

Krstasto armirane ploče

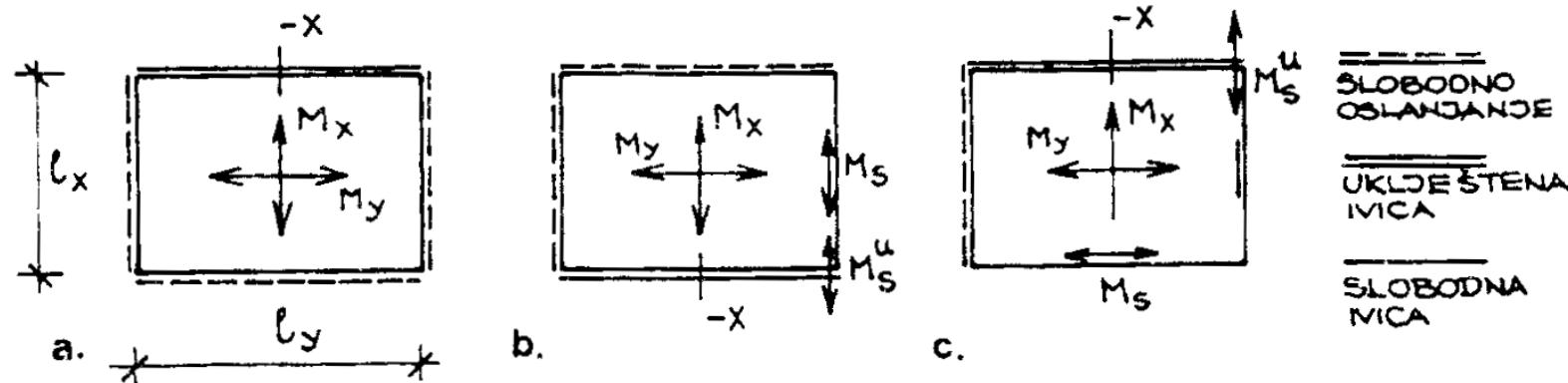
Ravni površinski nosači, linijski oslonjeni na grede ili zidove

Odnos raspona zadovoljava uslov $l_y/l_x \leq 2.0$ (2.5)

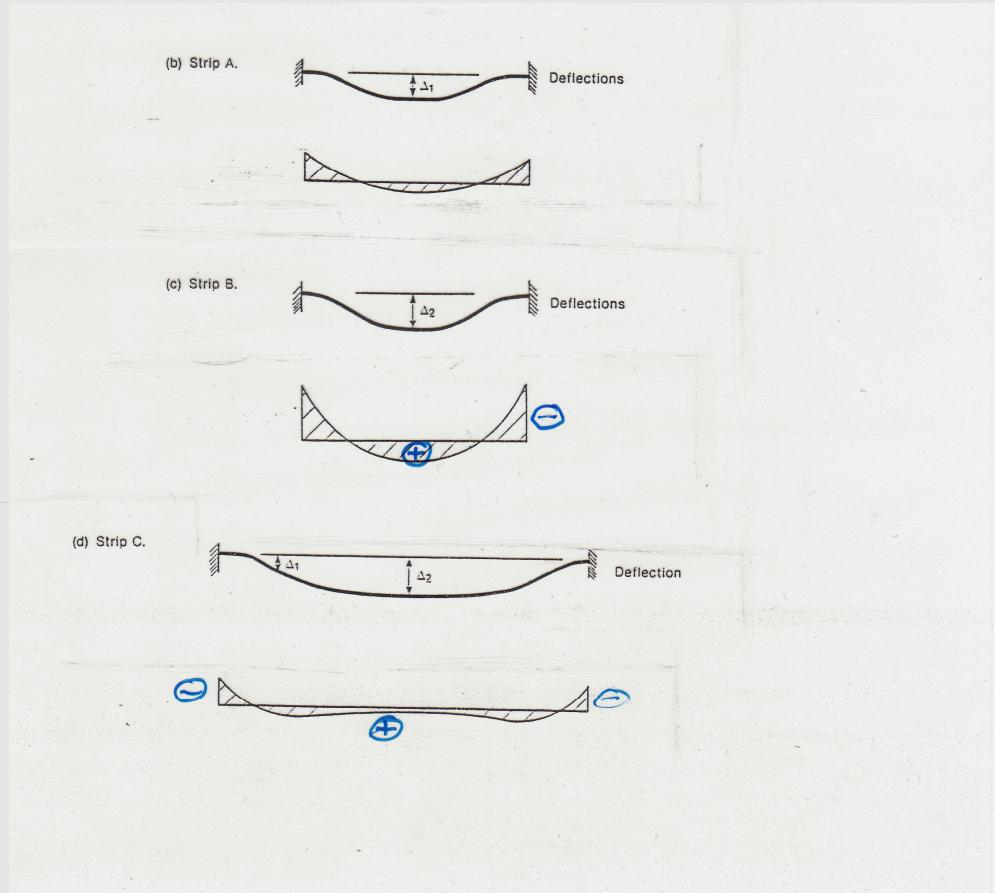
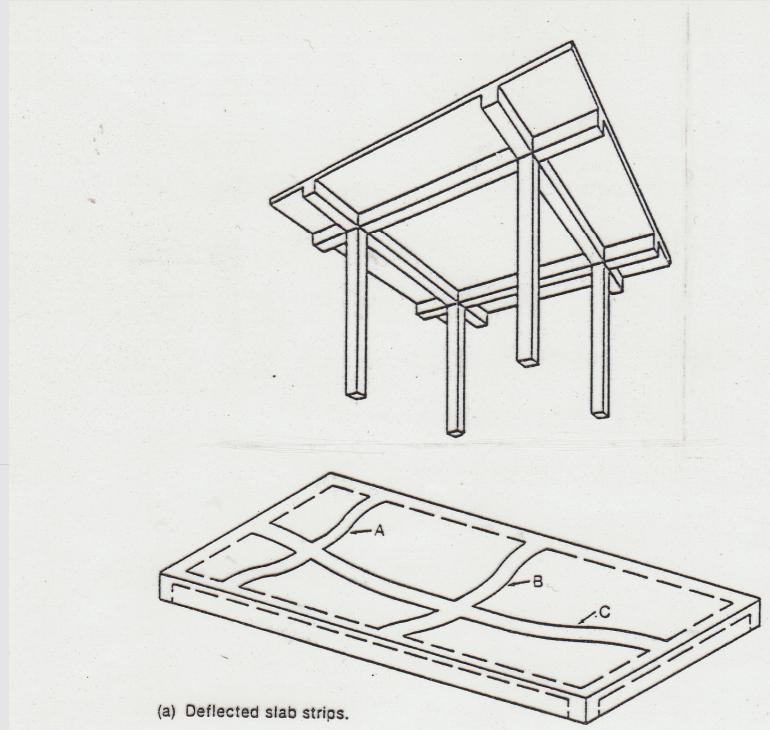
Debljina ploče je mala u odnosu na druge dve dimenzije, pa se za proračun može primeniti teorija elastičnosti.

Opterećenje koje deluje upravno na srednju ravan ploče, izaziva momente savijanja M_x i M_y kao i torzionalne momente M_{xy} .

Ploče mogu biti oslonjene na sve četiri strane, sa jednom ili dve slobodne ivice.



Često se koriste kao međuspratne konstrukcije stovarišta i magacina kada su u pitanju veća opterećenja.

