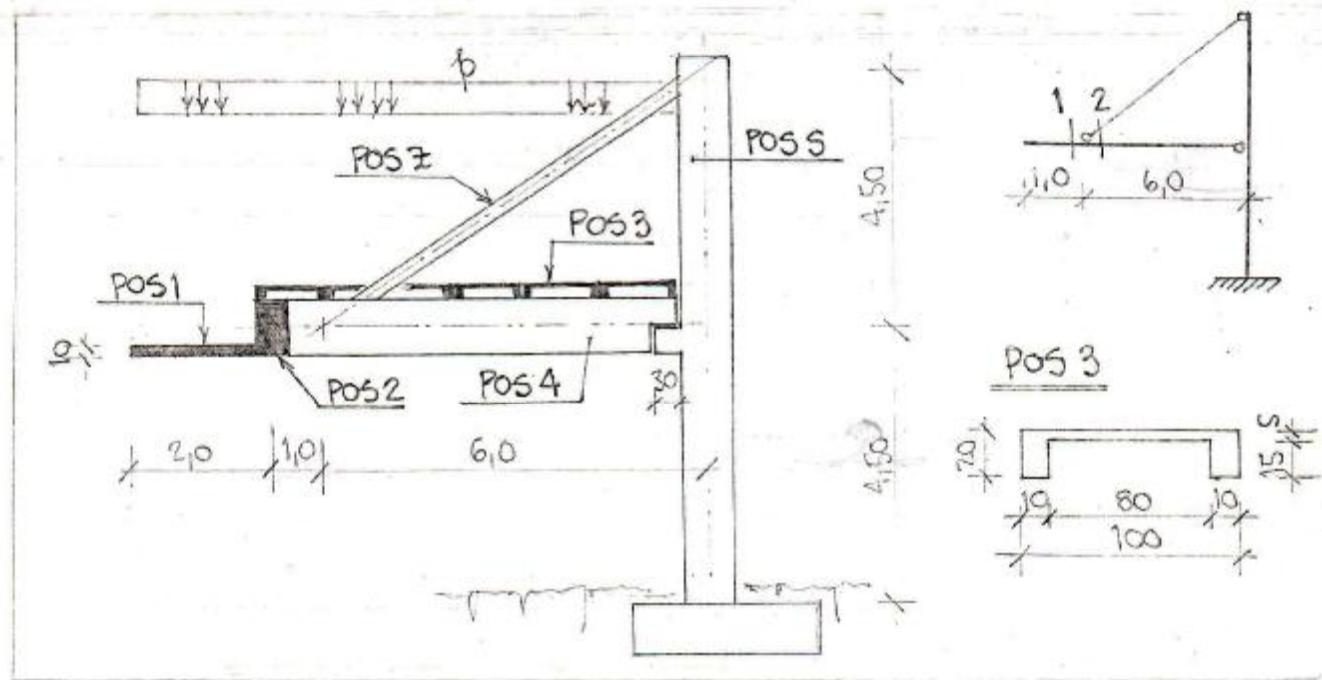


13

pismeni ispit  
24.05.1992.UNIVERZITET U BEOGRADU  
GRADJEVINSKI FAKULTET  
ODSEK ZA KONSTRUKCIJEBETONSKE KONSTRUKCIJE 1  
TEORIJA BETONSKIH KONSTRUKCIJA

Za neko srednje polje konstrukcije prikazane na skici potrebno je:

- Odrediti potrebnu površinu armature za ploču POS 1 ( $d_p = 10 \text{ cm}$ ), a zatim sračunati maksimalni ugib kraja konzole u eksploataciji, uporediti sa dopuštenim i, u slučaju prekoračenja, komentarisati.
- Izvršiti analizu opterećenja i nacrtati dijagrame presečnih sila za gredu POS 2 ( $b/d = 50/60 \text{ cm}$ ), a zatim izvršiti osiguranje od glavnih napona zatezanja. Nije potrebno dimenzionisati nosač prema momentima savijanja.
- Izvršiti analizu opterećenja, sračunati presečne sile i odrediti potrebnu površinu armature za montažnu krovnu korubu POS 3.
- Izvršiti analizu opterećenja i nacrtati dijagrame presečnih sila za gredu POS 4 ( $b/d = 40/60 \text{ cm}$ ) a zatim odrediti potrebnu površinu armature u preseku 1. Za presek 2, armiran istom armaturom, sračunati moment loma.
- Odrediti potrebnu površinu armature zatege i oblikovati poprečni presek, a zatim odrediti srednje rastojanje i karakterističnu širinu prslina.
- Nacrtati dijagrame presečnih sila za stub POS 5 ( $b/d = 40/120 \text{ cm}$ ) i odrediti potrebnu površinu armature prema merodavnim uticajima, uz uslov da dilatacija čelika bude  $\varepsilon_{al} \geq 5.0 \text{ \%}$ .

