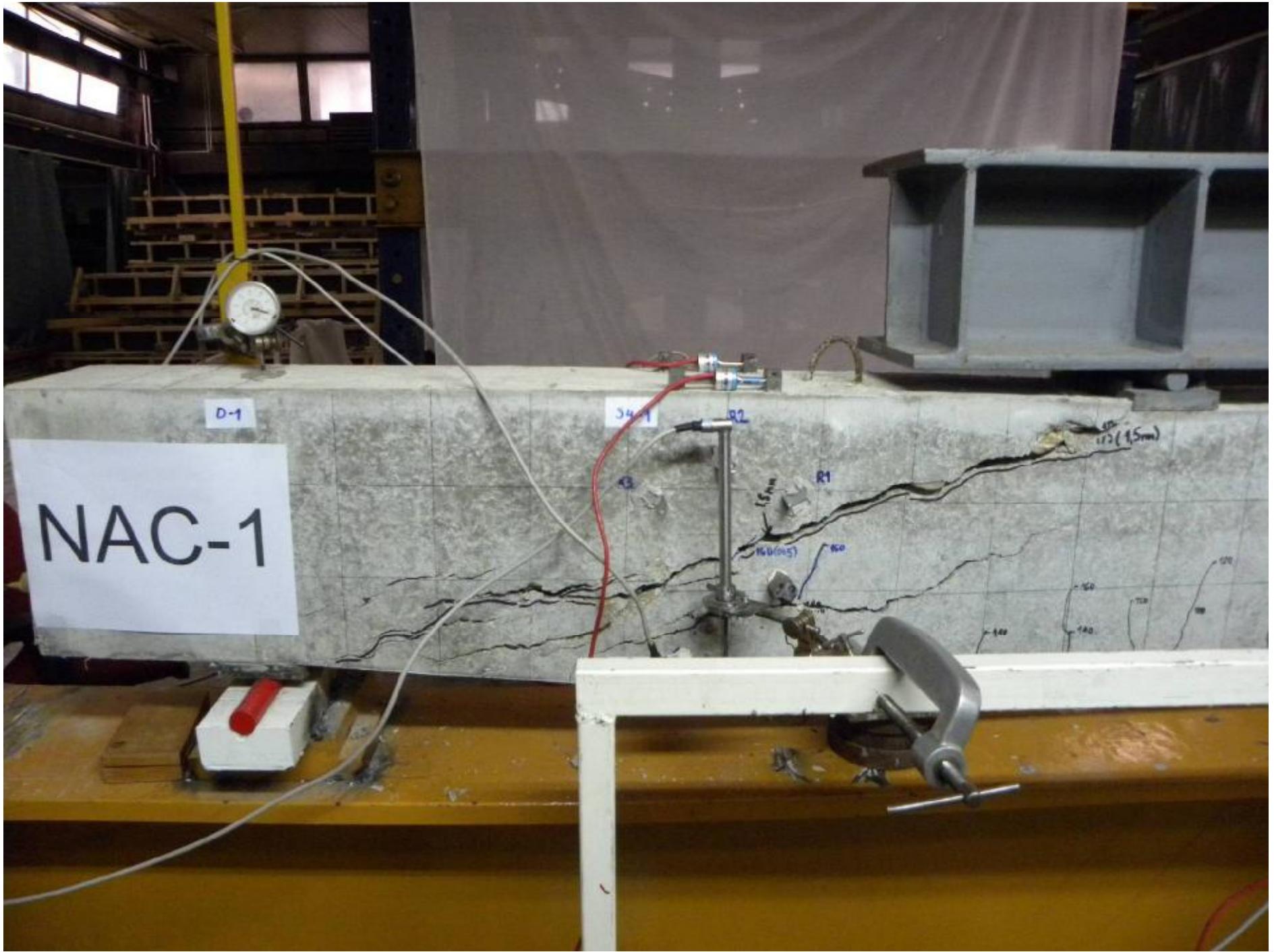


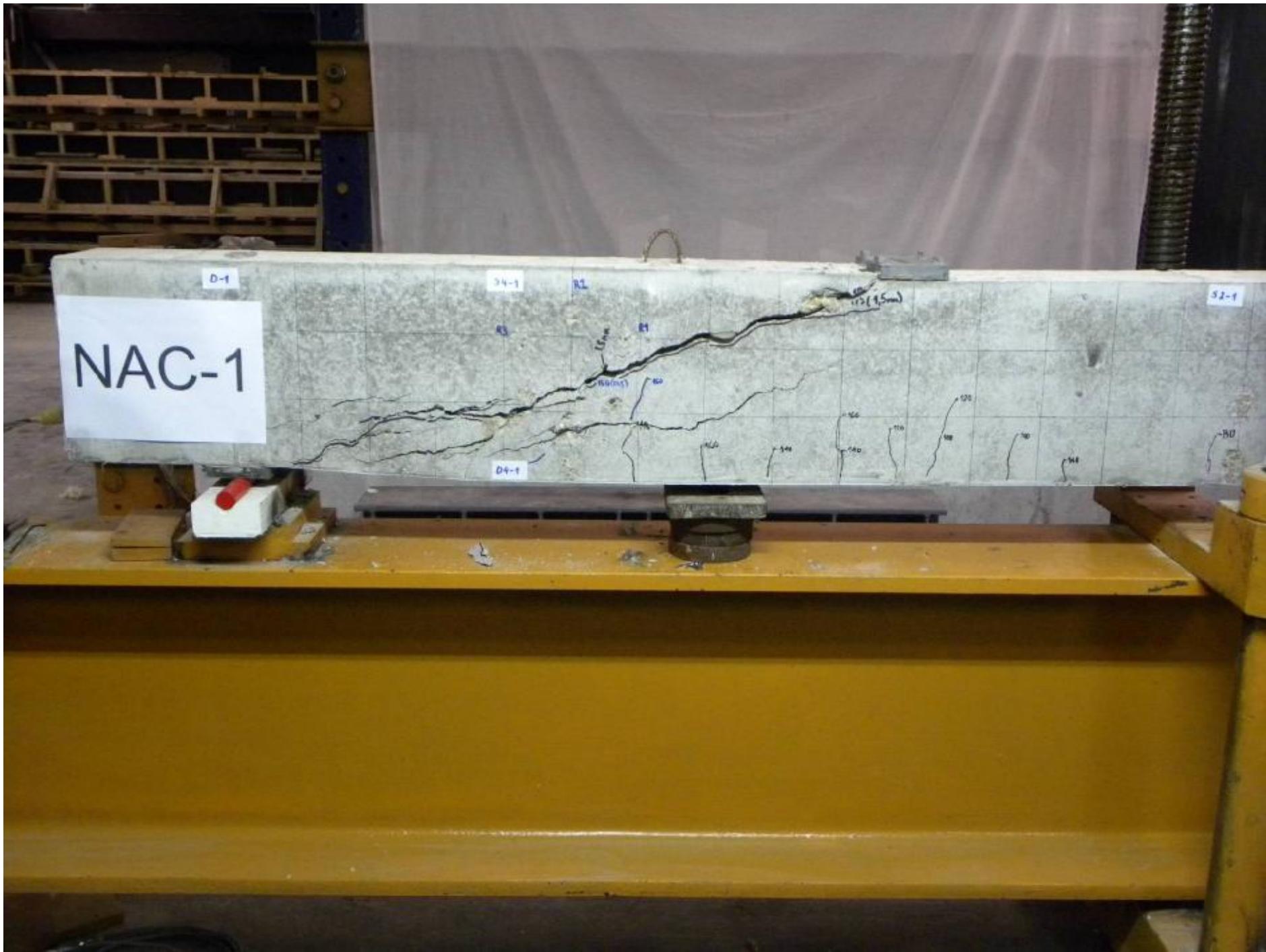


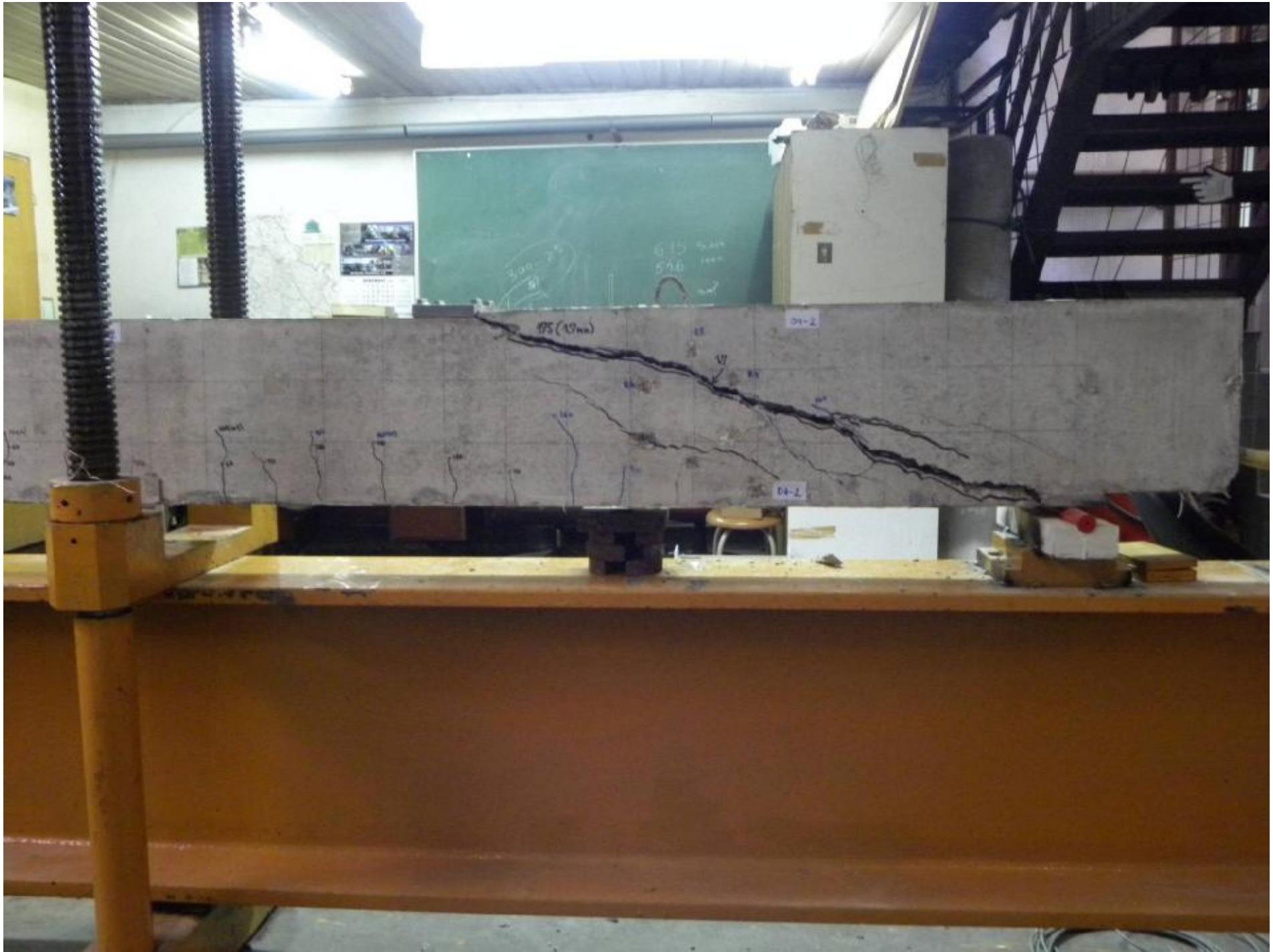


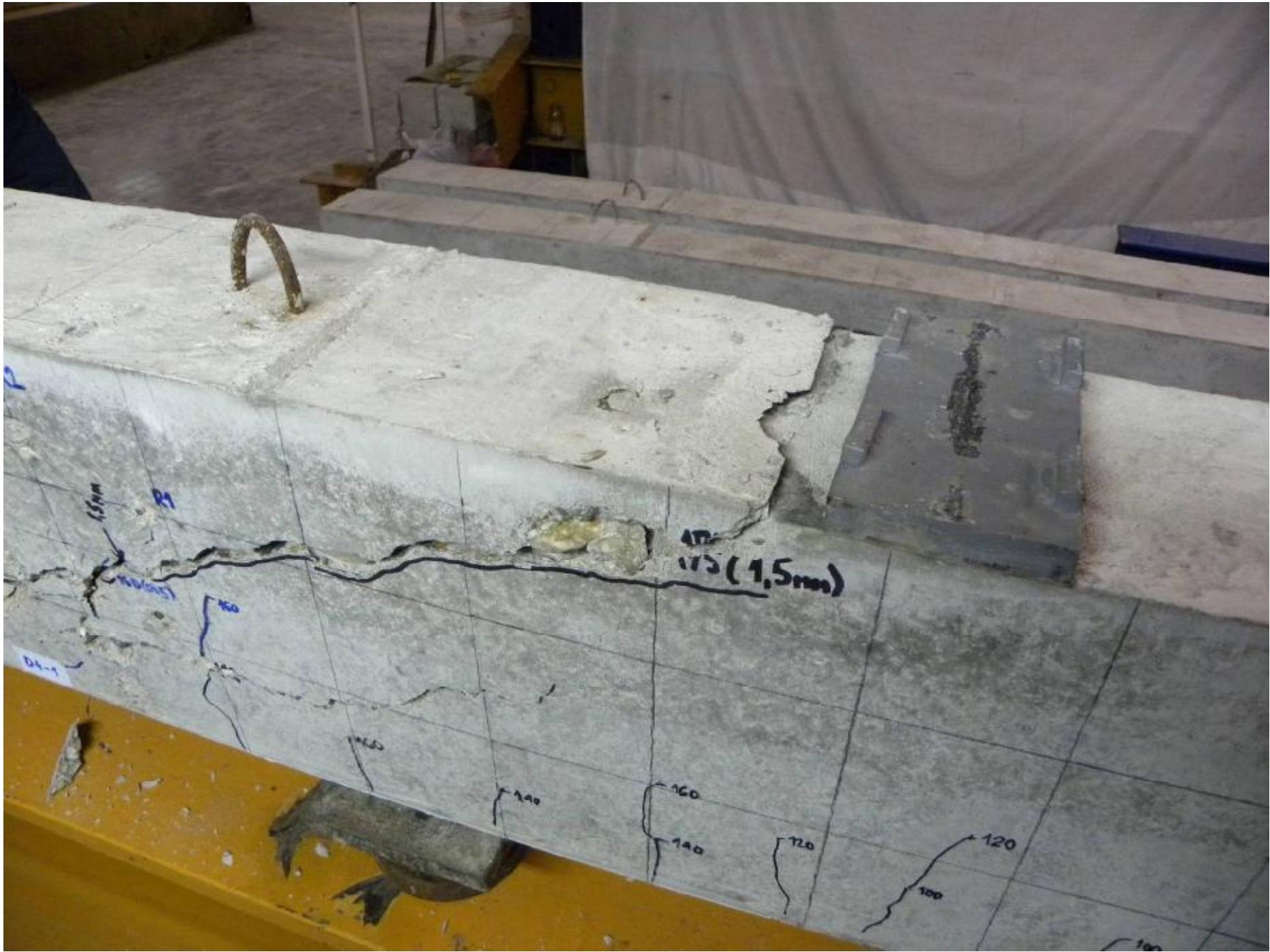




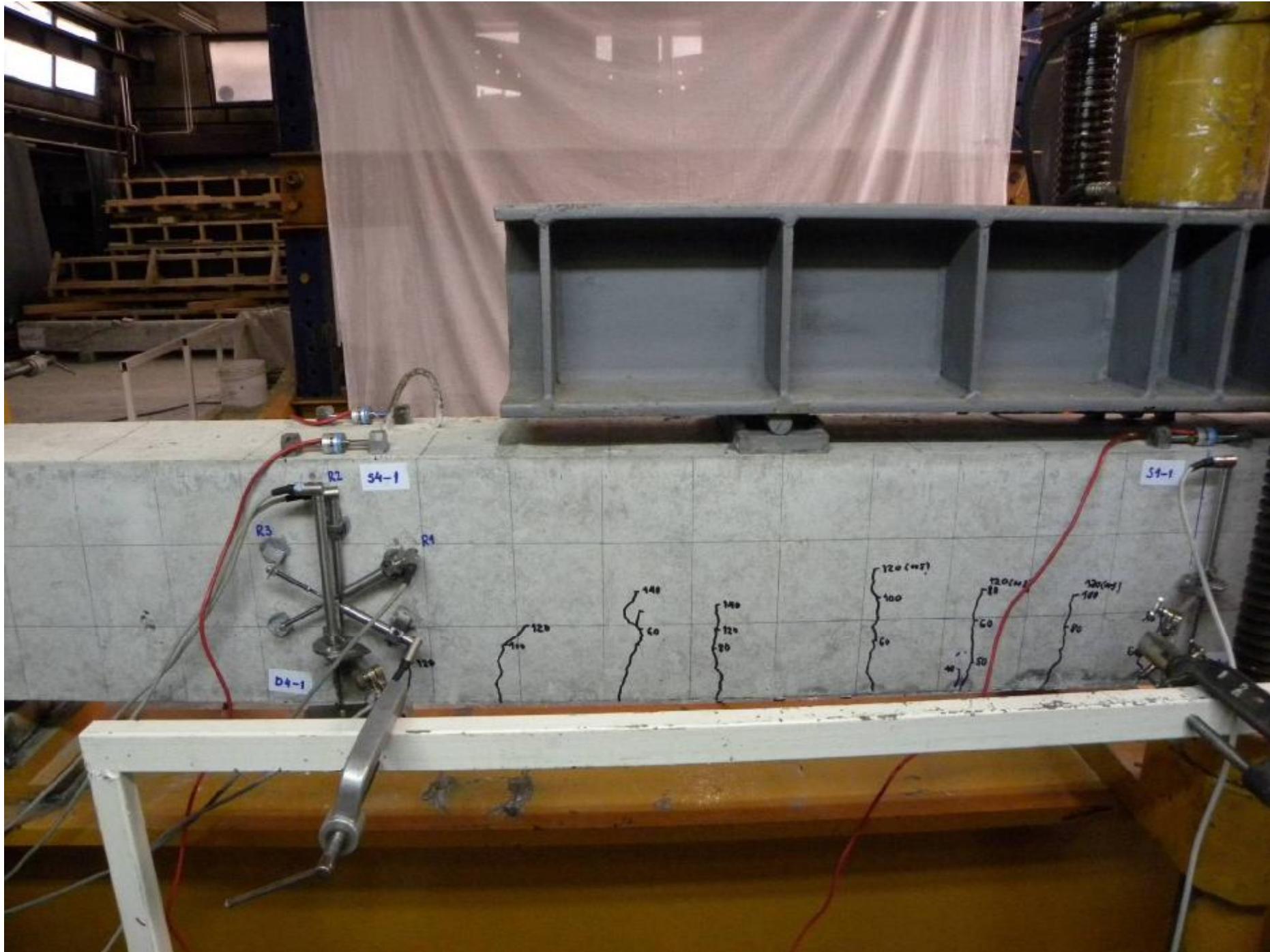