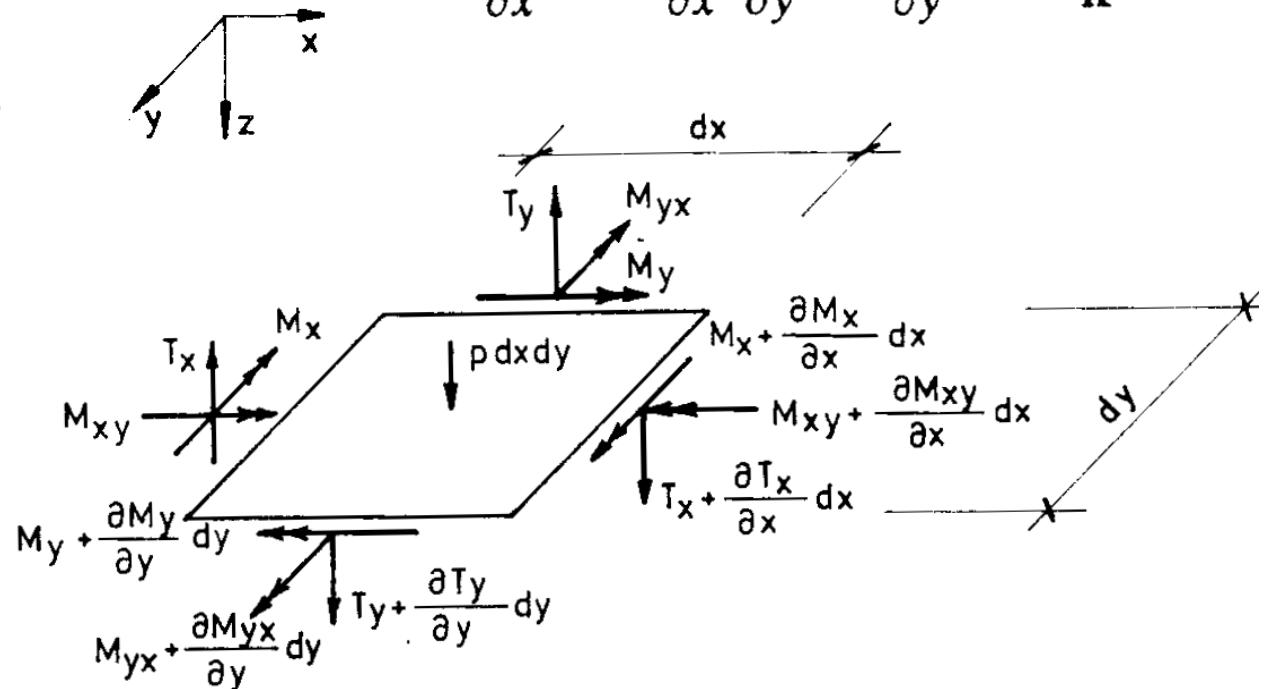


Prepostavke za proračun

- ugibi w srednje ravni ploče su mali u odnosu na debljinu ploče,
- tačke koje leže na normali na srednju površinu i posle deformacije ostaju na pravoj koja je upravna na deformisano srednju površinu,
- vlakna u srednjoj ravni ploče pri deformacijama ne menjaju svoju dužinu.

Postavljanjem uslova ravnoteže za elementarni isečak ploče i koristeći veze između deformacija i presečnih sila, dobija se linearne nehomogene parcijalne diferencijalne jednačine četvrtog stepena koja definiše elastičnu površ ploče pod datim opterećenjem p :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x,y)}{K}$$

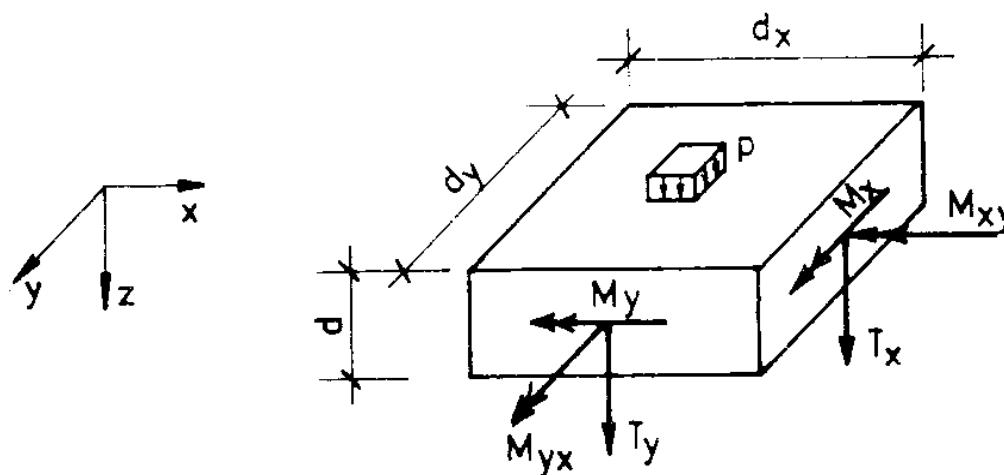


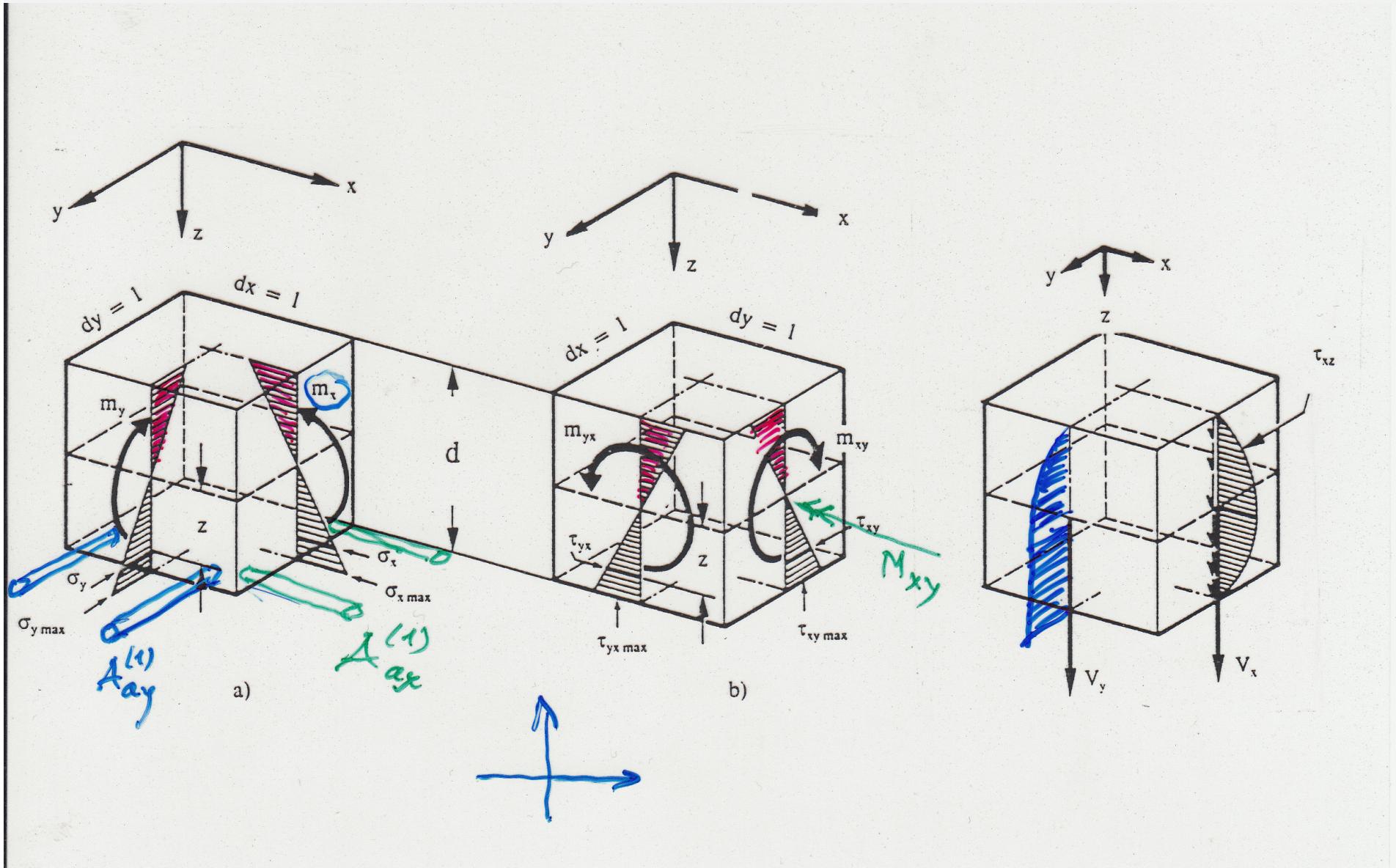
Rešavanjem diferencijalne jednačine, uz zadate konturne uslove, dobija se funkcija elastične površine ploče $w(x,y)$ i kada je ona poznata, mogu se sračunati sve presečne sile u ploči:

$$M_x = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = -K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad K = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$M_{xy} = -(1-\nu)K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

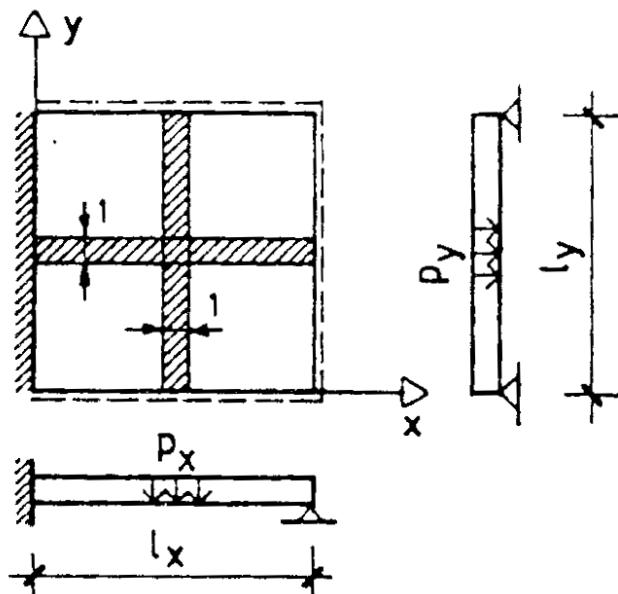




Približni proračuni

Markusova metoda zamenjujućih traka

Uticaji u krstasto armiranim pločama mogu se na **pribižan** način sračunati koristeći sledeći postupak: iz ploče opterećene površinskim opt. $q = p_x + p_y$ se izdvajaju dve srednje trake iz dva ortogonalna pravca, širine 1 m; koristeći činjenicu da obe trake na mestu ukrštanja moraju da imaju isti ugib ($w_x = w_y$) i da su momenti inercije obe trake isti ($I_x = I_y$), prvo se sračunaju pripadajuća opterećenja (p_x, p_y) za svaku traku, a zatim se sa tako određenim opterećenjima računaju momenti savijanja u x i y pravcu (M_x, M_y), kao za linijski nosač.