Podaci za proračun:

MB 30

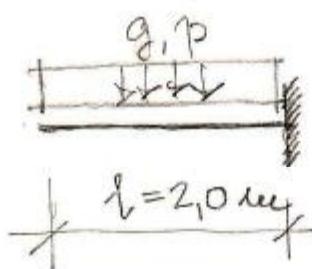
 $\lambda = 8.0 \text{ m}$  $\varphi_u = 2.5$ 

GA 240/360

 $p = 1.20 \text{ kN/m}^2$  $\chi_u = 0.8$

**POS 1** — КОНСОЛНА ПЛОЧА

1. СТАТИЧКИ СИСТЕМ И АНАЛИЗ ОПРЕДЕЛЕНИЯ



$$q_1 = 0,10 \cdot 25,0 = 2,5 \text{ Н/мм}^2$$

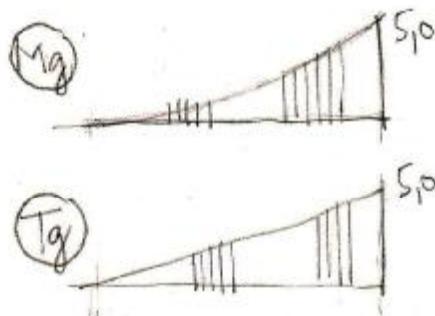
$$= 1,2 \text{ кН/м}^2$$

2. ДИАГРАМИ ПРЕСЕЧНЫХ СИЛ

a) СТАНДО ОПРЕДЕЛЕНИЯ

$$M_{q_1} = 2,50 \cdot \frac{2,0^2}{2} = 5,0 \frac{\text{кНм}}{\text{м}}$$

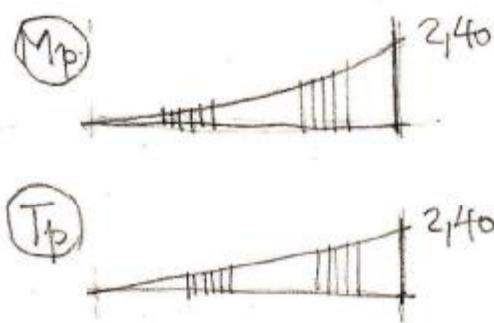
$$T_{q_1} = 2,50 \cdot 2,0 = 5,0 \text{ кН/м}$$



б) ПОВРЕЖДЕНО ОПРЕДЕЛЕНИЕ

$$M_{p_1} = 1,20 \cdot \frac{2,0^2}{2} = 2,40 \text{ кНм/м}$$

$$T_{p_1} = 1,20 \cdot 2,0 = 2,40 \text{ кН/м}$$



3. ДИМЕНЗИОНИСАЊЕ

$$\text{MB } 30; d \leq 12 \text{ см} \rightarrow f_b = 0,90 \cdot 20,5 = 18,45 \text{ MPa} = 1,845 \text{ кН/см}^2$$

$$\text{ГА } 240/360 \rightarrow \sigma_v = 240,0 \text{ MPa} = 24,0 \text{ кН/см}^2$$

$$M_m = 1,6 \cdot 5,0 + 1,8 \cdot 2,40 = 12,32 \text{ кНм/м}$$

$$\text{ПРЕТП. } \alpha_1 = 2,5 \text{ см} \rightarrow h = 10,0 - 2,5 = 7,5 \text{ см}$$

$$\kappa = \frac{7,5}{\sqrt{\frac{12,32 \cdot 10^2}{100,0 \cdot 1,845}}} = 2,902 \rightarrow \alpha_0 / \alpha = 2225 / 10 \%.$$

$$\mu = 12,747 \%$$

$$A_a = 12,747 \cdot \frac{100,0 \cdot 7,5}{100} \cdot \frac{1,845}{24,0} = 7,35 \text{ см}^2/\text{м}$$

УСВОЈЕНО Ø10/10 ( $7,35 \text{ см}^2/\text{м}$ )

$$A_{\text{ap}} = 0,20 \cdot 7,35 = 1,47 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

$$\text{мин } A_{\text{ap}} = 0,10 \cdot \frac{100,0 \cdot 10,0}{100} = 1,0 \text{ cm}^2/\text{cm} < A_{\text{ap, потр.}}$$

УСВОЈЕНО ØB|30 (1,68 cm<sup>2</sup>/cm)

#### 4. ПРОРАЧУН ДЕФОРМАЦИЈА

ЕЛАСТИЧНО РЕШЕЊЕ УГИБА СЛОБОДНОГ КРАЈА КОНЗОЛЕ  
ОПТЕРЕЂЕНИЕ ЈЕДНАКО РАСПОДЕЉЕНИМ ОПТЕРЕЋЕЊЕМ  
ДАТО је ИЗРАЗОМ

$$N_B^g = \frac{q \cdot l^4}{8 E_B J_B}$$

$$\text{MB 30} \rightarrow E_B = 31,5 \text{ GPa} = 31,5 \cdot 10^6 \text{ KN/m}^2$$

$$J_B = \frac{100,0 \cdot 10,0^3}{12} = 8333,3 \frac{\text{cm}^4}{\text{cm}} = 8333,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4/\text{m}$$

$$N_B^g = \frac{2,50 \cdot 2 \cdot 10^4}{8 \cdot 31,5 \cdot 10^6 \cdot 8333,3 \cdot 10^{-8}} = 1,90 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,90 \text{ mm}$$

$$N_B^{g+p} = \frac{(2,50 + 1,20) \cdot 2 \cdot 10^4}{8 \cdot 31,5 \cdot 10^6 \cdot 8333,3 \cdot 10^{-8}} = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,82 \text{ mm}$$

#### 4.1. ОДРЕЂИВАЊЕ МОМЕНТА ПОЈАВЕ ПРСЛИЋА

$$M_{\text{CRC}} = f_{625} \cdot W_{61} \approx f_{625} \cdot W_{61}$$

$$f_{625} = f_{625,0} \cdot \left(0,6 + \frac{0,4}{\sqrt{0,10}}\right) \approx f_{625,0}$$

$$\text{MB 30} \rightarrow f_{625,0} = 2,40 \text{ MPa} = 0,24 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_{625} = 0,24 \cdot \left(0,6 + \frac{0,4}{\sqrt{0,10}}\right) = 0,315 \text{ KN/cm}^2$$

$$W_{61} = \frac{100,0 \cdot 10,0^2}{6} = 1666,6 \text{ cm}^3/\text{m}$$

$$M_{\text{CRC}} \approx 0,315 \cdot 1666,6 = 524,0 \text{ KNm/m} = 5,24 \text{ kNm/m}$$

## 4.2. ПРОРАЧУН ДЕФОРМАЦИЈА У $t=0$

3.