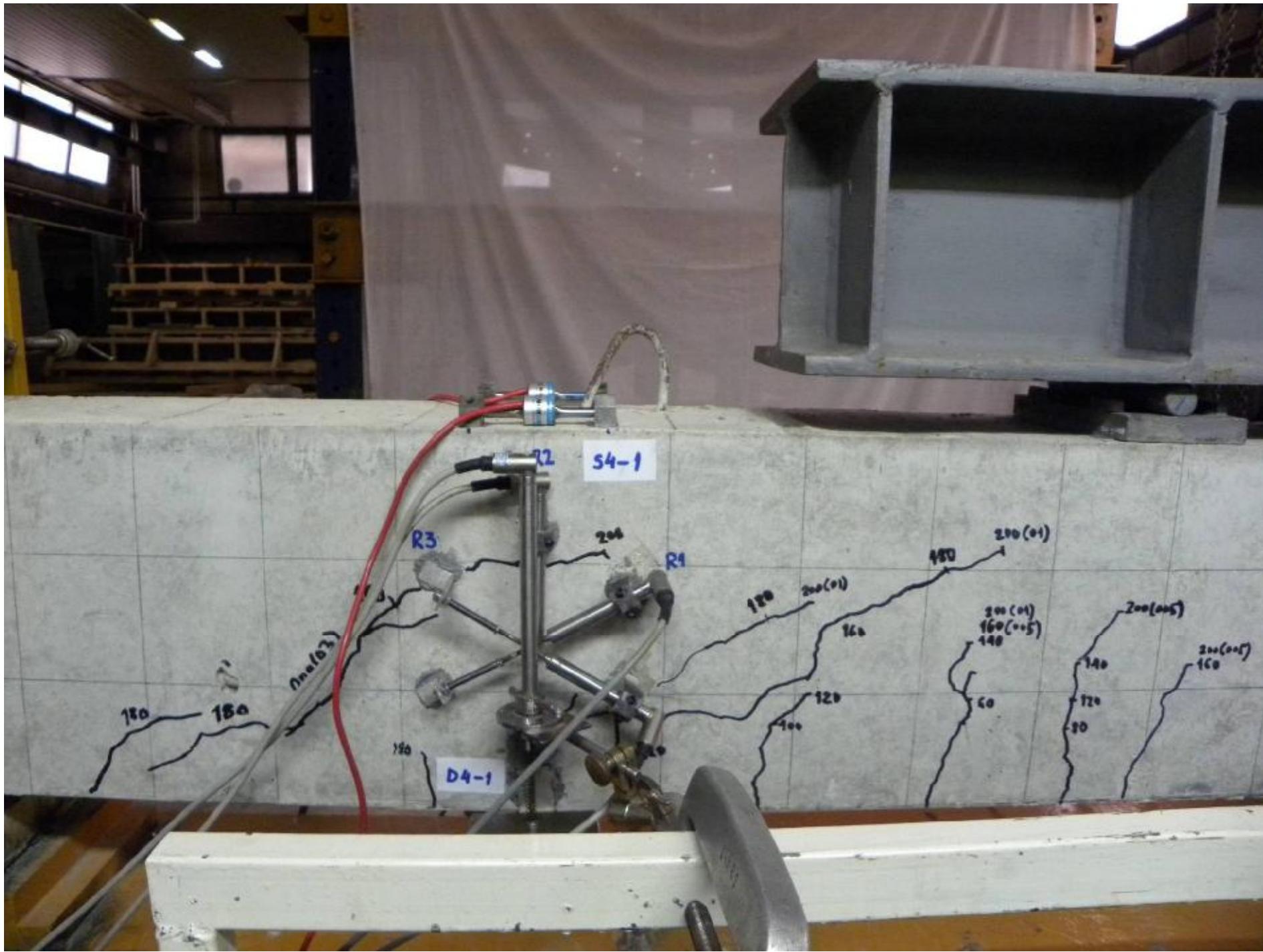


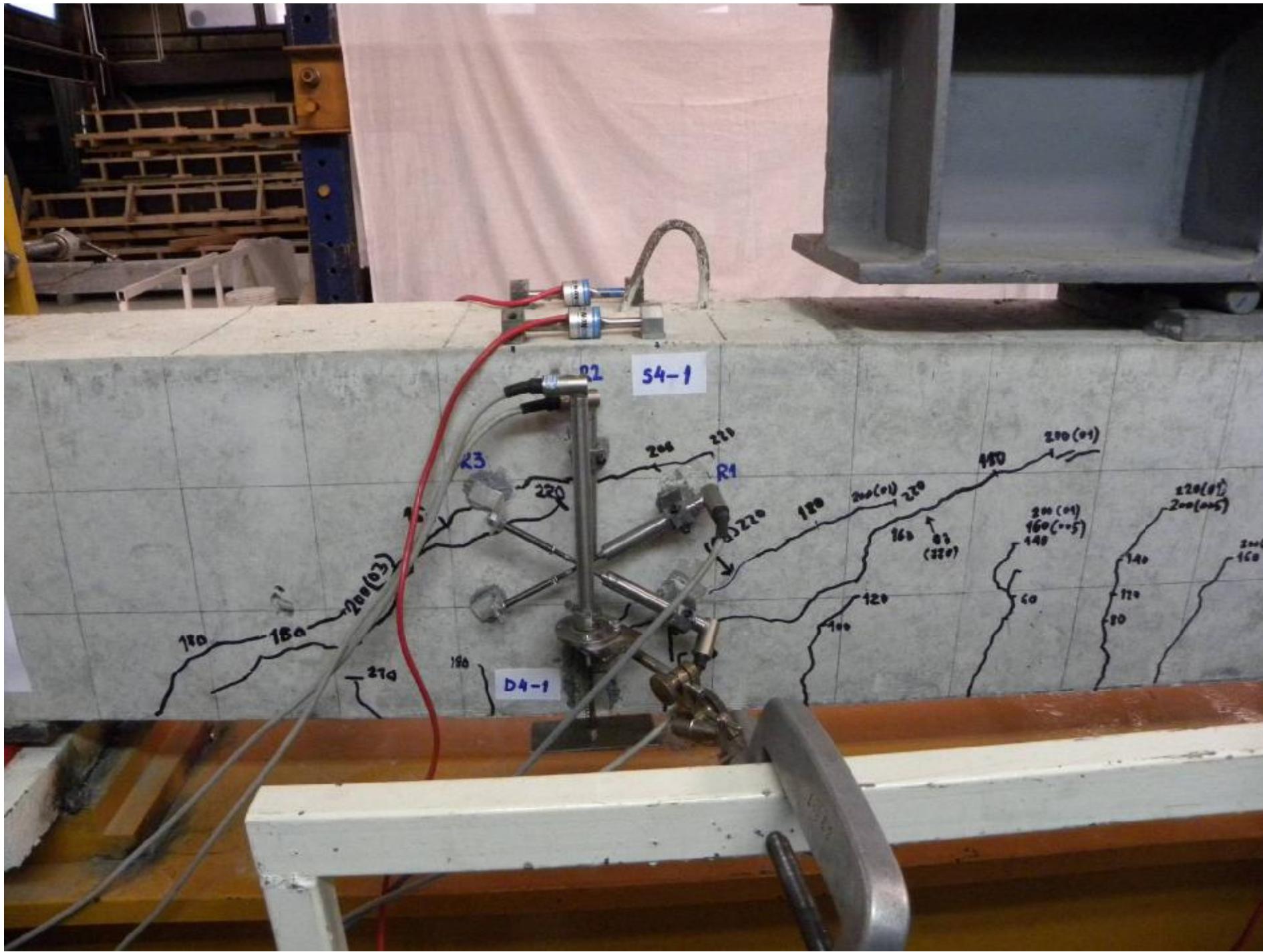


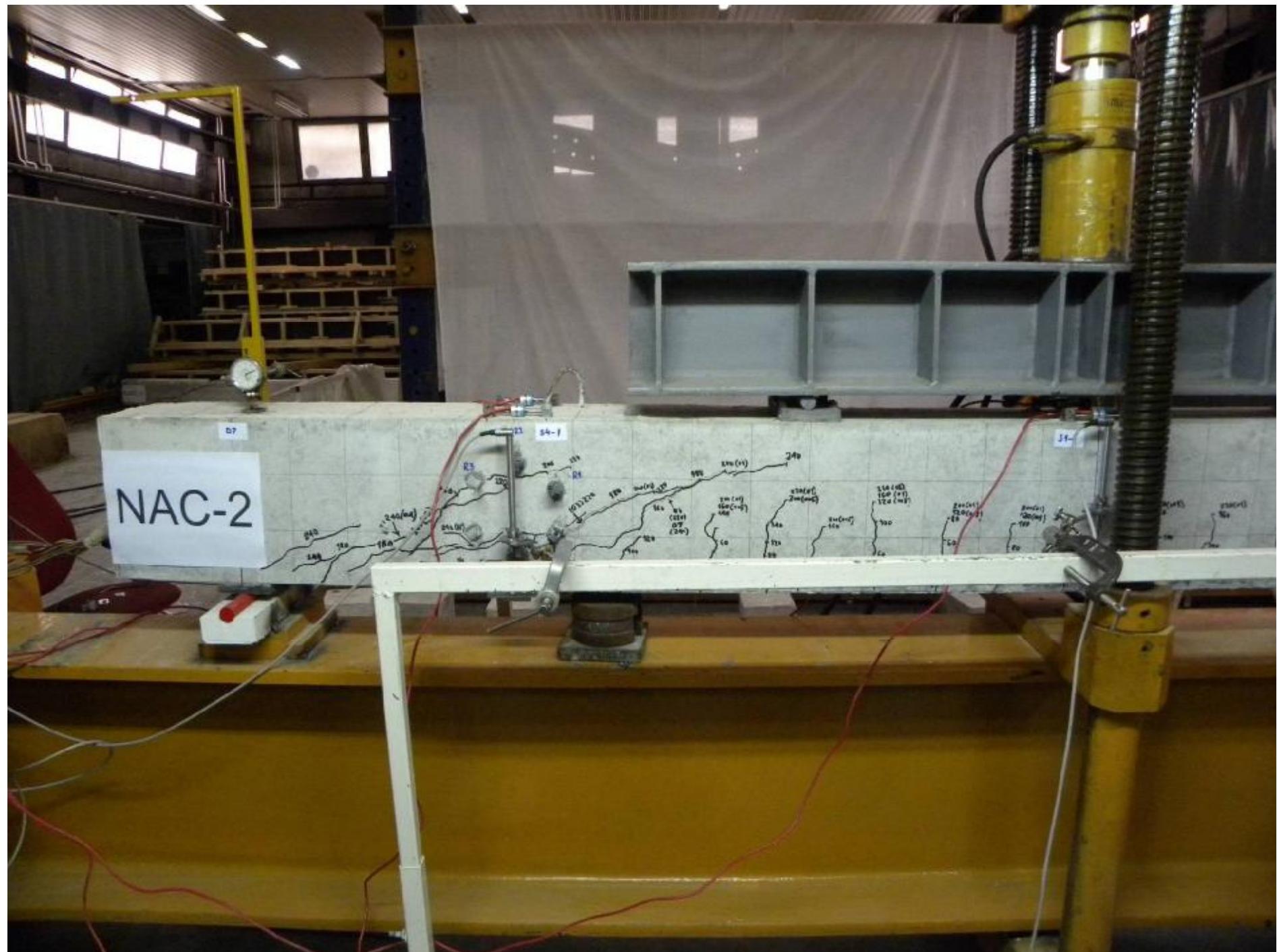


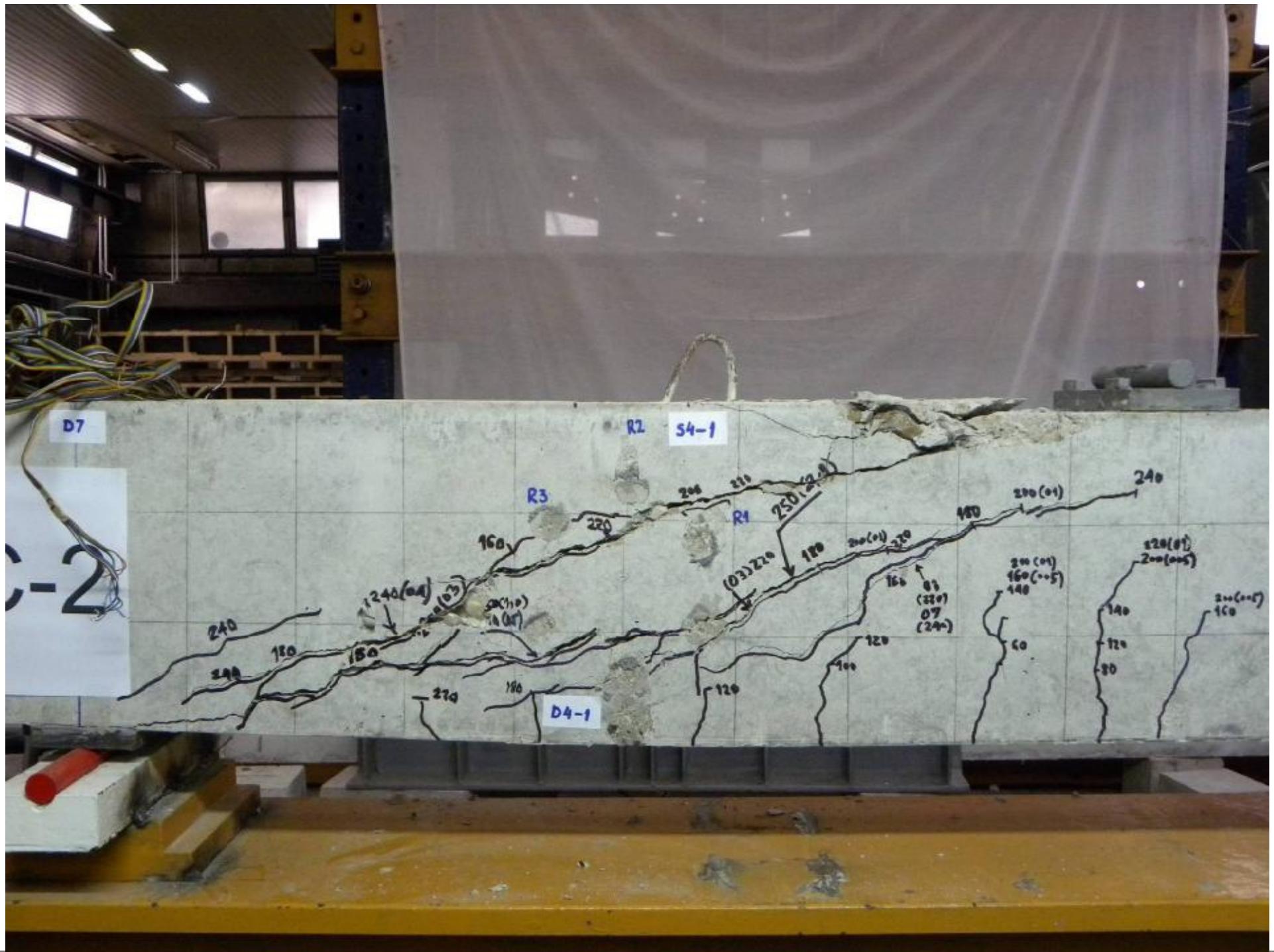


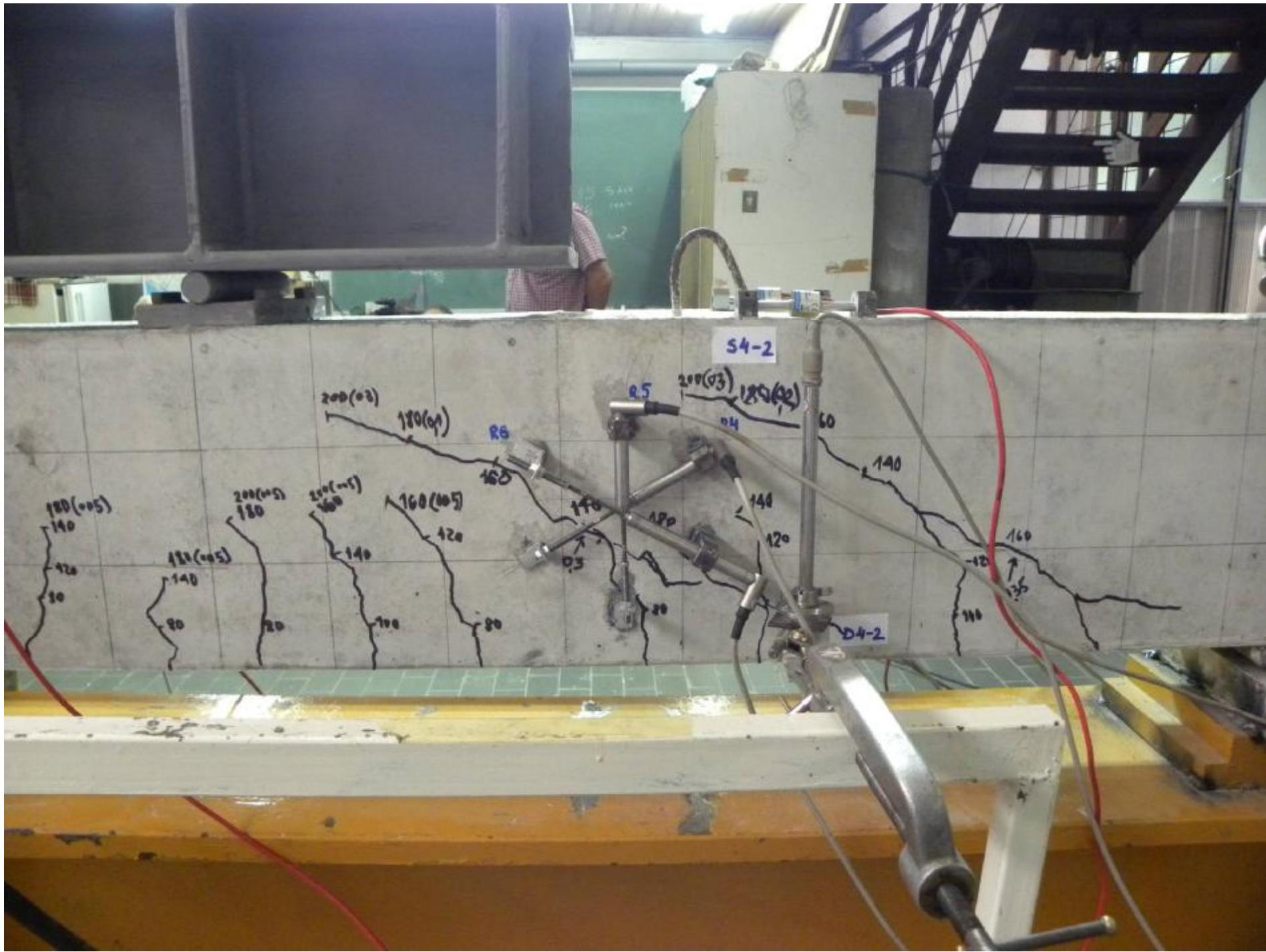