$$w_x = \alpha_x \frac{p_x l_x^4}{EI_x} \quad ; \quad w_y = \alpha_y \frac{p_y l_y^4}{EI_y}$$

$$M_x = \frac{p_x l_x^2}{\beta_x} \quad ; \quad M_y = \frac{p_y l_y^2}{\beta_y}$$

$$M_{xy} = 0$$

Proračun korišćenjem tablica

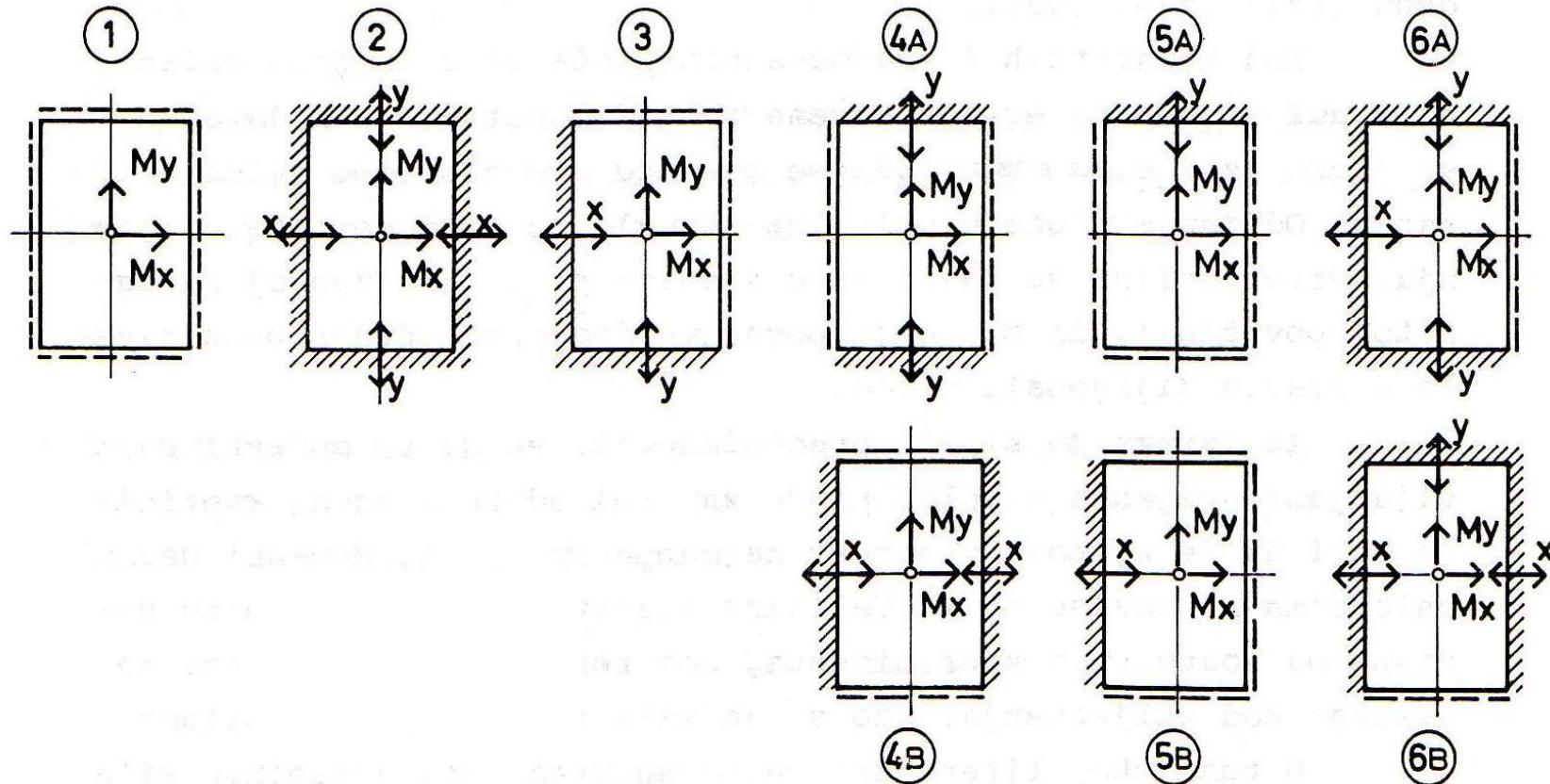
Proračun pogodan za praktičnu inženjersku primenu.

U slučaju jednakog podeljenog opterećenja q , koje deluje upravno na srednju ravan ploče, ukupno opterećenje ploče određujemo kao $P = q l_x l_y$. Za definisane uslove oslanjanja bira se tip ploče i za odnos raspona l_y/l_x određuju se koeficijenti k_i , pomoći kojih se računavaju momenti u polju i nad osloncem; ovi uticaji dati su na jedan metar širine ploče:

$$M_i = k_i P \quad [kNm/m]$$

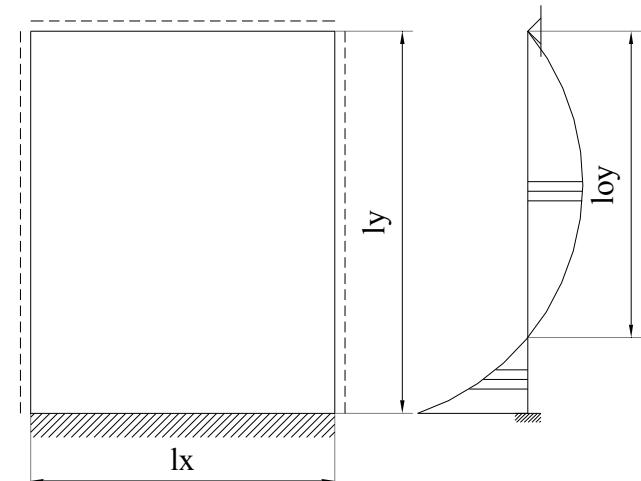
Tabulisane su vrednosti koeficijenata za karakteristične uticaje (polje, oslonac) za različite odnose raspona i načine oslanjanja.