### 4.2.1. УКУПНО ОПТЕРЕТВАЊЕ

КОРИСТИМО КОЕФИЦИЈЕНТЕ ЗА ПРОРАЧУН КРИВИНЕ ЕЛЕМЕНТА ПРАВОУГЛАОДНОТ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ЗА СТАЊЕ I (БЕЗ ПРСЛИНА), ОДНОСНО СТАЊЕ II (СА ПРСЛИНОМ), БАБ '87, ТОМ 2 - ПРИЛОЗИ:

$$m = \frac{Ea}{Eb} = \frac{210,0}{31,5} = 6,67$$

$$\frac{A_{a2}}{A_{a1}} = 0$$

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma}{d} = 0,25$$

$$\frac{m A_{a1}}{bh} = \frac{6,67 \cdot 7,85}{100,0 \cdot 7,5} = 0,070$$

$$k_a^I \approx 0,946 \quad (\text{ДИЈАГРАМ } 3.4.4)$$

$$k_a^{II} \approx 3,70 \quad (\text{ДИЈАГРАМ } 3.4.8)$$

$$N_M^{I(g+p)}(t=0) = k_a^I \cdot N_e^{(g+p)} = 0,946 \cdot 2,82 = 2,67 \text{ кнм}$$

$$N_M^{II(g+p)}(t=0) = k_a^{II} \cdot N_e^{(g+p)} = 3,70 \cdot 2,82 = 10,43 \text{ кнм}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 0,5 \quad (\text{ГА } 240/360) \\ \beta_2 = 1,0 \quad (t=0) \end{array} \right\} \rightarrow \xi_a = 1 - \beta_1 \beta_2 \frac{M_{CRC}}{M} \quad \begin{array}{l} \geq 0,4 \\ \leq 1,0 \end{array}$$

$$\xi_a = 1 - 0,5 \cdot 1,0 \cdot \frac{5,24}{(50+24)} = 0,646$$

$$N_M^{(g+p)}(t=0) = (1 - \xi_a) \cdot N_M^{I(g+p)}(t=0) + \xi_a \cdot N_M^{II(g+p)}(t=0)$$

$$N_M^{(g+p)}(t=0) = (1 - 0,646) \cdot 2,67 + 0,646 \cdot 10,43 = 7,68 \text{ кнм}$$

$$\boxed{N_M^{(g+p)}(t=0) = 7,68 \text{ кнм}}$$

### 4.2.2. СТАЛНО ОПТЕРЕТЉЕЊЕ

$$\vartheta_{M(t_0)}^{I(g)} = \frac{g}{g+p} \cdot \vartheta_M^{I(g+p)} = \frac{2,50}{2,50+1,20} \cdot 2,67 = 1,80 \text{ mm}$$

$$\vartheta_{M(t_0)}^{II(g)} = \frac{g}{g+p} \cdot \vartheta_M^{II(g+p)} = \frac{2,50}{2,50+1,20} \cdot 10,43 = 7,05 \text{ mm}$$

$$\xi_a = 1 - 0,5 \cdot 1,0 \cdot \frac{5,24}{5,0} = 0,475$$

$$\vartheta_{M(t_0)}^{(g)} = (1 - 0,475) \cdot 1,80 + 0,475 \cdot 7,05 = 4,30 \text{ mm}$$

$\vartheta_{M(t_0)}^{(g)} = 4,30 \text{ mm}$

### 4.3. ПРОРАЧУН ДЕФОРМАЦИЈА $t \rightarrow \infty$

#### 4.3.1. СТАЛНО ОПТЕРЕТЉЕЊЕ

$$\left. \begin{array}{l} \chi_{20} \cdot \varphi_{20} = 0,8 \cdot 2,50 = 2,0 \\ \frac{m_{Aa1}}{bh} = 0,070 \\ Aa_2/Aa_1 = \infty \\ a_1/d = 0,25 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} k_p^I \approx 0,835 \quad (\text{ДИЈАГРАМ } 3.4.16) \\ k_p^{\text{II}} \approx 0,208 \quad (\text{ДИЈАГРАМ } 3.4.28) \end{array} \right.$$

$$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{I(g)} = k_a \cdot (1 + k_p^I \cdot \varphi_{20}) \cdot \vartheta_b^{(g)} = (1 + k_p^I \cdot \varphi_{20}) \cdot \vartheta_{M(t_0)}^{I(g)}$$

$$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{I(g)} = (1 + 0,835 \cdot 2,5) \cdot 1,80 = 5,56 \text{ mm}$$

$$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{II(g)} = k_a \cdot (1 + k_p^{\text{II}} \cdot \varphi_{20}) \cdot \vartheta_b^{(g)} = (1 + k_p^{\text{II}} \cdot \varphi_{20}) \cdot \vartheta_{M(t_0)}^{II(g)}$$

$$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{II(g)} = (1 + 0,208 \cdot 2,5) \cdot 7,05 = 10,71 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = 0,5 \quad (G_A 240 / 360) \\ p_2 = 0,5 \quad (t \rightarrow \infty) \end{array} \right\} \rightarrow \xi_a = 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot \frac{5,24}{5,0} = 0,738$$

$$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{(g)} = (1 - 0,738) \cdot 5,56 + 0,738 \cdot 10,71 = 9,36 \text{ mm}$$