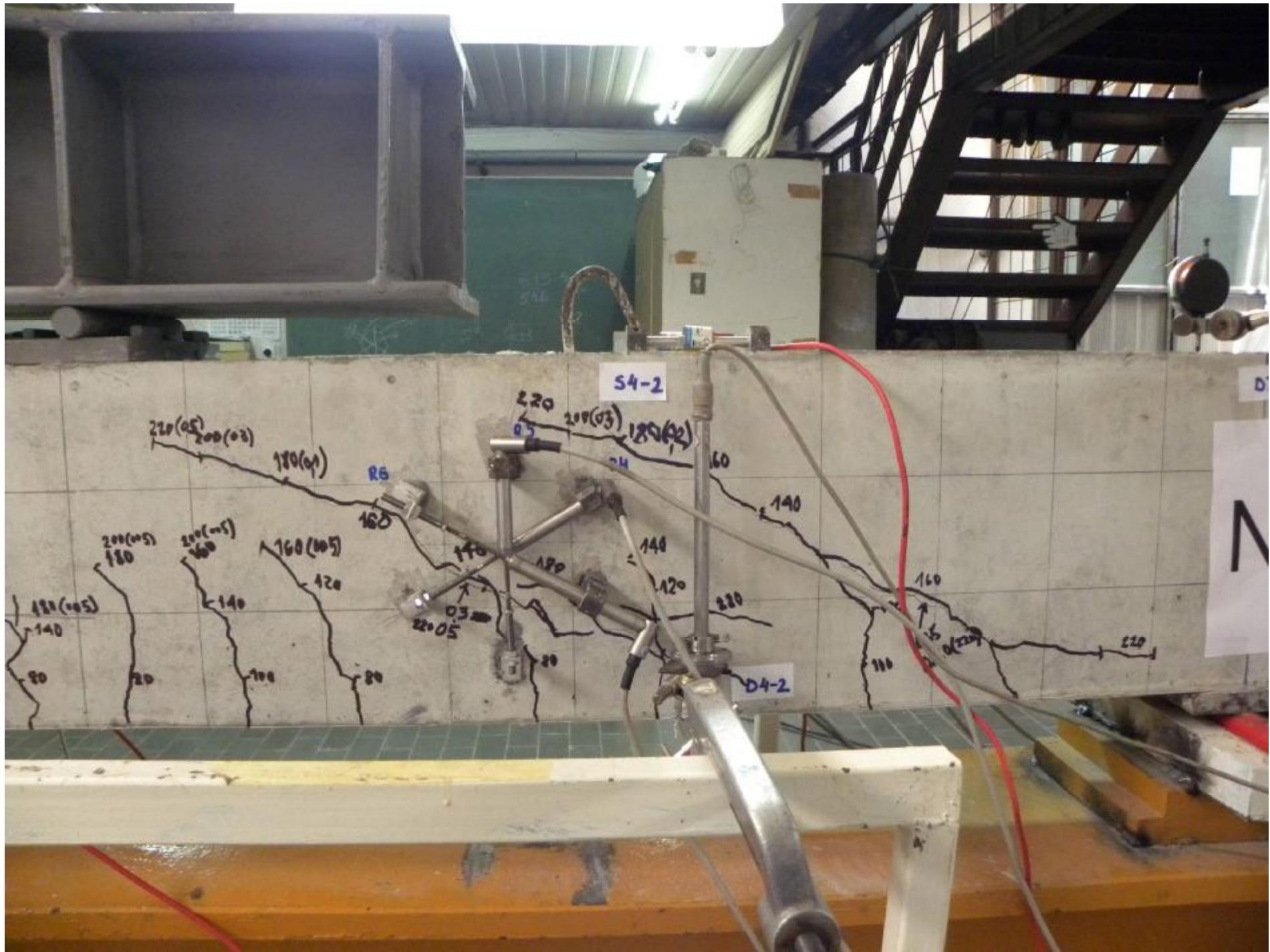




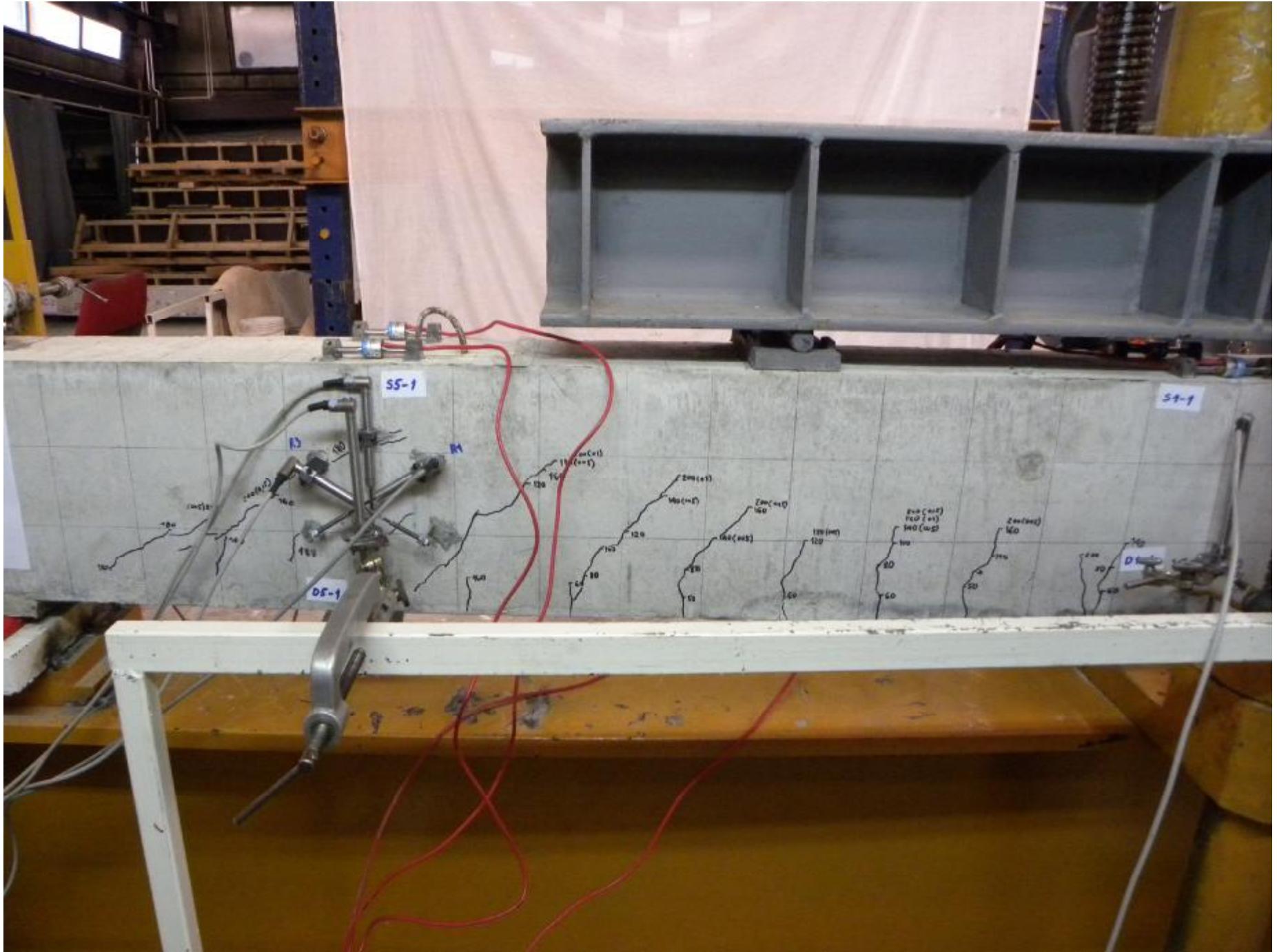


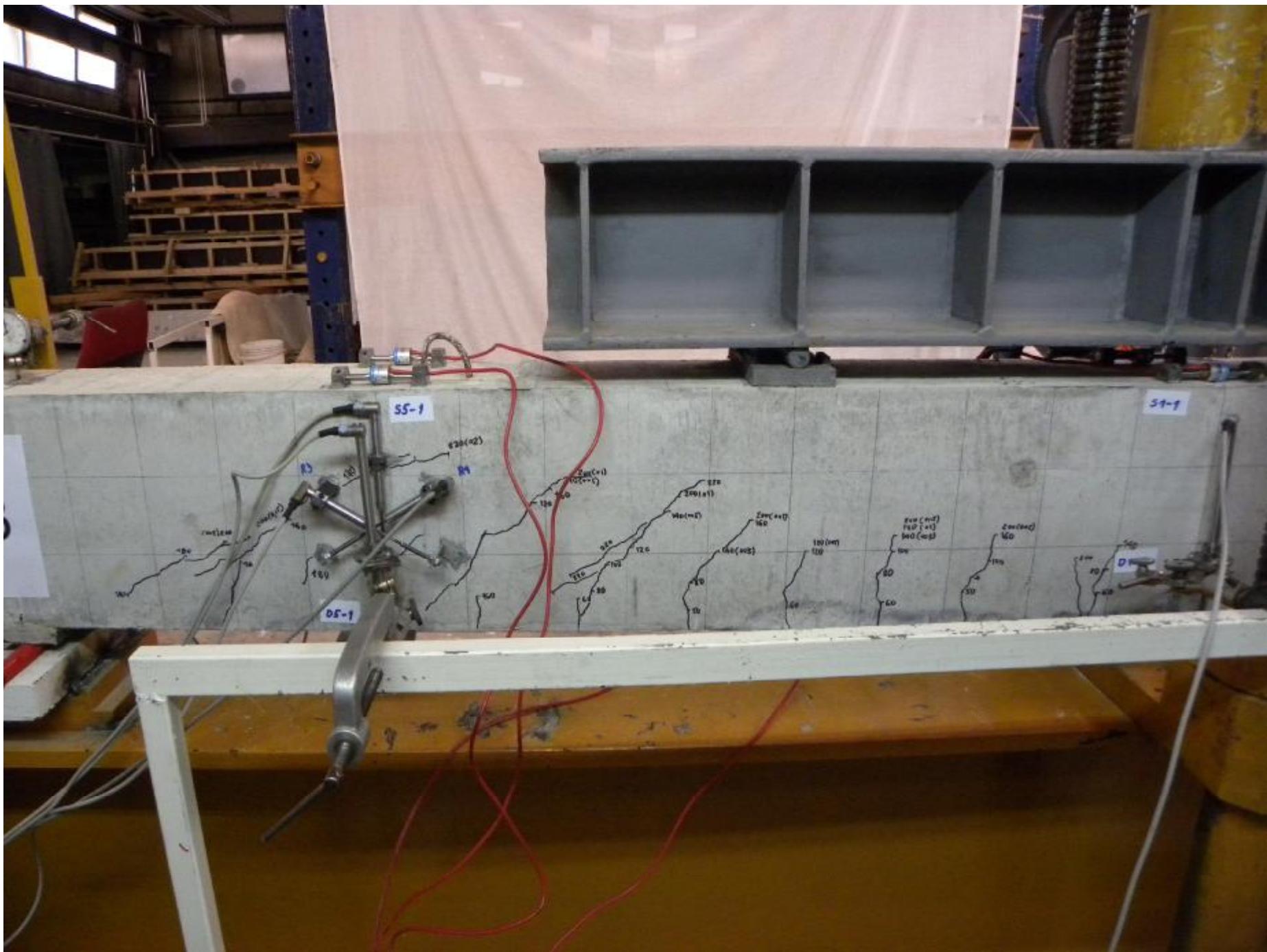


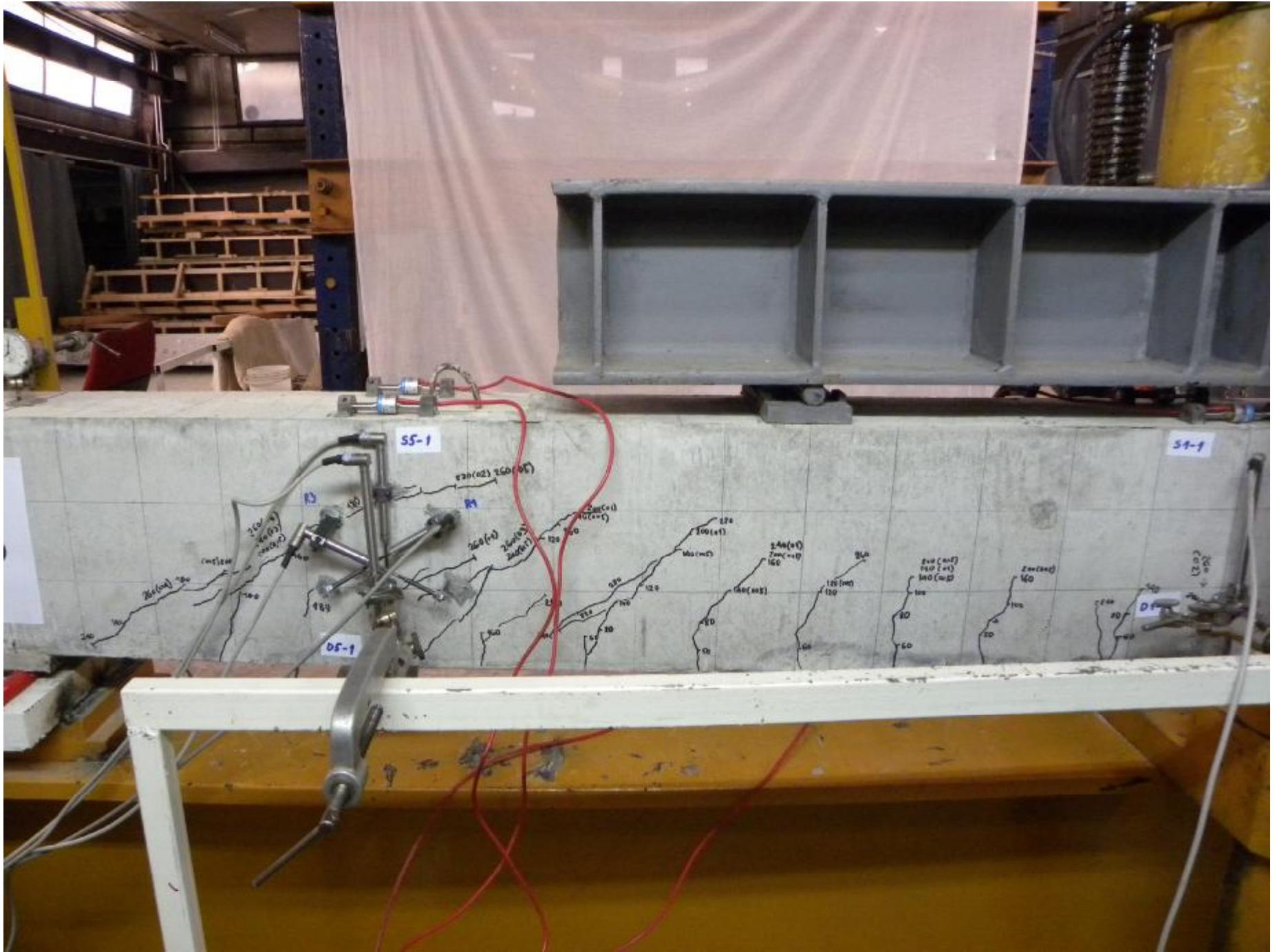