Pojedinačne ploče – tablični slučajevi

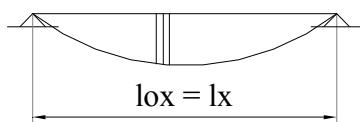


	$\frac{l_y}{l_x}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	P	q	$l_x l_y$	(kN)	M	$k_i P$	(kNm/m)
		Mx My	0,044 0,044	0,047 0,041	0,049 0,038	0,051 0,034	0,052 0,032	0,052 0,029	0,053 0,026	0,052 0,024	0,052 0,022	0,051 0,020	0,050 0,019						
	Mx My -X -Y	0,021 0,021	0,023 0,019	0,023 0,017	0,024 0,015	0,020 0,013	0,020 0,011	0,023 0,010	0,022 0,008	0,022 0,007	0,022 0,006	0,021 0,006	0,021 0,006						
	Mx My -X -Y	0,052 0,028	0,054 0,025	0,053 0,023	0,053 0,021	0,052 0,019	0,051 0,017	0,049 0,014	0,048 0,014	0,046 0,014	0,044 0,012	0,042 0,011	0,042 0,010						
	Mx My -X -Y	0,052 0,028	0,049 0,025	0,047 0,023	0,044 0,021	0,041 0,019	0,038 0,017	0,036 0,014	0,034 0,014	0,032 0,013	0,030 0,012	0,029 0,010							
	Mx My -X -Y	0,028 0,032	0,030 0,032	0,032 0,031	0,032 0,030	0,032 0,029	0,032 0,027	0,032 0,026	0,031 0,024	0,031 0,023	0,030 0,021	0,029 0,020							
	Mx My -X -Y	0,022 0,032	0,026 0,032	0,028 0,031	0,032 0,030	0,035 0,029	0,037 0,027	0,039 0,026	0,040 0,024	0,041 0,024	0,042 0,023	0,043 0,021							
	Mx My -X -Y	0,032 0,022	0,031 0,018	0,030 0,015	0,029 0,013	0,029 0,011	0,028 0,009	0,026 0,008	0,024 0,007	0,023 0,006	0,022 0,005	0,021 0,005	0,021 0,005						
	Mx My -X -Y	0,070 0,068	0,067 0,068	0,064 0,066	0,061 0,062	0,058 0,059	0,055 0,051	0,052 0,049	0,050 0,046	0,048 0,043	0,047 0,041	0,044 0,040							
	Mx My -X -Y	0,032 0,022	0,031 0,018	0,030 0,015	0,029 0,013	0,028 0,011	0,027 0,009	0,026 0,008	0,024 0,007	0,023 0,006	0,022 0,005	0,021 0,005	0,021 0,005						
	Mx My -X -Y	0,031 0,037	0,035 0,036	0,038 0,034	0,041 0,032	0,043 0,030	0,044 0,028	0,045 0,026	0,046 0,024	0,046 0,022	0,046 0,021	0,046 0,019							
	Mx My -X -Y	0,037 0,031	0,036 0,027	0,034 0,023	0,032 0,021	0,030 0,018	0,028 0,016	0,026 0,014	0,024 0,012	0,022 0,011	0,022 0,010	0,021 0,009							
	Mx My -X -Y	0,084 0,084	0,084 0,084	0,083 0,082	0,080 0,079	0,078 0,077	0,075 0,074	0,072 0,071	0,069 0,069	0,066 0,066	0,066 0,063	0,064 0,061							
	Mx My -X -Y	0,037 0,031	0,037 0,027	0,038 0,023	0,037 0,021	0,037 0,018	0,035 0,016	0,034 0,014	0,033 0,012	0,032 0,011	0,031 0,010	0,030 0,009							
	Mx My -X -Y	0,021 0,026	0,024 0,025	0,026 0,023	0,028 0,022	0,029 0,019	0,029 0,017	0,029 0,016	0,029 0,014	0,028 0,012	0,028 0,011	0,028 0,011							
	Mx My -X -Y	0,055 0,055	0,059 0,059	0,062 0,063	0,063 0,064	0,064 0,063	0,063 0,062	0,062 0,061	0,061 0,059	0,059 0,058	0,058 0,057	0,057 0,056							
	Mx My -X -Y	0,060 0,055	0,059 0,059	0,058 0,058	0,055 0,055	0,053 0,053	0,051 0,048	0,048 0,046	0,046 0,043	0,043 0,041	0,042 0,039	0,041 0,039							
	Mx My -X -Y	0,026 0,021	0,026 0,013	0,027 0,016	0,027 0,014	0,026 0,012	0,025 0,010	0,024 0,009	0,024 0,008	0,022 0,007	0,022 0,006	0,022 0,006							
	Mx My -X -Y	0,060 0,055	0,060 0,055	0,059 0,057	0,057 0,055	0,055 0,053	0,050 0,048	0,048 0,046	0,046 0,044	0,046 0,042	0,046 0,042	0,044 0,042							
	Mx My -X -Y	0,055 0,055	0,052 0,048	0,058 0,044	0,044 0,041	0,041 0,038	0,036 0,034	0,034 0,032	0,034 0,032	0,032 0,030	0,032 0,029	0,030 0,029							

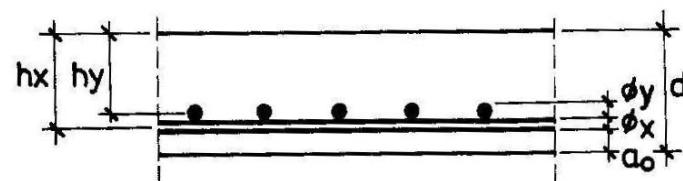
Dimenzionisanje i armiranje krstastih ploča



$$min d_p = \min I_0 / 35; \quad \min I_0 = \min(I_{0x}, I_{0y})$$



Poprečni presek dimenzija $b/d = 100/d_p$



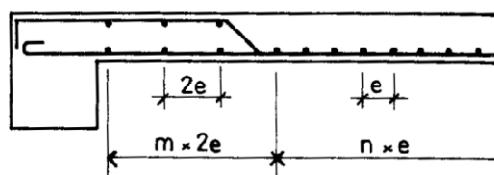
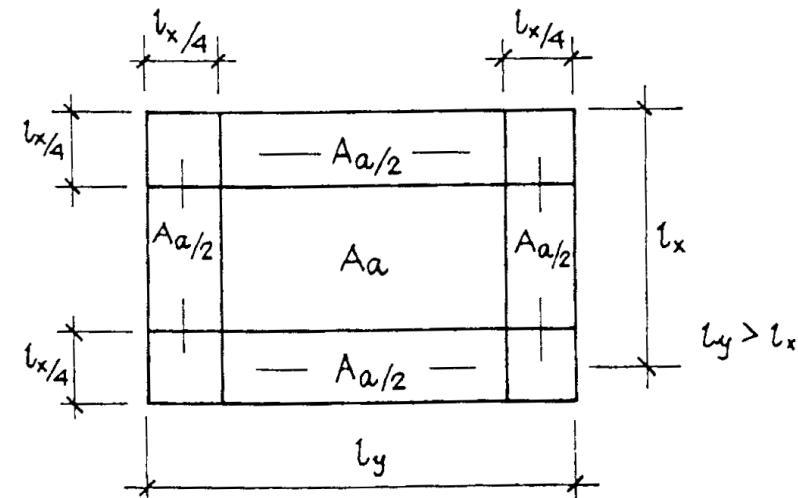
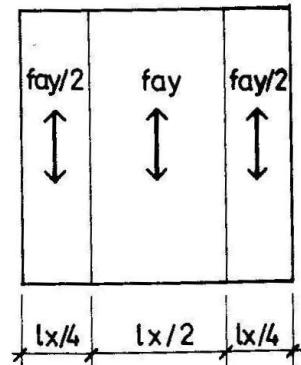
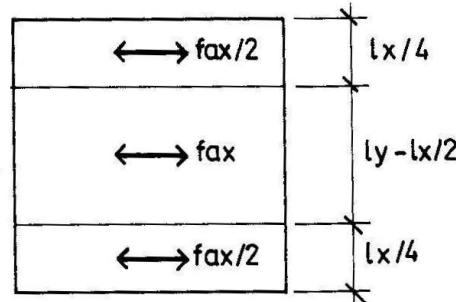
$$h_x = d - a_o - \phi_x / 2$$

$$h_y = d - a_o - \phi_x - \phi_y / 2$$

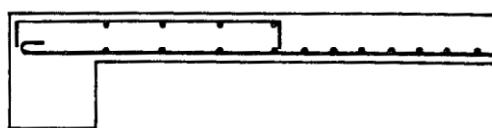
$$M_x > M_y$$

Gornja zona kao kod ploče u jednom pravcu, A_a i A_{ap}

Raspored armature



Generalno važe pravila kao za ploče u jednom pravcu



Za armiranje donje zone Q mreže, za gornju R

Maksimalni razmaci šipki, minimalna armatura

a. glavna armatura:

- jednakopodeljeno opterećenje:

$$e_a \leq \begin{cases} 2 d_p \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

- koncentrisano opterećenje:

$$e_a \leq \begin{cases} 1.5 d_p \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

b. podeona armatura:

- jednakopodeljeno opterećenje:

$$e_{ap} \leq \begin{cases} 4 d_p \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

- koncentrisano opterećenje:

$$e_{ap} \leq \begin{cases} 3 d_p \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

	μ_{\min}	$\mu_{p,\min}$
GA 240/360	0.15%	0.10%
RA 400/500	0.10%	0.085%
MA 500/560	0.075%	0.075%

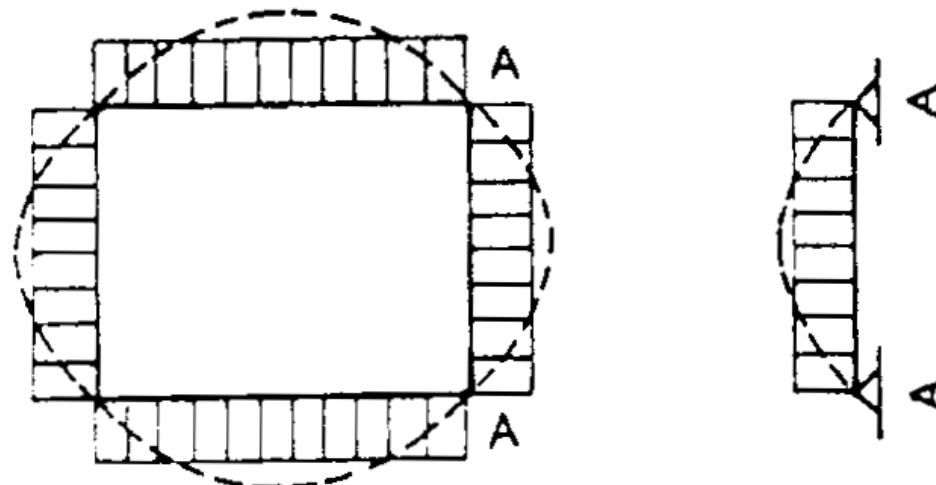
Proračun reakcija krstastih ploča

Raspodela reakcija je približno parabolična.

Za proračun se usvaja ravnomerno raspodeljena reakcija, eventualno linearno promenljiv trougaon raspored.