$\vartheta_{M(t \rightarrow \infty)}^{(g)} = 9,36 \text{ mm}$

### 4.3.2. УКУПНО ОПТЕРЕТВЕЊЕ

$$\Delta \sigma_M^{(g+p)} = \Delta \sigma_M^{(g)} + [\sigma_M^{(p)} - \Delta \sigma_M^{(g)}]$$

$$\Delta \sigma_M^{(g+p)} = 7,68 + (9,36 - 4,30) = 12,74 \text{ кн/мм}$$

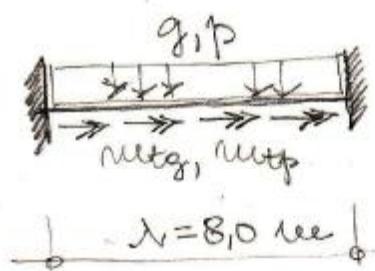
$$\boxed{\Delta \sigma_M^{(g+p)} = 12,74 \text{ кн/мм} = \Delta \sigma_{MAX}}$$

$$\Delta u = \frac{l}{150} = \frac{2,0}{150} = 13,3 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 13,3 \text{ мкм} > \Delta u_{MAX}$$

Максимални угив је у дозвољеним границама.

### POS 2 - КОНТИНУАЛНА ТРЕДА

#### 1. СТАТИЧКИ СИСТЕМ И АНАЛИЗА ОПТЕРЕТВЕЊА



СОСТАВ. ТЕЖИНА

ОД POS 1:

$$0,50 \cdot 0,60 \cdot 25,0 = 7,50 \text{ кН/м}^2$$

$$Rg^{(1)} = 5,0 \text{ кН/м}$$

ПОВРЕДЕНО ОДР.

$$\lambda = 8,0 \text{ мкм}$$

$$\boxed{q = 12,5 \text{ кН/м}}$$

$$\boxed{Rg^{(1)} = 2,4 \text{ кН/м}}$$

$$\Delta u_{tg} = M g^{(1)} = 5,0 \text{ кНм/м}^2$$

$$\Delta u_{tp} = M p^{(1)} = 2,4 \text{ кНм/м}^2$$

#### 2. ПРОРАЧУН СТАТИЧКИХ УГИВАЈА

##### a) СТАДИЧКО ОПТЕРЕТВЕЊЕ

$$Mg = 12,5 \cdot \frac{8,0^2}{12} = 66,7 \text{ кНм}$$

$$Mp = 12,5 \cdot \frac{8,0^2}{24} = 33,3 \text{ кНм}$$

$$Tg = 12,5 \cdot \frac{8,0}{2} = 50,0 \text{ кН}$$

$$Mt_{tg} = 5,0 \cdot 8,0 / 2 = 20,0 \text{ кНм}$$

##### б) ПОВРЕДЕНО ОПТЕРЕТВЕЊЕ

$$Mg = 24 \cdot \frac{8,0^2}{12} = 12,8 \text{ кНм}$$

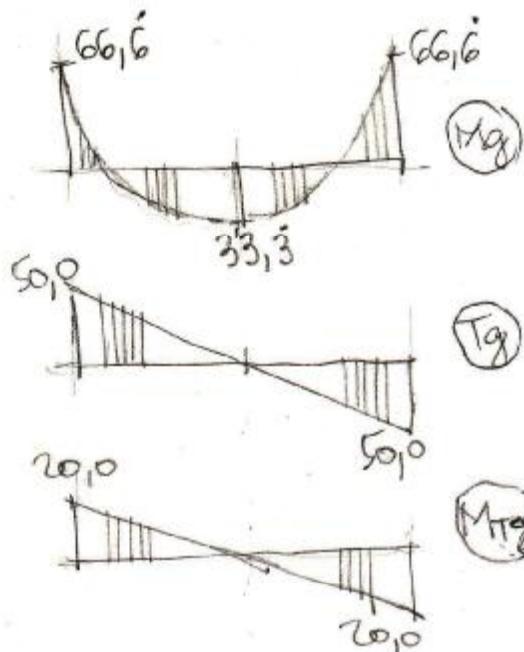
$$Mp = 24 \cdot \frac{8,0^2}{24} = 6,4 \text{ кНм}$$

$$Tg = 24 \cdot 8,0 / 2 = 9,6 \text{ кН}$$

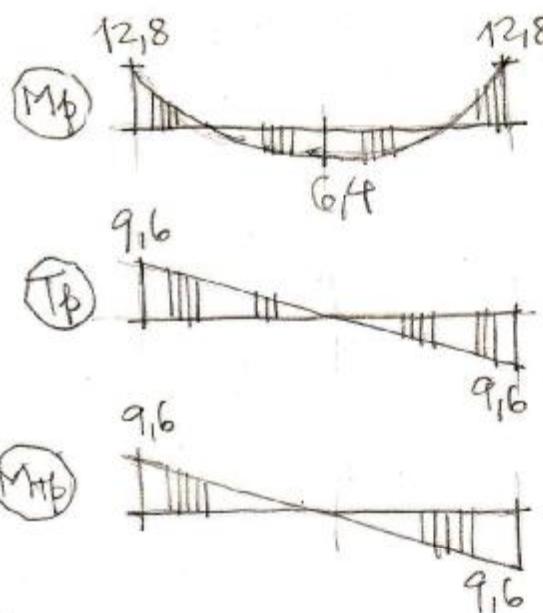
$$Mt_{tg} = 24 \cdot 8,0 / 2 = 9,6 \text{ кНм}$$