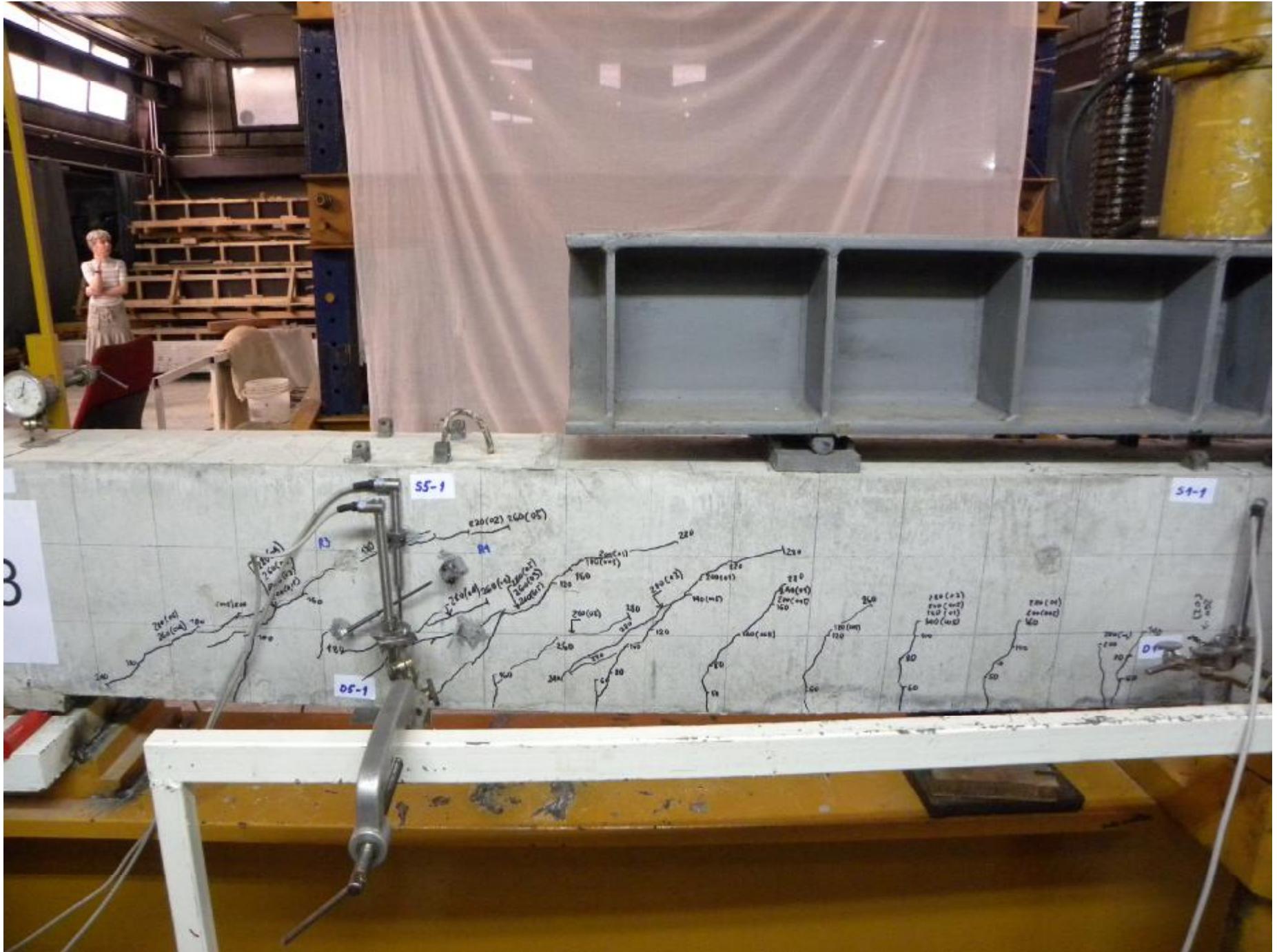




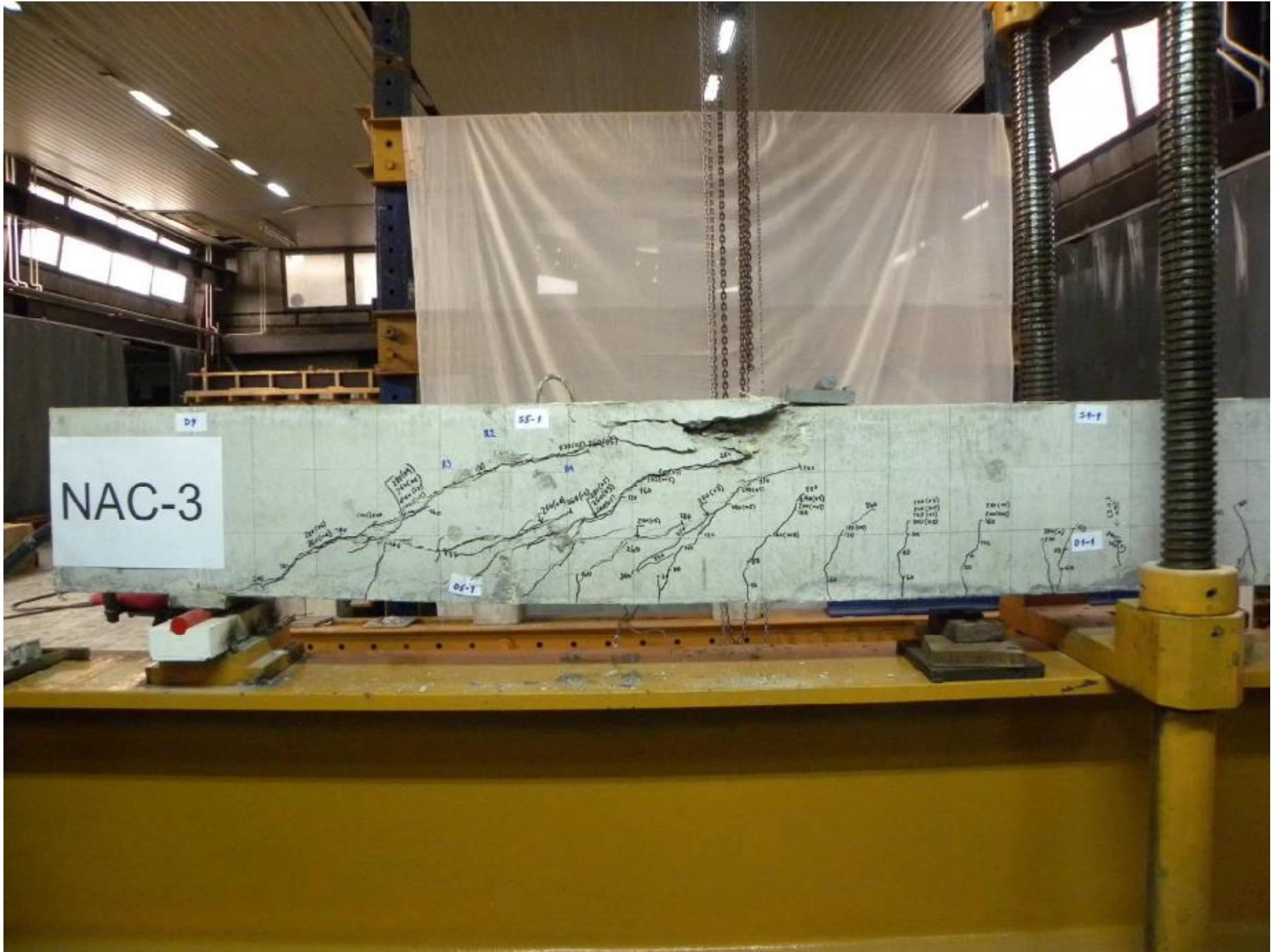






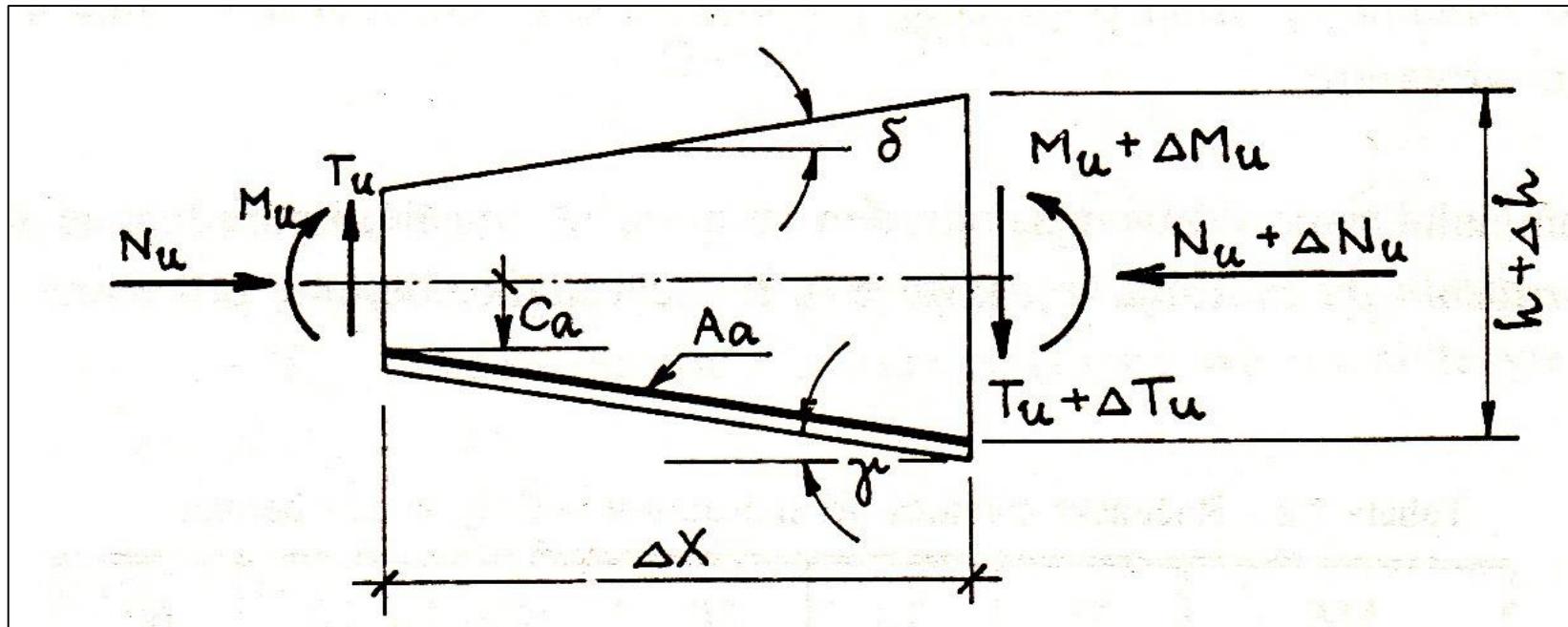






9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Dimenzionisanje prema merodavnoj transverzalnoj sili T_{mu}



$$T_{mu} = T_u \mp \frac{M_u}{h} (tg\gamma + tg\delta) - \frac{\Delta N_u}{\Delta x} (z - c_a) + N_u \left[tg\gamma - \frac{c_a}{h} (tg\gamma + tg\delta) \right]$$