Proračun korišćenjem tablica:

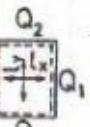
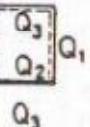
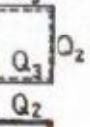
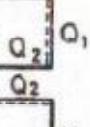
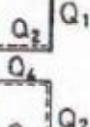
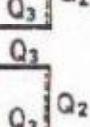
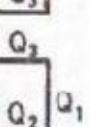
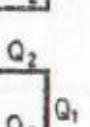
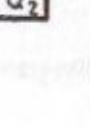
$$\text{ukupna reakcija } Q_i = r_i P \quad (P = ql_x l_y)$$



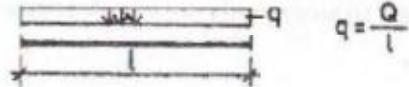
Koeficijenti r_j za određivanje rezultante reakcije oslonca krasasto armirane ploče, oslonjene na sve četiri strane, opterećenih jednakom podjeljenim opterećenjem q (kN/m^2)

$$P = q l_x l_y \quad (\text{kN})$$

$$Q = r_j P \quad (\text{kN})$$

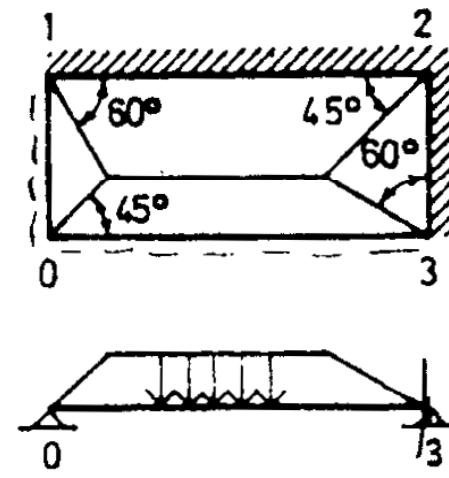
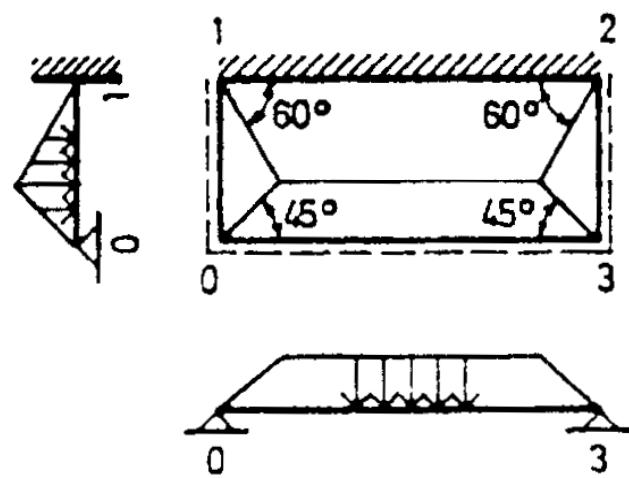
		$l_y : l_x$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
	Q_1	Q_1	0,250	0,260	0,272	0,280	0,288	0,296	0,304	0,310	0,316	0,322	0,327
	Q_2	Q_2	0,250	0,240	0,228	0,220	0,212	0,204	0,196	0,190	0,184	0,178	0,173
	Q_1	Q_1	0,220	0,232	0,244	0,254	0,264	0,273	0,281	0,290	0,296	0,302	0,308
	Q_2	Q_2	0,330	0,313	0,298	0,285	0,272	0,262	0,251	0,242	0,234	0,227	0,220
	Q_3	Q_3	0,230	0,223	0,214	0,207	0,200	0,192	0,187	0,178	0,174	0,169	0,164
	Q_1	Q_2	0,330	0,346	0,362	0,376	0,387	0,399	0,410	0,418	0,426	0,434	0,442
	Q_2	Q_3	0,230	0,240	0,246	0,252	0,257	0,261	0,264	0,270	0,274	0,276	0,278
	Q_3	Q_1	0,220	0,207	0,196	0,186	0,178	0,170	0,163	0,156	0,150	0,145	0,140
	Q_1	Q_2	0,198	0,211	0,223	0,234	0,244	0,254	0,262	0,270	0,278	0,285	0,292
	Q_2	Q_1	0,302	0,289	0,277	0,266	0,256	0,246	0,238	0,230	0,222	0,215	0,208
	Q_1	Q_2	0,302	0,315	0,326	0,334	0,342	0,350	0,356	0,361	0,367	0,372	0,377
	Q_2	Q_1	0,198	0,185	0,174	0,165	0,158	0,150	0,144	0,139	0,133	0,128	0,123
	Q_1	Q_2	0,292	0,313	0,331	0,346	0,360	0,370	0,380	0,390	0,400	0,410	0,419
	Q_2	Q_3	0,208	0,217	0,226	0,233	0,241	0,247	0,252	0,256	0,260	0,263	0,266
	Q_3	Q_1	0,292	0,274	0,257	0,244	0,230	0,221	0,212	0,204	0,196	0,189	0,182
	Q_1	Q_2	0,208	0,196	0,186	0,177	0,169	0,162	0,156	0,150	0,144	0,138	0,133
	Q_2	Q_3	0,262	0,282	0,300	0,316	0,329	0,344	0,354	0,365	0,376	0,386	0,394
	Q_3	Q_1	0,190	0,200	0,210	0,218	0,227	0,234	0,240	0,245	0,250	0,254	0,258
	Q_1	Q_2	0,274	0,259	0,245	0,233	0,222	0,211	0,203	0,195	0,187	0,180	0,174
	Q_2	Q_1	0,190	0,182	0,174	0,165	0,158	0,152	0,146	0,141	0,135	0,131	0,126
	Q_3	Q_1	0,262	0,248	0,232	0,217	0,206	0,196	0,186	0,177	0,170	0,163	0,158
	Q_1	Q_2	0,250	0,266	0,279	0,291	0,302	0,312	0,320	0,327	0,333	0,339	0,345
	Q_2	Q_1	0,250	0,234	0,221	0,209	0,198	0,188	0,180	0,173	0,167	0,161	0,155

Približno opterećenje
oslončake grede

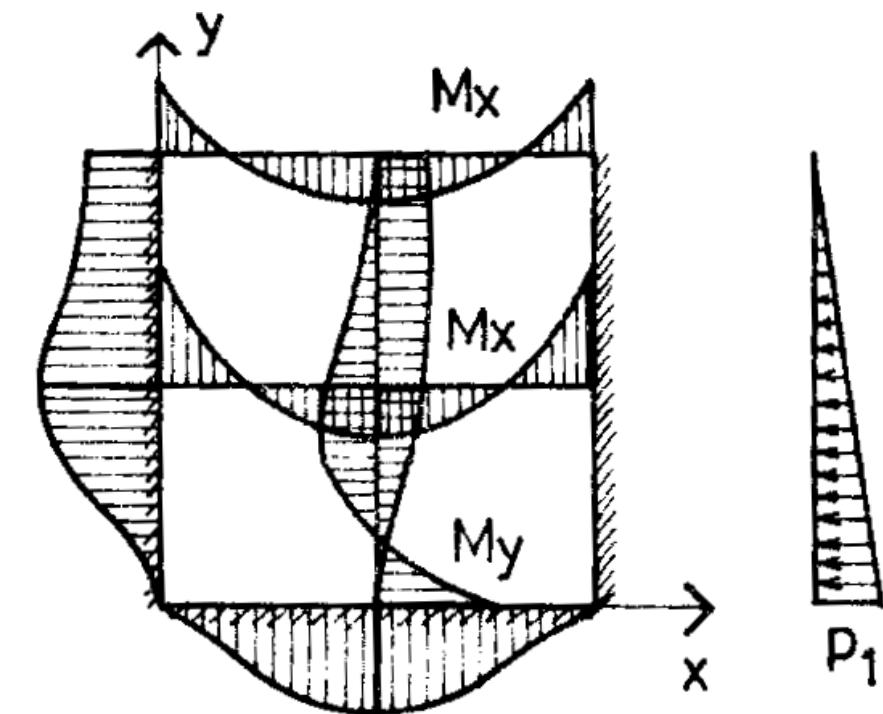
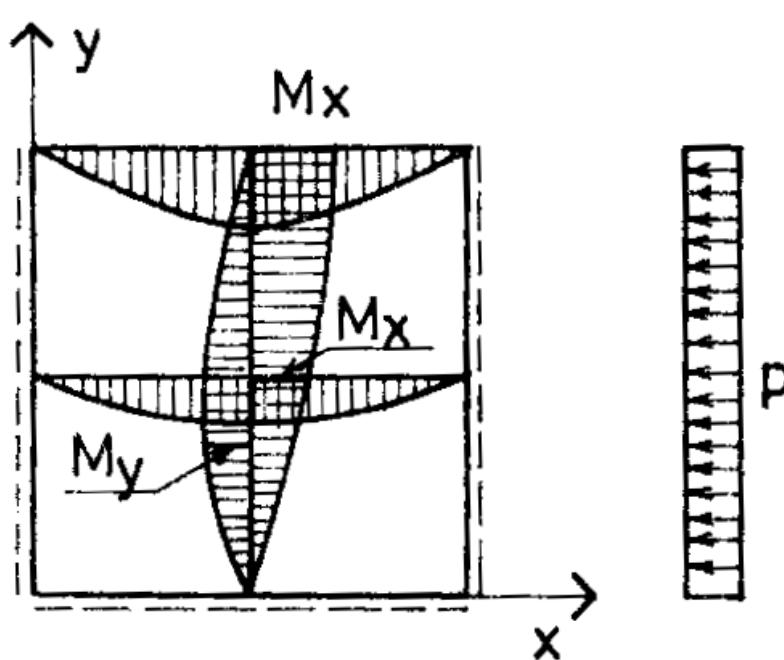