## 3. ДИАГРАММЫ ПРЕСЕЧНЫХ СЕЧЕЙ

а) СТАНДО ОПЕРЕЖЕНИЕ



б) ПОВРЕЖДЕНО ОПЕРЕЖЕНИЕ



## 4. ОСИГУРАНИЕ ОТ ГЛАВНЫХ НАПОНА ЗАТЕЗАНА

$$T_{\text{н}} = 1,6 \cdot 50,0 + 1,8 \cdot 9,6 = 97,28 \text{ kN}$$

$$M_{T_{\text{н}}} = 1,6 \cdot 20,0 + 1,8 \cdot 9,6 = 49,28 \text{ MNm}$$

ПРЕДП.  $\begin{cases} l_{\text{б}} \approx 50 - 2 \cdot 4 = 42 \text{ cm} \\ d_{\text{б}} \approx 60 - 2 \cdot 4 = 52 \text{ cm} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_{600} = 42 \cdot 52 = 2184,0 \text{ cm}^2 \\ O_{60} = 2 \cdot (42 + 52) = 188 \text{ cm} \end{cases}$

$$\delta_0 \leq \frac{42,0}{8} = 5,25 \text{ cm} \rightarrow \text{ycb. } \delta_0 = 5,0 \text{ cm}$$

ПРЕДП.  $\alpha_y = 5,0 \text{ cm} \rightarrow h = 60,0 - 5,0 = 55,0 \text{ cm}$

$$z_0 \approx 0,9 h = 0,9 \cdot 55,0 = 49,5 \text{ cm} \approx 50,0 \text{ cm}$$

$$T_n^{(T)} = \frac{97,28}{50,0 \cdot 50,0} = 0,039 \text{ MN/cm}^2 \quad \left. \right\} T_n = T_n^{(T)} + T_n^{(M)}$$

$$T_n^{(M)} = \frac{49,28 \cdot 10^2}{2 \cdot 2184,0 \cdot 5,0} = 0,226 \frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$$

$$T_n = 0,039 + 0,226 = 0,265 \text{ kN/cm}^2 \quad \left. \right\} > T_n = 0,11 \text{ kN/cm}^2 \\ < 3 \pi_2$$

$$T_{\text{нре}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,039}{0,265} \cdot (3 \cdot 0,11 - 0,265) \cdot 50,0 \cdot 50,0 = 12,03 \text{ kN}$$

$$T_{\text{нре}} = 97,28 - 12,03 = 85,25 \text{ kN}$$

$$T_{RM} = \frac{85,25}{50,0 \cdot 50,0} = 0,034 \text{ MN/cm}^2$$

$$M_{T_{RM}} = \frac{0,22k}{0,265} \cdot (3 \cdot 0,11 - 0,265) \cdot 2184,0 \cdot 5,0 = 610,0 \text{ MNm} = 6,10 \text{ kNm}$$

$$M_{T_{RM}} = 49,28 - 6,10 = 43,18 \text{ kNm}$$

Осигурање вршним заједничким вертикалним узентијама, поред прихватања главних напона затезања изазваних дејством момента тормизе и трансверзалне силе, ове узентије служе и за прихватање „обешеног терета“ (оптеретење које се са поље POS1 преноси на POS2). Укупно потребна арматура за прихватање обешеног терета износи:

$$A_{av} = \frac{q_{ue}}{\sigma_y}$$

$$q_{ue} = 1,6 \cdot R_g^{(1)} + 1,8 \cdot R_p^{(1)} = 1,6 \cdot 5,0 + 1,8 \cdot 2,4 = 12,32 \text{ MN/m}^2$$

$$A_{av} = \frac{12,32}{24,0} = 0,513 \text{ cm}^2/\text{m}^2$$

$$a_{av}^{(1)} = \frac{A_{av}}{m} \cdot \frac{e_u}{100} \rightarrow \begin{array}{l} \text{ПОТРЕБНА ПОВРШИНА ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА} \\ \text{УЗЕНТИЈЕ СЕЧНОСТИ } m \text{ НА РАЗМАКУ } e_u \\ \text{ЗА ПРИХВАТАЊЕ „ОБЕШЕНОГ ТЕРЕТА“} \end{array}$$

УСВАЈАМО:  $m = 4$ ;  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\theta = 45^\circ$

$$a_{av, \text{cap.}}^{(1)} = \left[ \frac{0,034 \cdot 50,0}{4 \cdot 24,0 \cdot (0+1,1)} + \frac{43,18 \cdot 10^2}{2 \cdot 2184,0 \cdot 24,0} \cdot 1,0 + \frac{0,513}{4,100} \right] e_u$$

$$a_{av, \text{sp.}}^{(1)} = (0,018 + 0,041 + 0,001) e_u = 0,060 e_u$$

$$\text{УСВ. } U\phi 10 \rightarrow e_u \leq \frac{0,785}{0,060} = 13,0 \text{ cm}$$

УСВОЈЕНО U\phi 10/125

$$a_{av, \text{cap.}}^{(1)} = \left[ \frac{0,034 \cdot 50,0}{4 \cdot 24,0 \cdot (0+1,1)} + \frac{0,513}{4,100} \right] e_u = 0,019 e_u$$

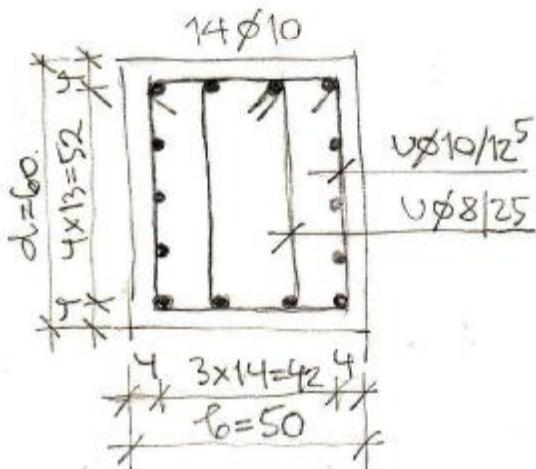
$$\text{УСВ. } U\phi 8 \rightarrow e_u \leq \frac{0,1503}{0,019} = 26,5 \text{ cm}$$