- Nominalni napon smicanja:

$$\tau_n = \frac{T_{mu}}{bz}$$

9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Nominalni napon smicanja se poredi sa računskom čvrstoćom betona pri smicanju, $\tau_r = f(MB)$

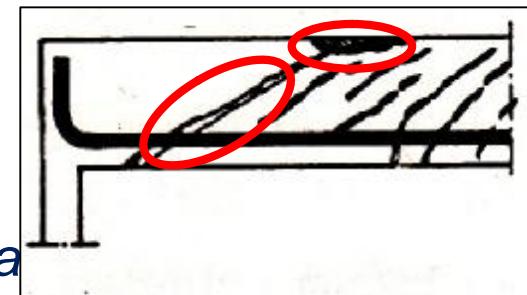
MB	15	20	30	40	50	60
τ_r (MPa)	0.6	0.8	1.1	1.3	1.5	1.6

- Ako je $\tau_n \leq \tau_r$ nije potrebna računska armatura za prihvatanje uticaja od transverzalnih sila!
- Ako je $\tau_r < \tau_n \leq 3\tau_r$ potrebna je računska armatura u području gde je $\tau_n > \tau_r$
- U ovom slučaju se deo transverzalne sile može poveriti betonu!
=> redukcija T_{mu} => redukovana računska transverzalna sila T_{Ru}

$$T_{Ru} = T_{mu} - T_{bu}$$

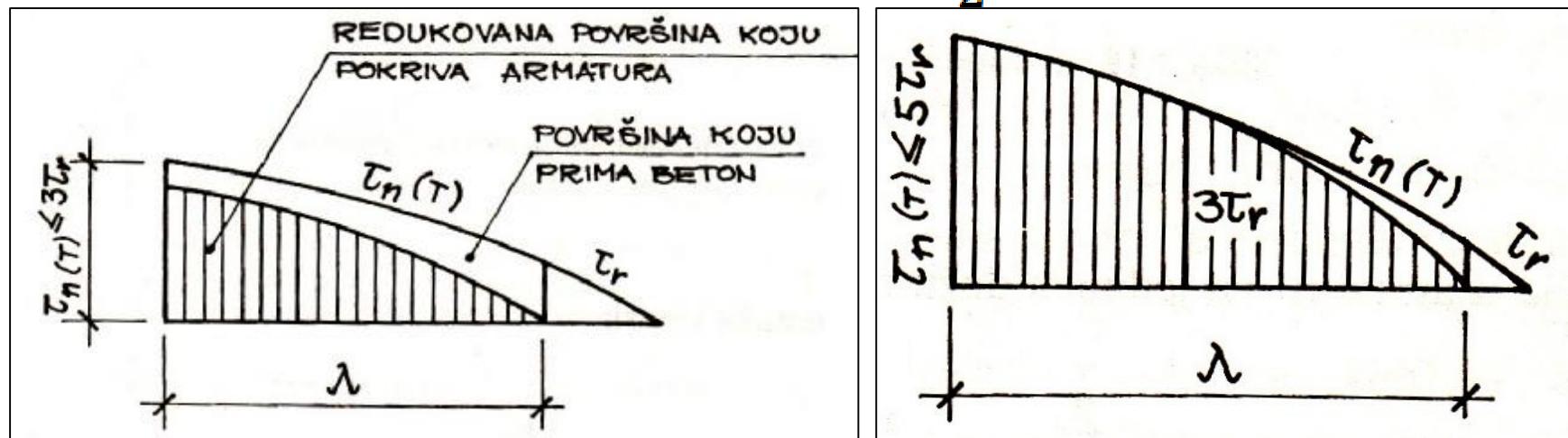
$$T_{bu} = \frac{1}{2} [3\tau_r - \tau_n] bz$$

- T_{bu} se prenosi trenjem u prslini i preko pritisnute zone betona



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

$$\tau_r \leq \tau_n \leq 3\tau_r \quad T_{Ru} = T_{mu} - T_{bu} \quad T_{bu} = \frac{1}{2}[3\tau_r - \tau_n]bz$$



- Ako je $3\tau_r < \tau_n \leq 5\tau_r$ celokupnu silu prihvata armatura ($T_{bu}=0$)
- Slučaj $\tau_n > 5\tau_r$ nije dozvoljen! \Rightarrow povećavanje dimenzija preseka ili MB
- Dimenzionisanje pomoću koeficijenata sigurnosti koji važe za $3\% \leq \varepsilon_a \leq 10\%$

9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

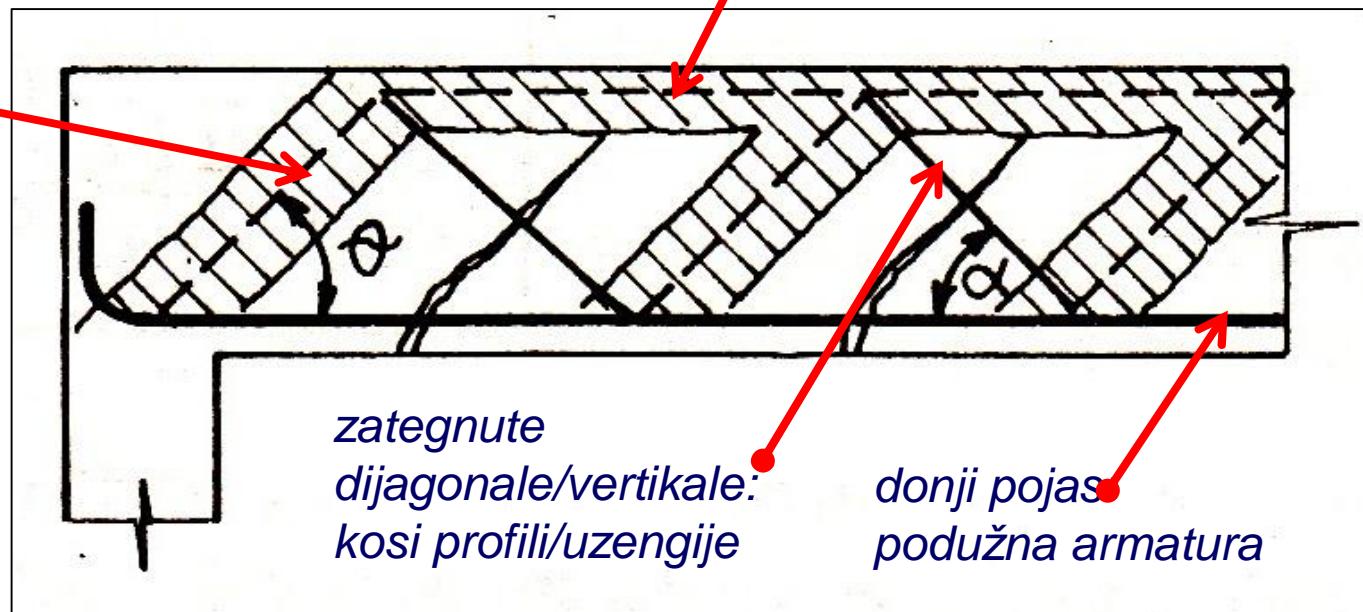
- Model rešetke:

pritisnute
dijagonale:
betonski štapovi

gornji pojas:
pritisnuti beton

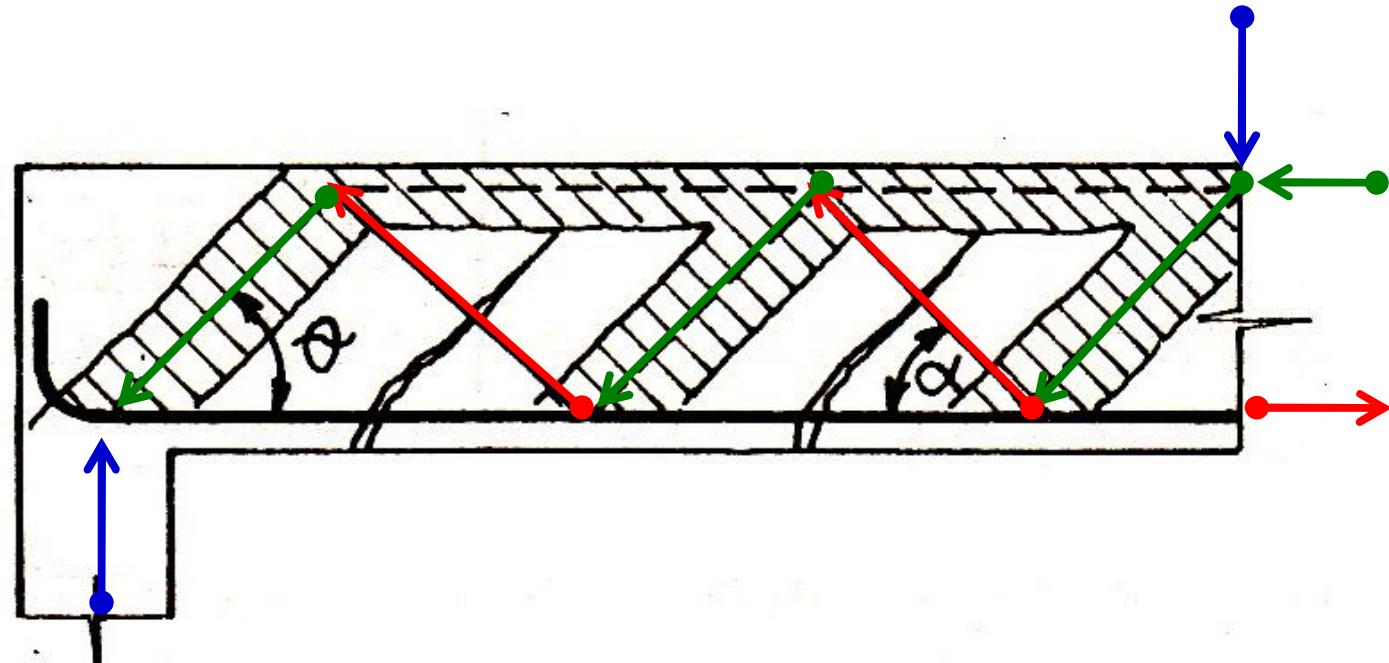
zategnute
dijagonale/vertikale:
kosi profili/uzengije

donji pojas
poduzna armatura

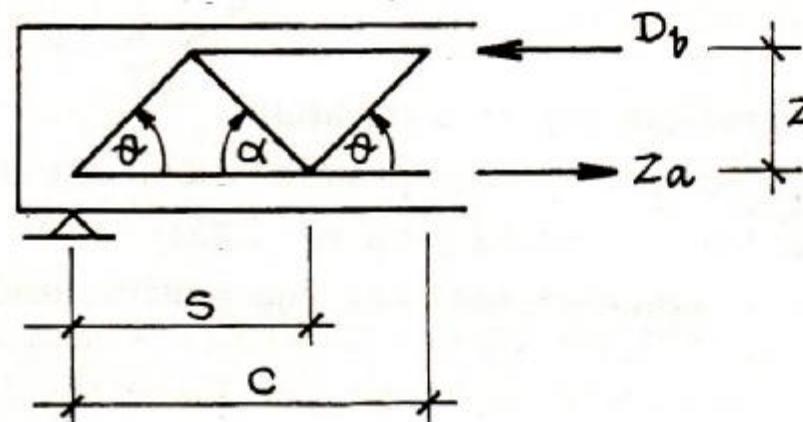


9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Model rešetke:
- Ritter i Mörsch



Sile u štapovima:
Uslovi ravnoteže!