$$q = \frac{Q}{l}$$

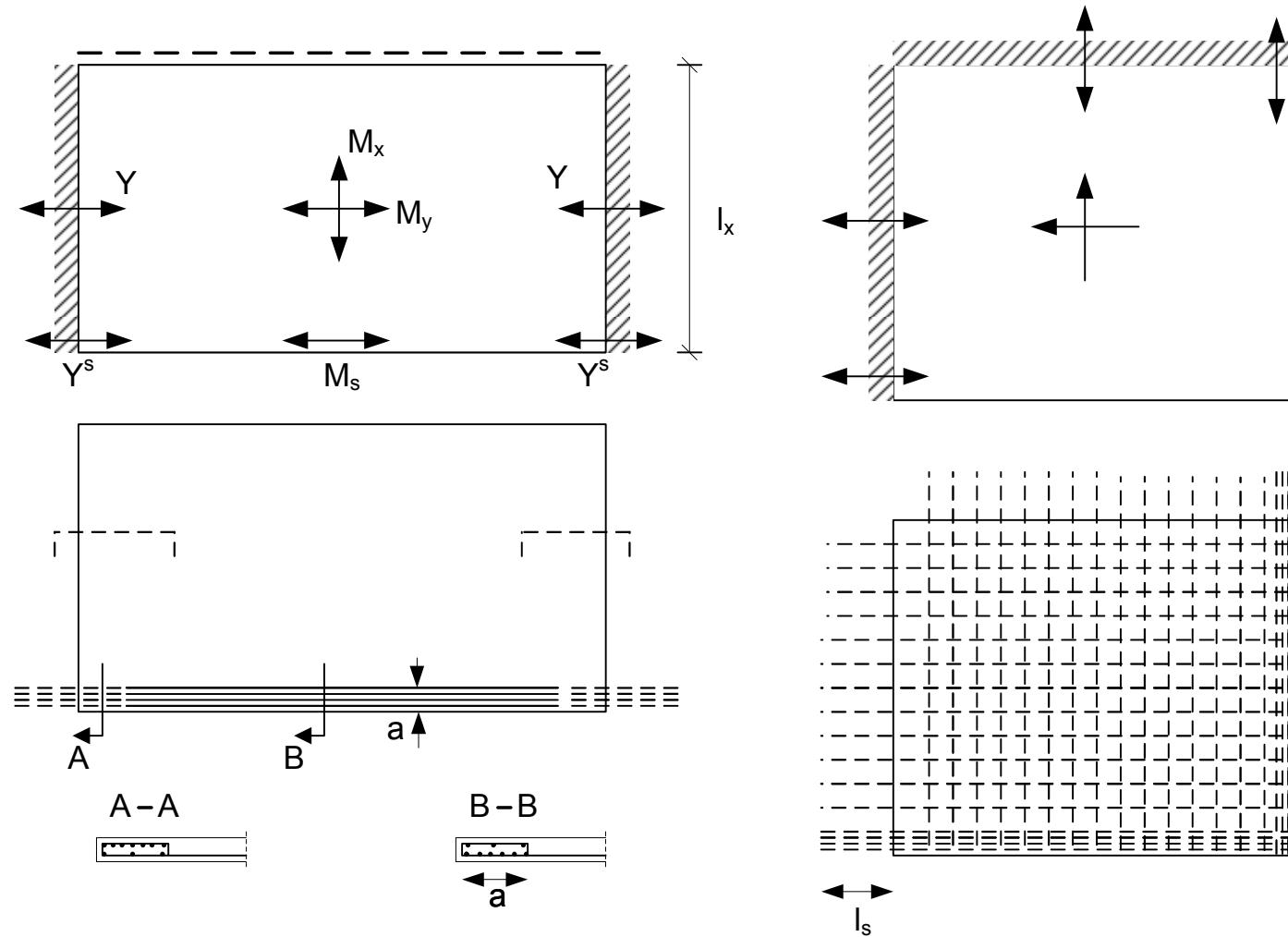
U nedostatku tablica, reakcije ploča se mogu dovoljno tačno odrediti prema pripadajućim površinama.