УСВОЈЕНО U\phi 8/25

ПОТРЕБНУ ПОВРШИНУ УКУПНЕ ПОДУЖНЕ АРМАТУРЕ ЗА ПРИХВАТАЊЕ МОМЕНТА ТОРЗИЈЕ НАЛАЗИМО КАО:

$$\Sigma A_a = \frac{49,28 \cdot 10^2}{2 \cdot 2984,0 \cdot 24,0} \cdot 188,0 \cdot 1,0 = 8,84 \text{ cm}^2$$

УСВОЈЕНО 14Ø10 ( $11,0 \text{ cm}^2$ )



НАПОМЕНА: ПОДУЖНОЈ АРМАТУРИ КОЈА ПРИХВАТА УТИЦАЈ МОМЕНТА ТОРЗИЈЕ, ПОТРЕБНО је у Горњој зони ДОДАТИ И АРМАТУРУ ЗА ПРИХВАТАЊЕ МОМЕНТА САВИЈАЊА (ЧИЈЕ ЗАХТЕВАНО У ОКВИРУ ЗАДАТКА)

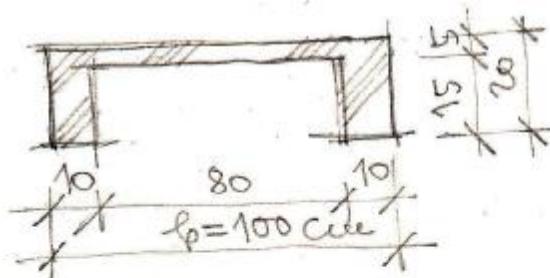
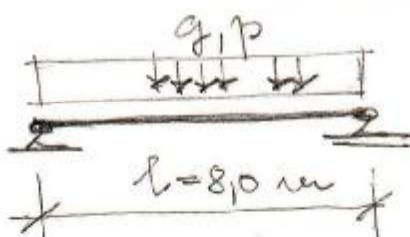
ОСИГУРАЊЕ јЕ ПОТРЕБНО ИЗВРШИТИ НА ДУЖИНИ ОД:

$$\lambda_r = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{T_{cr}}{T_m}\right) = \frac{8,0}{2} \cdot \left(1 - \frac{0,11}{0,265}\right) = 2,34 \text{ m}$$

МЕРЕНО ОД ОСЛОЖИЦА.

### POS 3 - МОНТАЖНА КРОВНА КОРУБА

#### 1. СТАТИЧКИ СИСТЕМ И АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊА



$$A_g = 100,0 \cdot 20,0 - 80,0 \cdot 15,0 = 800,0 \text{ cm}^2$$

$$q = 800,0 \cdot 10^{-4} \cdot 25,0 = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

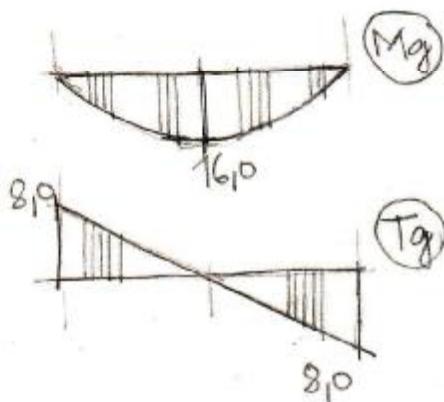
$$p = 1,20 \cdot 1,00 = 1,2 \text{ kN/m}^2$$

## 2. ДИЈАГРАМИ ПРЕСЕЧНИХ СИЛА

### a) СТАНОВО ОПТЕРЕЋЕЊЕ

$$M_g = 2,0 \cdot \frac{8,0^2}{8} = 16,0 \text{ kNm}$$

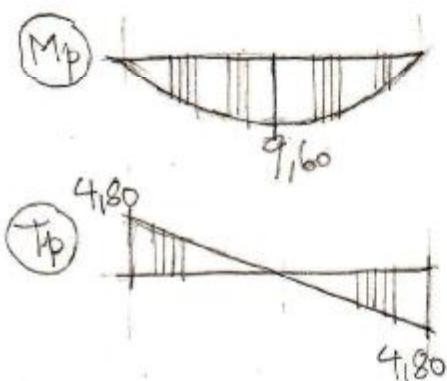
$$T_g = 2,0 \cdot 8,0 / 2 = 8,0 \text{ kN}$$



### б) ПОВРЕДНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ

$$M_p = 1,2 \cdot 8,0^2 / 8 = 9,6 \text{ kNm}$$

$$T_p = 1,2 \cdot 8,0 / 2 = 4,8 \text{ kN}$$



## 3. ДИМЕНЗИОНИСАЊЕ

$$M_{\text{нр}} = 1,6 \cdot 16,0 + 1,8 \cdot 9,60 = 42,88 \text{ kNm}$$

$$B = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot (10,0 + 8,5,0) \\ 2 \cdot (10,0 + 0,25/3 \cdot 800,0) \\ \text{если...} \end{array} \right. \begin{array}{l} = 100,0 \text{ см} \\ = 153,3 \text{ см} \\ = 100,0 \text{ см} \end{array} \right\} = 100,0 \text{ см}$$