$$s = z(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta)$$

$$c = z(\operatorname{ctg} \alpha + 2\operatorname{ctg} \theta)$$

9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Proračun armature:
- Sila zatezanja u kosoj (poprečnoj) armaturi, u blizini oslonca se određuje:

$$\sum V = 0: T_{Ru} = Z_{ku} \sin \alpha$$

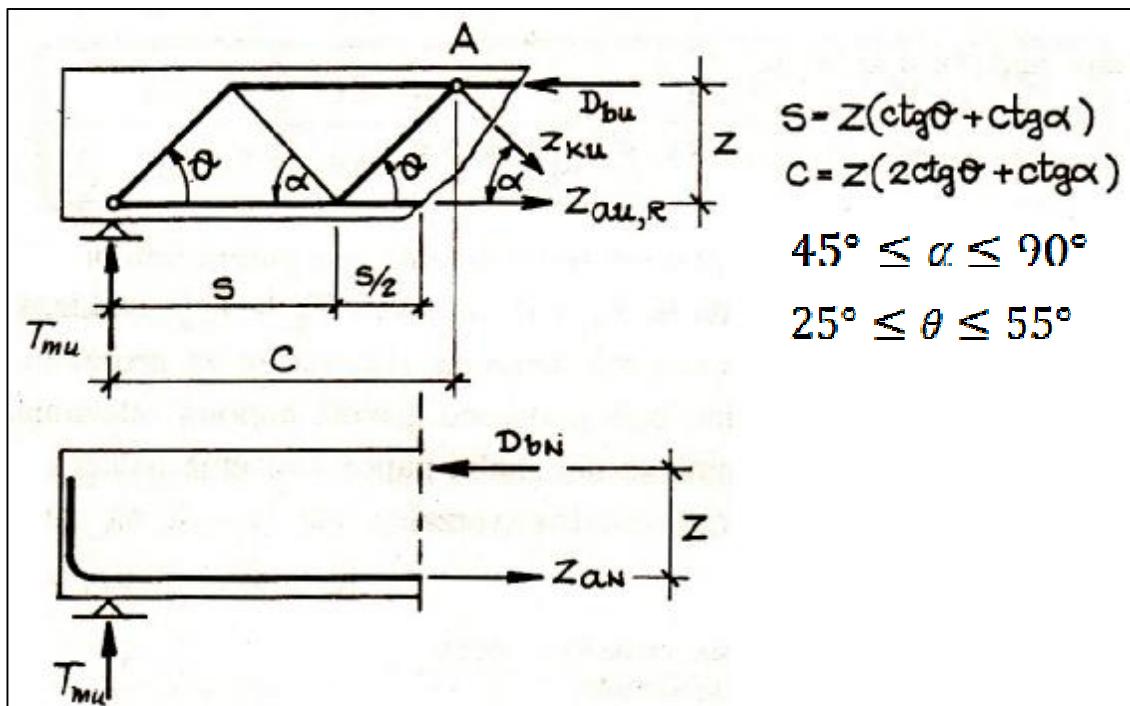
$$\Rightarrow Z_{ku} = \frac{T_{Ru}}{\sin \alpha} \quad /: s$$

- Sila u armaturi na jed. dužini:

$$\frac{Z_{ku}}{s} = \frac{T_{Ru}}{s \cdot \sin \alpha} = \frac{T_{Ru}}{z(\operatorname{ctg} \theta + \operatorname{ctg} \alpha) \sin \alpha}$$

- Horizontalna sila veze:

$$H_{vu} = \int_{x=0}^{x=\lambda} \tau_{Ru} b dx = \int_{x=0}^{x=\lambda} \frac{T_{Ru}}{z} dx; \quad (\tau_{Ru} = \frac{T_{Ru}}{bz})$$



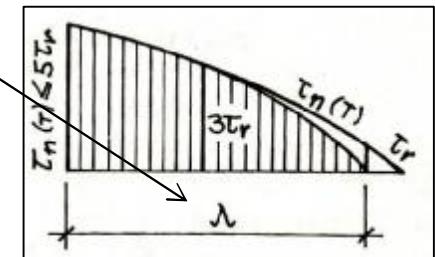
9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Proračun armature:

Integracija izraza $H_{vu} = \int_{x=0}^{x=\lambda} \frac{T_{Ru}}{z} dx$ na dužini osiguranja λ , uz zamenu $Z_{ku} = A_{ak}\sigma_v$

=> Ukupna površina kose armature:

$$A_{ak} = \frac{1}{\sigma_v(ctg\theta + ctg\alpha) \sin \alpha} \int_{x=0}^{x=\lambda} \tau_{Ru} b dx$$



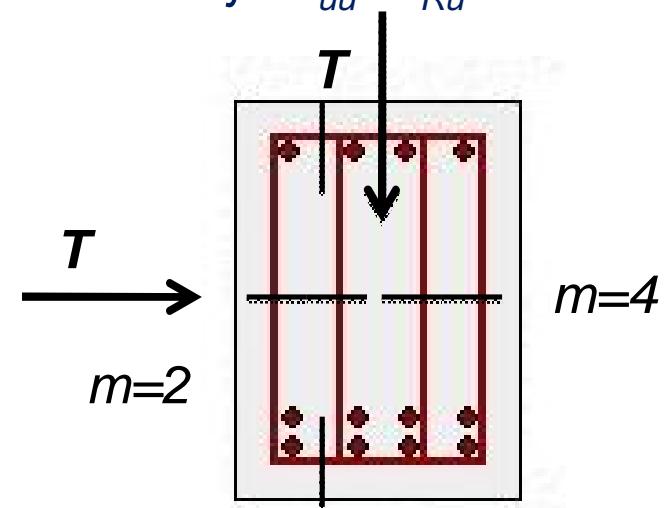
- Ako se osiguranje vrši samo vertikalnim uzengijama ($\alpha=90^\circ$) prema maksimalnom redukovanim smičućem naponu τ_{Ru} uslova da je $Z_{uu}=T_{Ru}$

$$m a_{au}^{(1)} \sigma_v \frac{s}{e_u} = T_{Ru} = \tau_{Ru} b z$$

$a_{au}^{(1)}$ - površina poprečnog preseka uzengija

e_u - rastojanje uzengija

m - "sečnost" uzengija



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Proračun armature:
- Pored poprečne potreba je i dodatna podužna zategnuta armatura, ΔA_a
- Sila u zategnutoj armaturi:
model rešetke \neq gredni model !
- Model rešetke (suma mom.savijanja oko tačke A):

$$Z_{au,R} = T_{mu} \frac{c}{z} = T_{mu} (2ctg\theta + ctg\alpha)$$

- Gredni model:

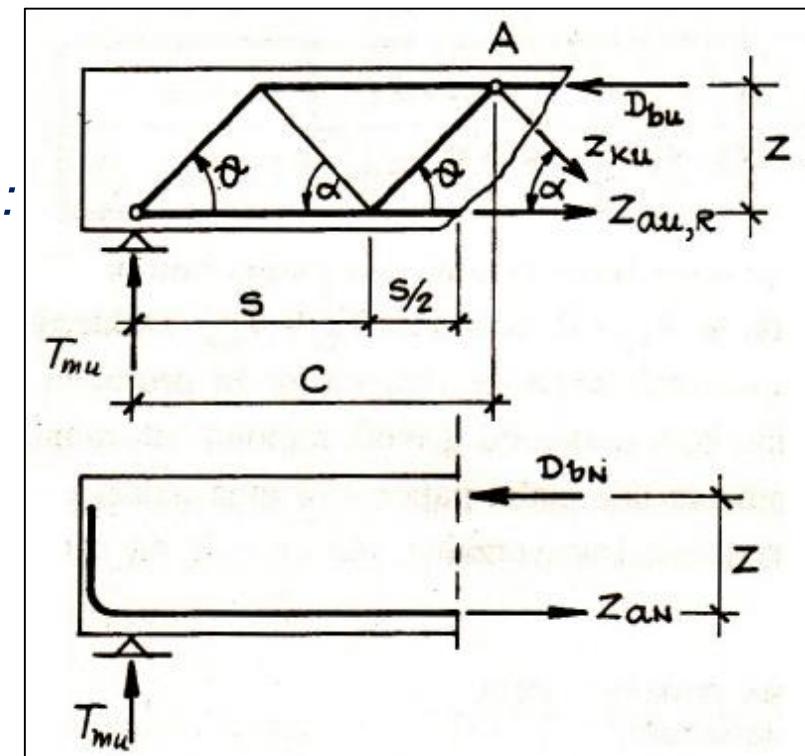
$$Z_{aN} = \frac{3}{2} s \frac{T_{mu}}{z} = \frac{3}{2} T_{mu} (ctg\theta + ctg\alpha)$$

- Razlika između dva modela:

$$\Delta Z_a = Z_{au,R} - Z_{aN} = \frac{T_{mu}}{2} (ctg\theta - ctg\alpha)$$

- Dodatna površina zategnute armature:

$$\Delta A_a = \frac{T_{mu}}{2\sigma_v} (ctg\theta - ctg\alpha)$$



9. Elementi opterećeni transverzalnim silama

- Proračun armature:
- Neophodno je obezbediti minimalni procenat armiranja na dužini osiguranja λ
 $\mu_{u,min} = 0.2\%$

- Minimalna površina preseka armature se određuje iz prethodnog uslova:

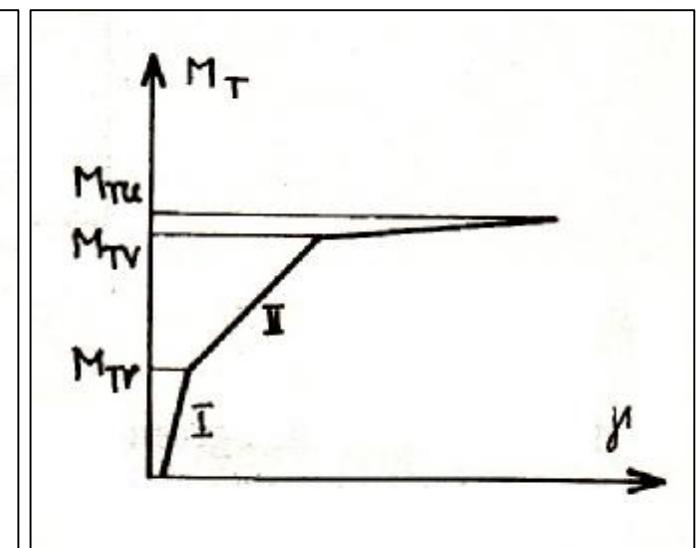
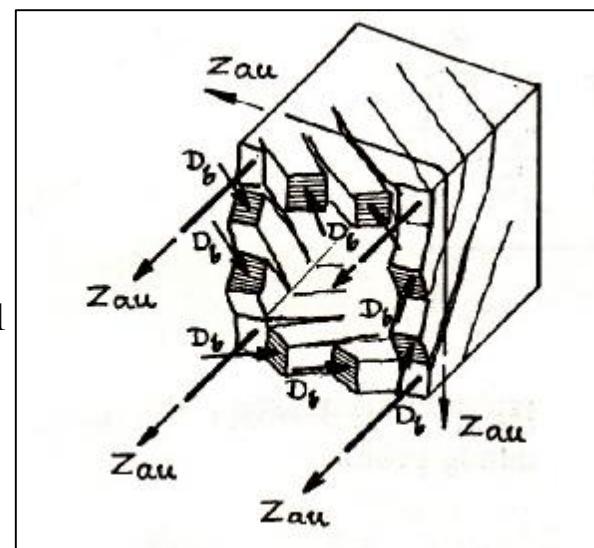
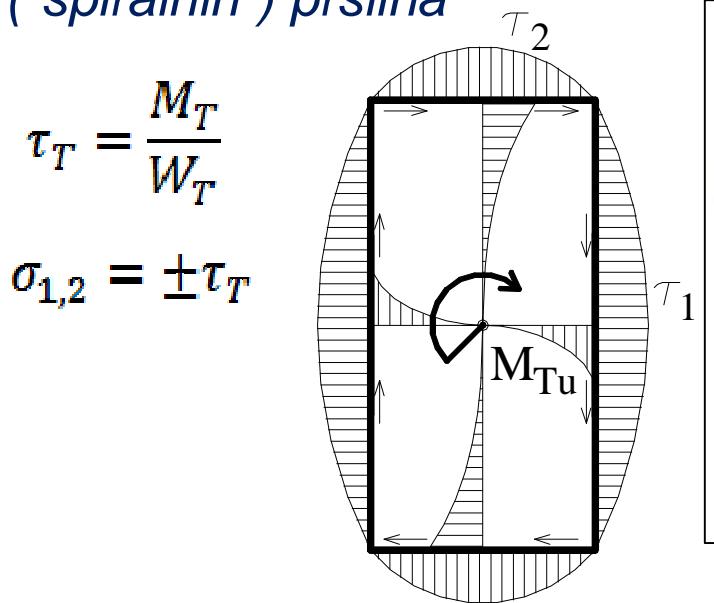
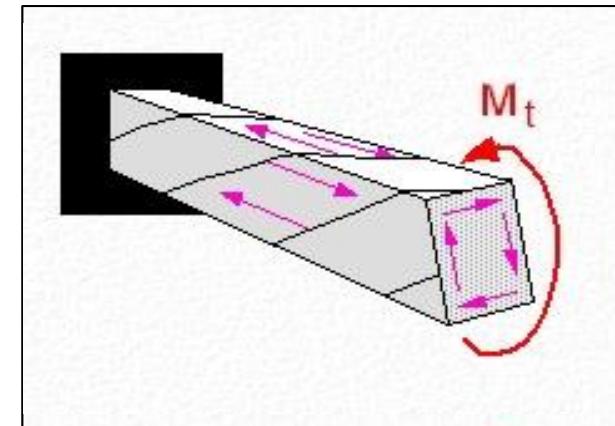
$$a_{au}^{(1)} \geq \mu_{u,min} \frac{be_u}{m}$$