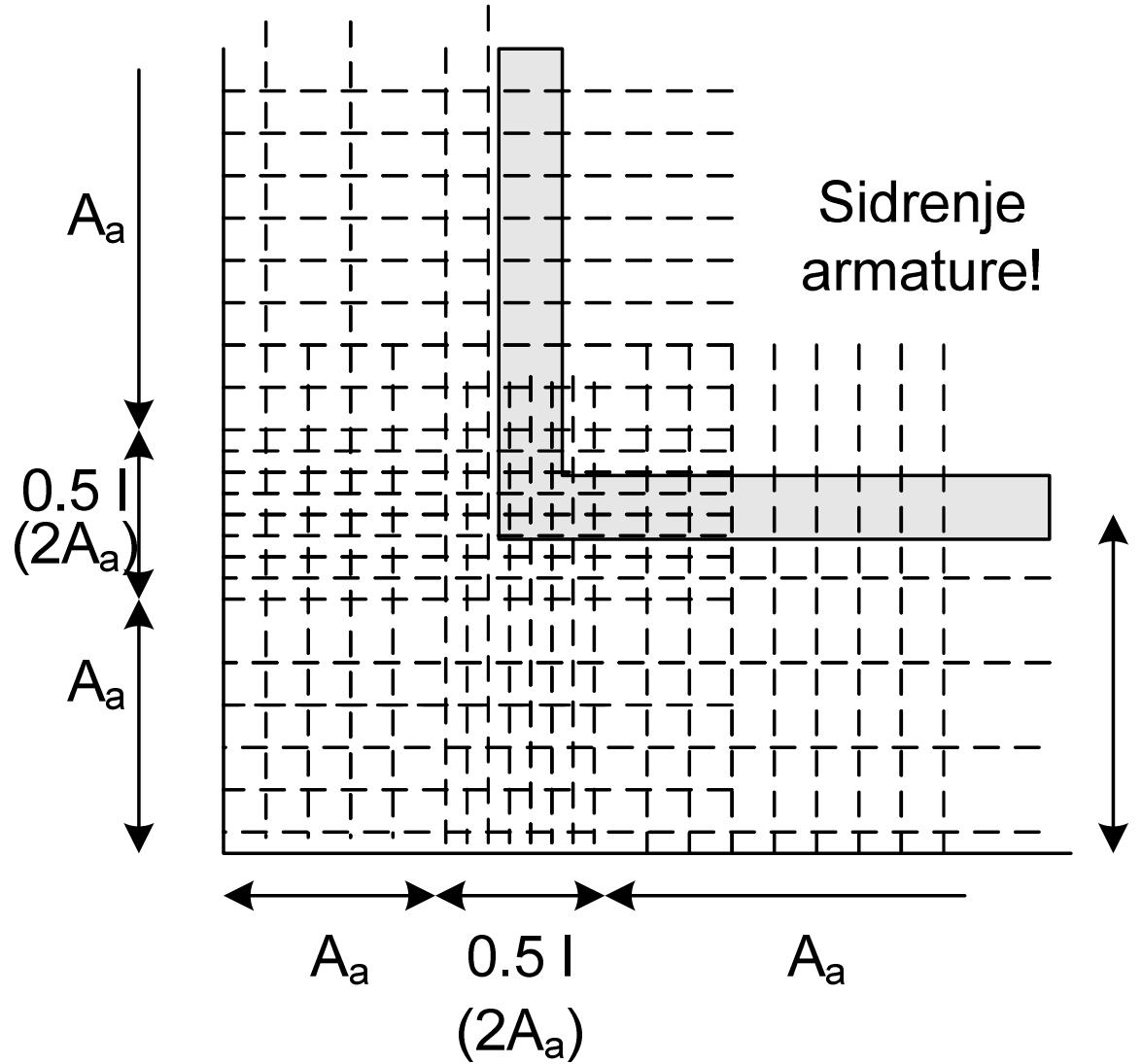
Ploče sa slobodnim ivicama



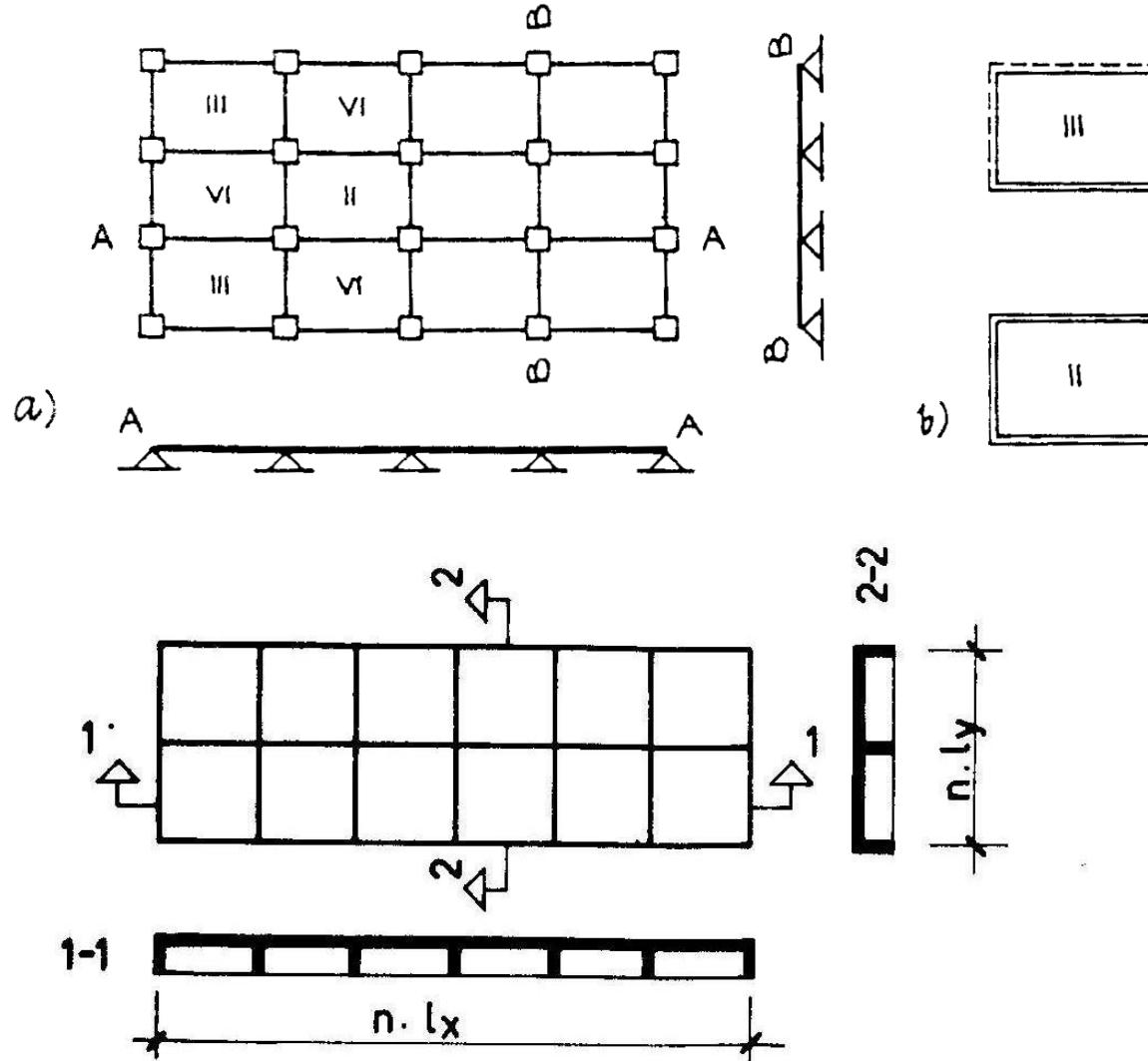
Ploče sa slobodnim ivicama - balkonske ploče