ПРЕДП.  $\alpha_1 = 5,0 \text{ см} \rightarrow h = 20,0 - 5,0 = 15,0 \text{ см}$

ПРЕДПОСТАВЉАМО ДА СЕ НЕУТРАЛНА ЛИНИЈА НАЛАЗИ У МОЧИ:

$$K_i = \frac{15,0}{\sqrt{\frac{42,88 \cdot 10^3}{100,0 \cdot 1,845}}} = 3,111 \rightarrow \epsilon_b / \epsilon_a = 1,975 / 10\% \\ s = 0,165 \quad \bar{\mu} = 10,926\%$$

$$x = s \cdot h = 0,165 \cdot 15,0 = 2,5 \text{ см} < d_p = 5,0 \text{ см}$$

ПРЕДПОСТАВКА О ПОЛОЖАЈУ НЕУТРАЛНЕ ЛИНИЈЕ ЈЕ БИЛА ТАЧНА, ПА ПОТРЕБНУ ПОВРШИНУ АРМАТУРЕ СРАЧУНАВАМО ЗА ПРАВОУГЛЮ ПРЕСЕК ШИРИНЕ  $B = 100 \text{ см}$ :

$$A_a = 10,926 \cdot \frac{100,0 \cdot 15,0}{100} \cdot \frac{1,845}{24,0} = 12,60 \text{ cm}^2$$

УСВОЈЕНО

$2 \times 2\phi 20 \quad (12,57 \text{ cm}^2)$

### 3.1. КОНТРОЛА ГЛАВНИХ НАПОНА ЗАТЕЗАЊА

$$T_{R1} = 1,6 \cdot 8,0 + 1,8 \cdot 4,80 = 21,44 \text{ kN}$$

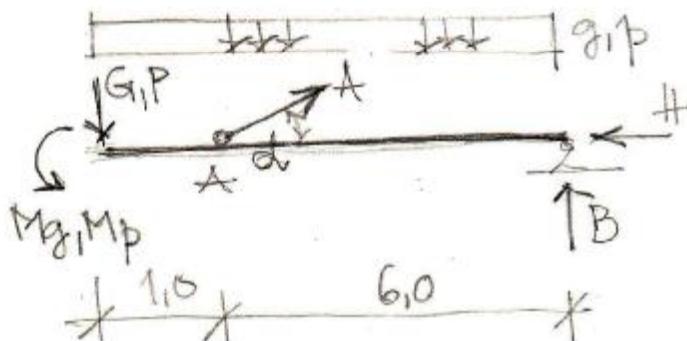
$$z_8 \approx 0,9 \cdot 15,0 = 13,5 \text{ cm}$$

$$T_m = \frac{21,44}{2 \cdot 10,0 \cdot 13,5} = 0,079 \text{ MN/cm}^2 < T_z$$

Није потребно осигурање арматуром за прихватање главних напона затезања.

### POS 4 - ТРЕДА С ПРЕПУСТОМ

#### 1. СТАТИЧКИ СИСТЕМ И АНАЛИЗА ОПТЕРЕЋЕЊА



$$\frac{b}{g} d = \frac{4,5}{6,0} = 0,75$$

$$\alpha_e = 36,87^\circ$$

$$\sin \alpha_e = 0,60$$

$$\cos \alpha_e = 0,80$$

СОСТВЕНА ТЕЖИНА:

ОД POS 3:

$$0,40 \cdot 0,60 \cdot 25,0 = 6,0 \text{ MN/m}^1$$

$$2Rg^{(3)}/b_3 = 2 \cdot 8,0 / 1,0 = 16,0 \text{ MN/m}^1$$

$$|g = 22,0 \text{ MN/m}^1|$$

ПОВРЕДЕНО ОПТ. ОД POS 3:  $2Rg^{(3)}/b_3 = 2 \cdot 4,8 / 1,0 = |p = 9,6 \text{ MN/m}^1|$

УТИЦАЈИ СА POS 2:

$$Mg = 2M_{Tg}^{(2)} = 2 \cdot 20,0 = 40,0 \text{ kNm}$$

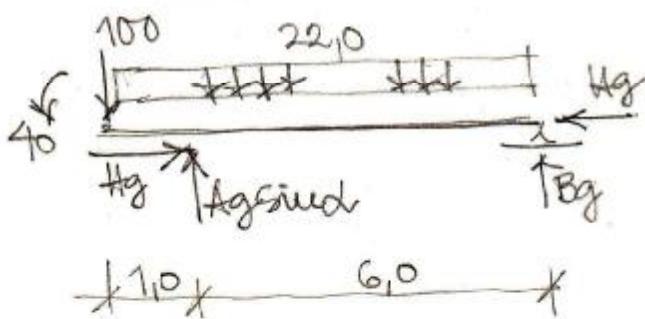
$$Mp = 2M_{Tp}^{(2)} = 2 \cdot 9,6 = 19,2 \text{ kNm}$$

$$G = 2Rg^{(2)} = 2 \cdot 50 = 100,0 \text{ kN}$$

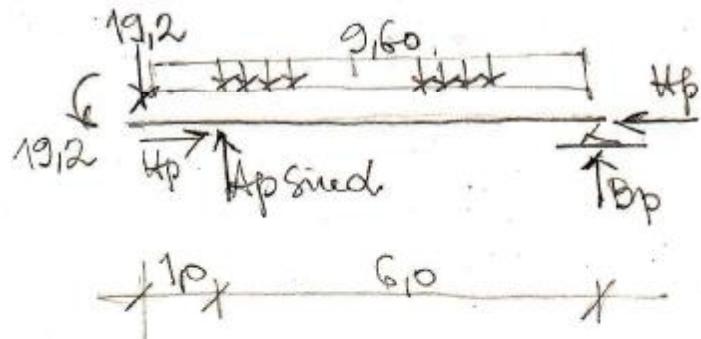
$$P = 2Rg^{(2)} = 2 \cdot 9,6 = 19,2 \text{ kN}$$