- Maksimalno rastojanje uzengija:

$$e_{u,max} = \min \begin{cases} h/2 \\ b \\ 25 \text{ cm} \end{cases}$$

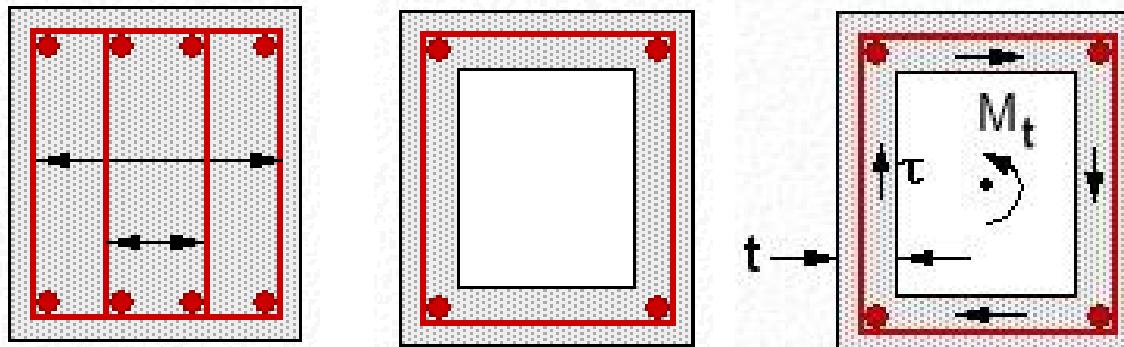
10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Torzija nastaje usled dejstva momenta M_t oko podužne ose nosača:
- Obrtanje koje nastaje usled torzija izaziva smičuće napone u nosaču (podužne i poprečne!)
- Smičući naponi izazivaju glavne napone zatezanja pod uglom od 45° u odnosu na podužnu osu
- Kada glavni naponi zatezanja prekorače čvrstoću betona pri zatezanju dolazi do pojave dijagonalnih ("spiralnih") prslina



10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Granična nosivost punih preseka neznatno veća od gr. nosivosti šupljih preseka:



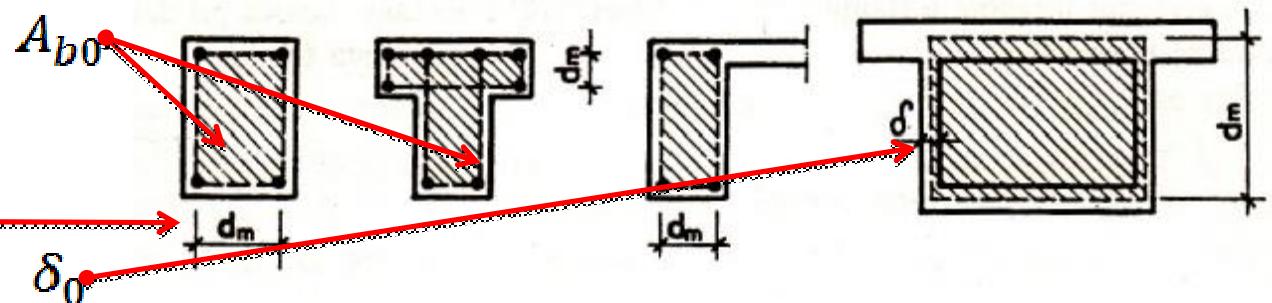
- U proračunu se pun presek aproksimira šupljim – sandučastim tankozidnim
- Uslov ravnoteže momenata torzije:

$$M_{Tu} - \oint_s \delta_0 \tau_{n(M_T)} r ds = 0$$

- Uz pretpostavku ravnomernog rasporeda napona po debljini iz Brendt-ove formule:

$$\tau_{n(M_T)} = \frac{M_{Tu}}{2A_{b0}\delta_0}$$

$$\delta_0 \leq \frac{d_m}{8}$$



10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Ako je $\tau_{n(M_T)} \leq \tau_r$ nije potrebna računska armatura za prihvatanje uticaja od uticaja momenata torzije!
- Ako je $\tau_r < \tau_{n(M_T)} \leq 3\tau_r$ potrebna je računska armatura u području gde je
- U ovom slučaju se deo momenta torzije može poveriti betonu!
 \Rightarrow redukcija M_{Tu} \Rightarrow redukovana računski moment torzije M_{Tbu}

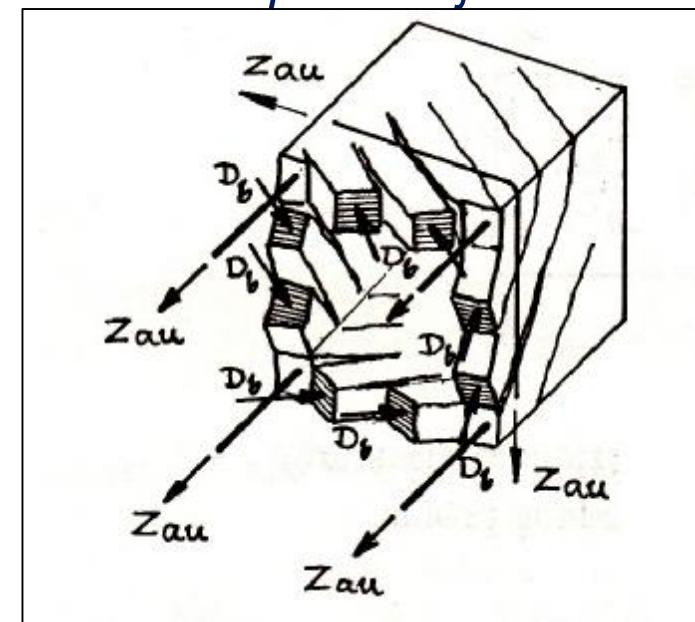
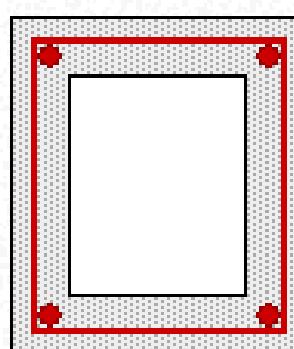
$$M_{Tbu} = \frac{1}{2} [3\tau_r - \tau_{n(M_T)}] 2A_{b0}\delta_0 = [3\tau_r - \tau_{n(M_T)}] A_{b0}\delta_0$$

- Ako je $3\tau_r < \tau_{n(M_T)} \leq 5\tau_r$ ne vrši se redukcija momenata torzije, sve uticaje prihvata armatura!
- Slučaj $\tau_{n(M_T)} > 5\tau_r$ nije dozvoljen!

10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Nakon pojave prslina, silu pritiska D_b u kosim štapovima rešetke prihvataju uzengije i podužna armatura!*
- Površina poprečne armature (uzengija):*

$$a_{au}^{(1)} = \frac{M_{TRu}}{2A_{b0}\sigma_v} e_u \operatorname{tg}\theta$$



- Površina ukupne podužne armature:*

$$A_{ap} = \frac{M_{Tu}}{2A_{b0}\sigma_v} O_{bo} c \operatorname{tg}\theta$$

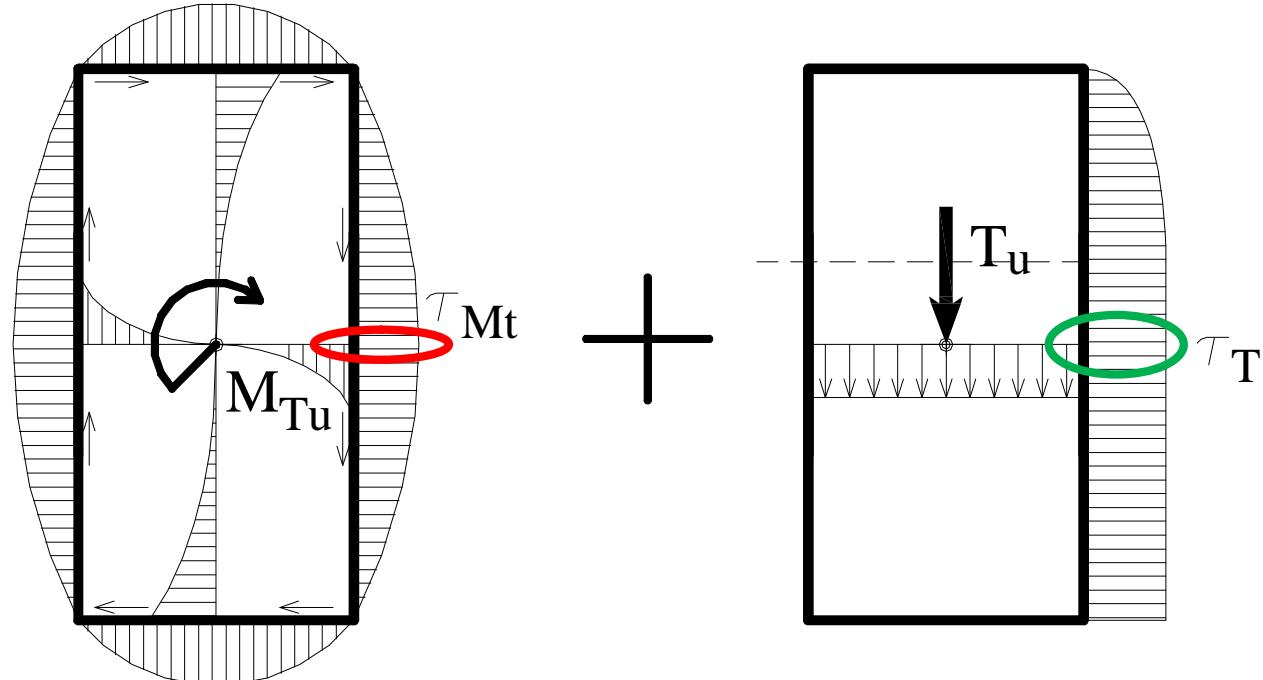
- O_{bo} – obim srednje linije ekvivalentnog tankozidnog preseka
- Ugao θ je nagib pritisnutih dijagonala (bira se, 25° - 55°)
- U slučaju kada je $\tau_{n(M_T)} > \tau_r$ mora se ispoštovati minimalna površina uzengija!*

$$a_{au}^{(1)} = \frac{\tau_r \delta_0}{2\sigma_v} e_u$$

10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Simultano dejstvo transverzalnih sila i momenata torzije:

$$\Rightarrow \text{superpozicija nominalnih napona} \quad \tau_n = \tau_{n(T)} + \tau_{n(M_T)}$$



10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Kada je $\tau_r < \tau_n \leq 3\tau_r$ redukcija transverzalnih sila i momenata torzije:

$$T_{bu} = \frac{1}{2} \frac{\tau_{n(T)}}{\tau_n} [3\tau_r - \tau_n] bz \quad \Rightarrow \quad T_{Ru} = T_{mu} - T_{bu}$$

$$M_{Tbu} = \frac{\tau_{n(M_T)}}{\tau_n} [3\tau_r - \tau_{n(M_T)}] A_{b0} \delta_0 \quad \Rightarrow \quad M_{TRu} = M_{Tu} - M_{Tbu}$$

- Sa τ_r se poredi ukupni smičući napon $\tau_n = \tau_{n(T)} + \tau_{n(M_T)}$, a ne komponente $\tau_{n(T)}$ i $\tau_{n(M_T)}$!

10. Elementi opterećeni momentima torzije

- Simultano dejstvo momenata savijanja i momenata torzije:
=> neophodna je kontrola glavnog napona pritiska u pritisnutoj zoni preseka!
- Glavni napon pritiska:

$$\tau_{n(M_T)} = \frac{M_{Tu}}{2A_{b0}\delta_0} \quad \sigma_{xu} = \frac{M_u}{zb\delta_0} \quad z \approx d - a - \frac{\delta_0}{2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{xu}}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_{xu}^2}{4} + \tau_{n(M_T)}^2} \leq 0.6f_{bk}$$

- Međusobni razmak šipki uzengija i poduzne armature se ograničava na:

$$e_{u,max} = \min \left\{ \frac{25 \text{ cm}}{d_m} \right\}$$