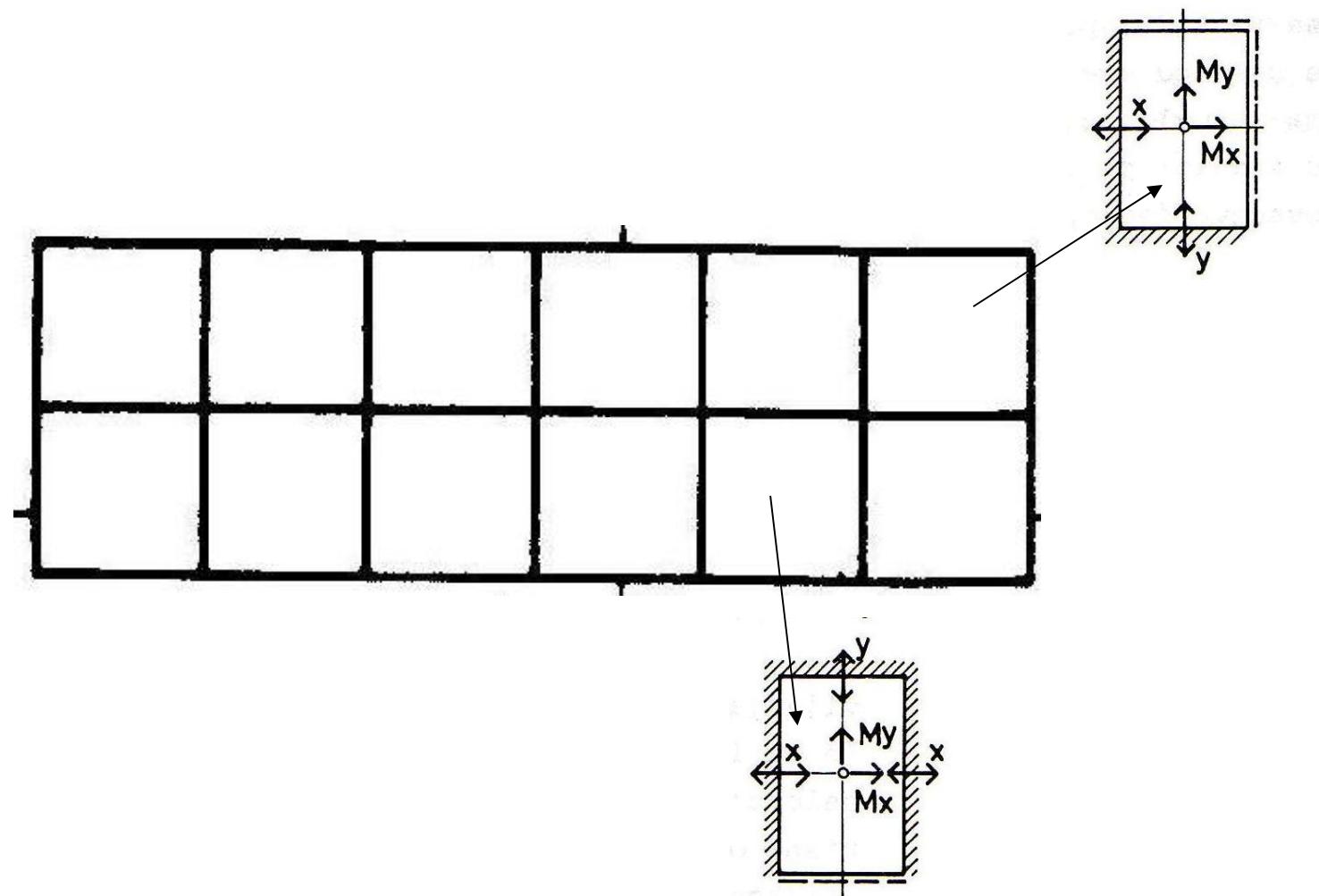
Balkonska ploča na uglu



Kontinualne krstasto armirane ploče

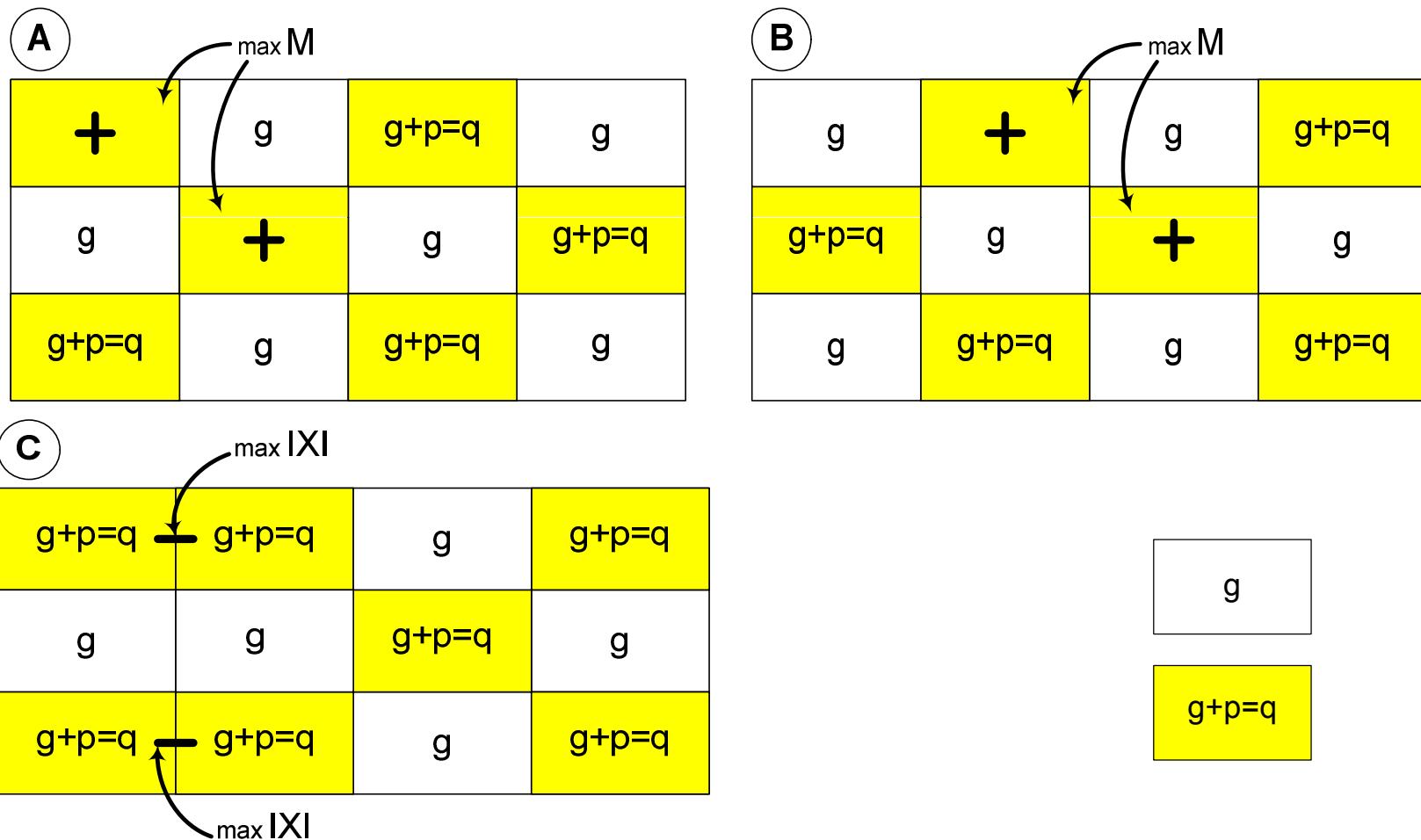


Veza tabličnih slučajeva pojedinih polja u okviru kontinualnih krstastih ploča

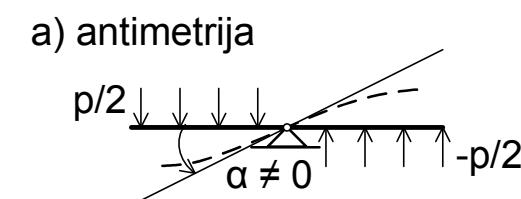
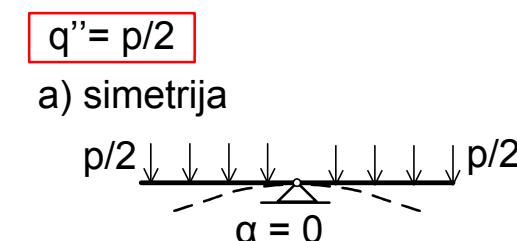
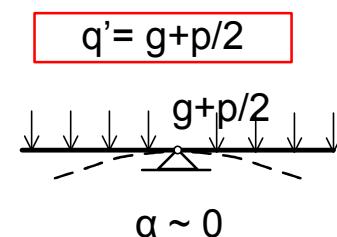
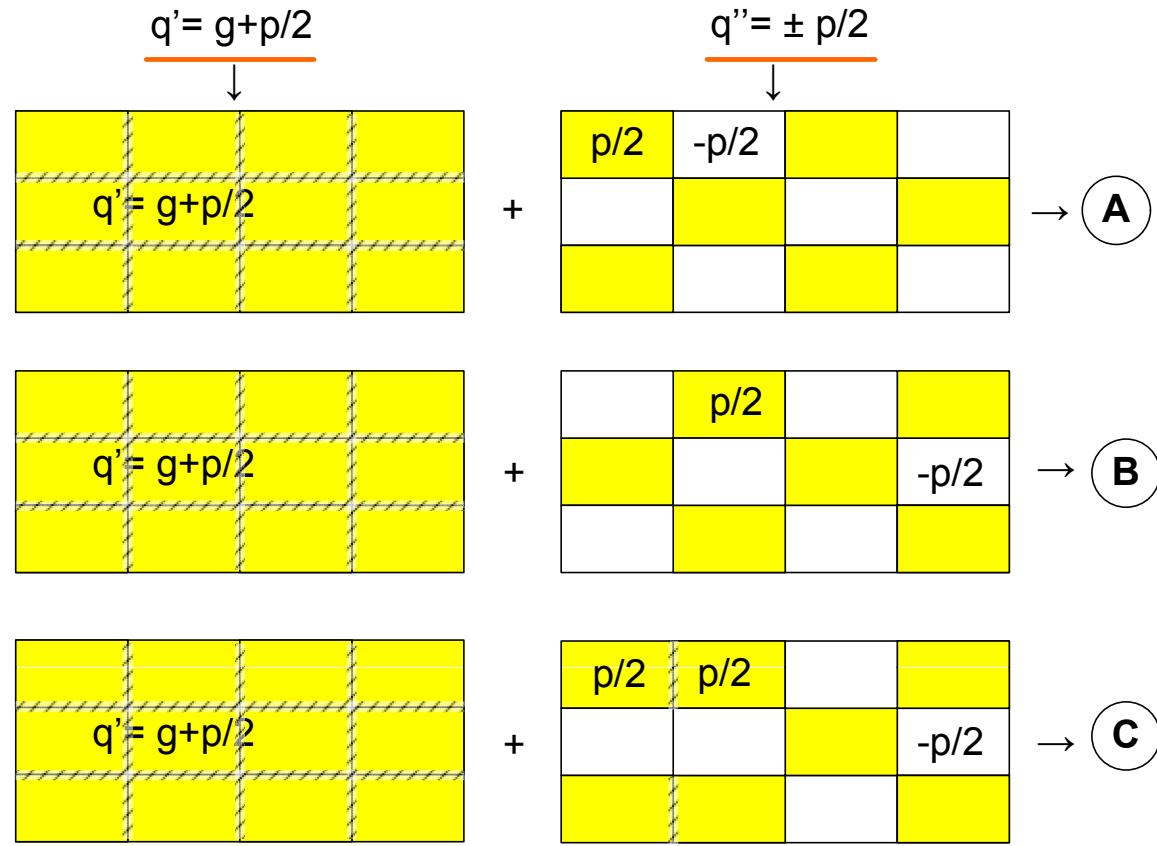


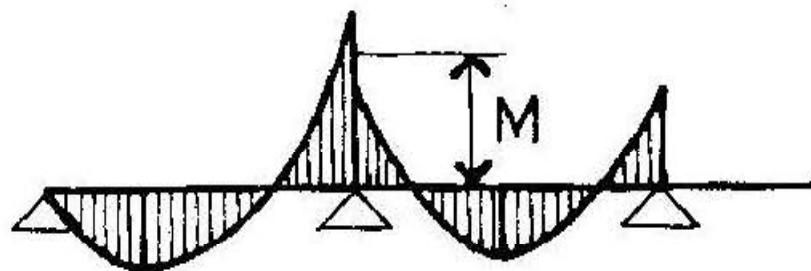
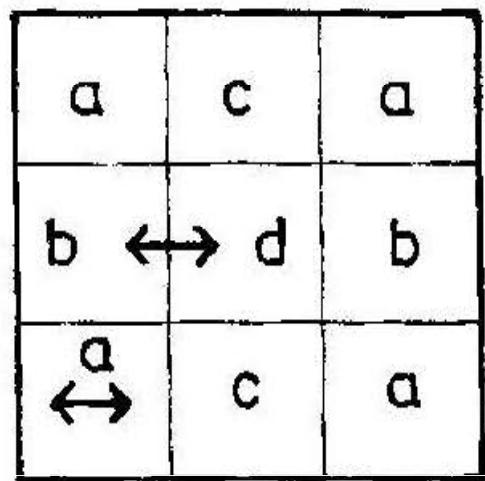
Proračun za ekstremne uticaje

Kada je pokretno (korisno) opterećenje veliko (veće od stalnog) i kada postoji mogućnost da se ono nađe u položaju da izazove ekstremne uticaje u kontinualnim pločama (npr. stovarišta, magacini) → određivanje ekstremnih vrednosti statičkih uticaja. Sva polja se opterećuju stalnim opterećenjem, a korisnim samo ona polja da bi se dobili ekstremni uticaji prema uticajnim površinama (koristi se analogija sa uticajnim linijama za linijske sisteme).



Proračun ekstremnih uticaja pomoću proračuna pojedinačnih ploča tabličnim slučajevima





$$\max M'_x = M'_x + M''_x = k'_x P' + k''_x P''$$

$$P' = q' \cdot l_x \cdot l_y \quad P'' = q'' \cdot l_x \cdot l_y$$

$$\max |X| = 0.5 (X'_l + X'_d) + 0.5 (X''_l + X''_d)$$

DONJA ZONA