#### 2. ПРОРАЧУН СТАТИЧКИХ УТИЦАЈА

##### a) СТАНДО ОПТ.



##### б) ПОВРЕДЕНО ОПТ.



$$A_g \cdot \sin \alpha \cdot 6,0 = \frac{22,0 \cdot 7,0^2}{2} + 40,0 + 100,0 \cdot 7,0 = 1279,0$$

$$A_g = \frac{1279,0}{6,0 \cdot 0,60} = 355,28 \text{ kN}$$

$$Hg = 355,28 \cdot \cos \alpha = 284,22 \text{ kN}$$

$$A_{g,V} = 355,28 \cdot \sin \alpha = 213,16 \text{ kN}$$

$$Bg = 22,0 \cdot 7,0 + 100,0 - 213,16 = 40,83 \text{ kN}$$

$$A_p \cdot \sin \alpha \cdot 6,0 = \frac{9,60 \cdot 7,0^2}{2} + 19,2 + 19,2 \cdot 7,0 = 388,8 \text{ kN}$$

$$A_p = \frac{388,8}{6,0 \cdot 0,60} = 108,0 \text{ kN}$$

$$Hp = 108,0 \cdot 0,80 = 86,4 \text{ kN}$$

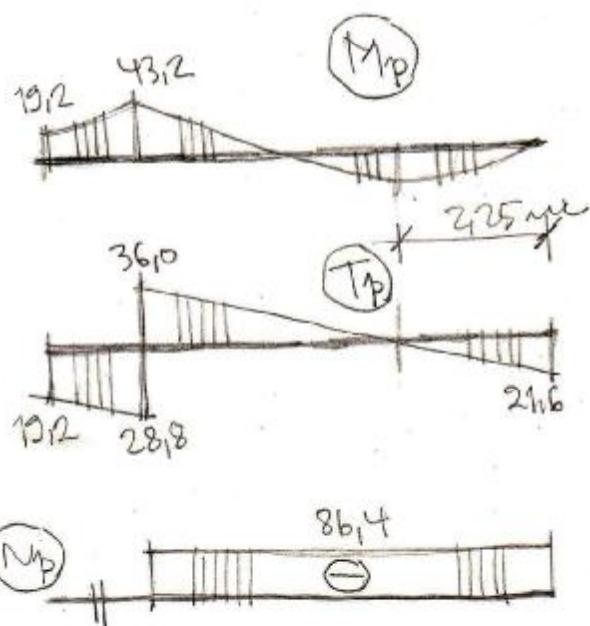
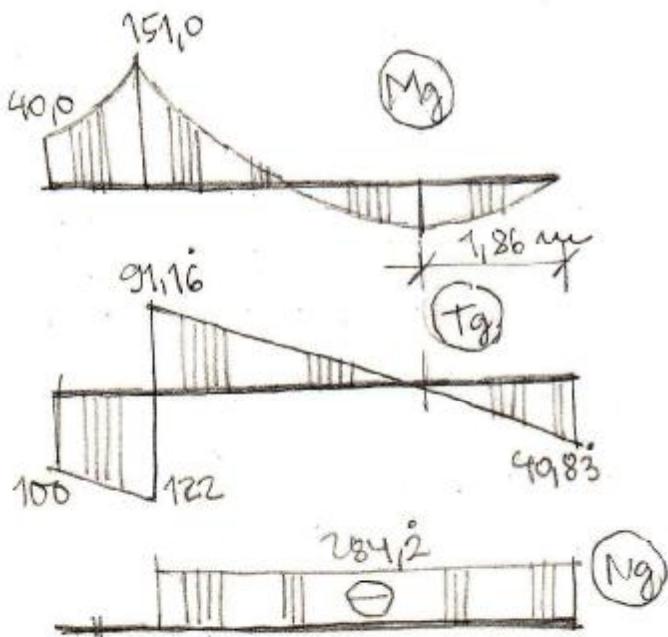
$$A_{p,V} = 108,0 \cdot 0,60 = 64,8 \text{ kN}$$

$$B_p = 9,6 \cdot 7,0 + 19,2 - 64,8 = 21,6 \text{ kN}$$

### 3. ДИЈАГРАМИ ПРЕСЕЧНИХ СИЛА

а) СТАНДАРТНО ОПТЕРЕТВЉЕЊЕ

б) ПОВРЕМЕНО ОПТЕРЕТВЉЕЊЕ



#### 4. ДИМЕТРИЈАНИСАЊЕ Pos 4

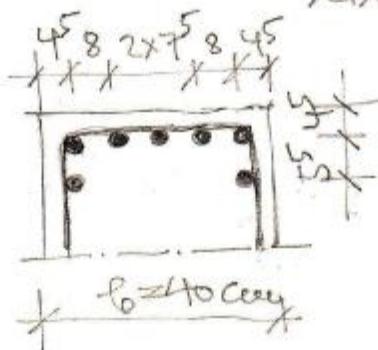
$$M_{ue} = 1,6 \cdot 151,0 + 1,8 \cdot 43,2 = 319,36 \text{ kNm}$$

ПРЕДМ.  $a_y = 6,0 \text{ cm} \rightarrow h = 60,0 - 6,0 = 54,0 \text{ cm}$

$$K = \frac{54,0}{\frac{319,36 \cdot 10^2}{40,0 \cdot 2,05}} = 2,736 \rightarrow \epsilon_b / \epsilon_a = 2,475 / 10\% \\ \mu = 14,496\%$$

$$A_a = 14,496 \cdot \frac{40,0 \cdot 54,0}{100} \cdot \frac{2,05}{24,0} = 26,75 \text{ cm}^2$$

УСВОЈЕНО  $[7\phi 22]$  ( $26,61 \text{ cm}^2$ )



$$a_y = \frac{5 \cdot 4,5 + 2 \cdot 10,0}{7} = 6,07 \text{ cm}$$

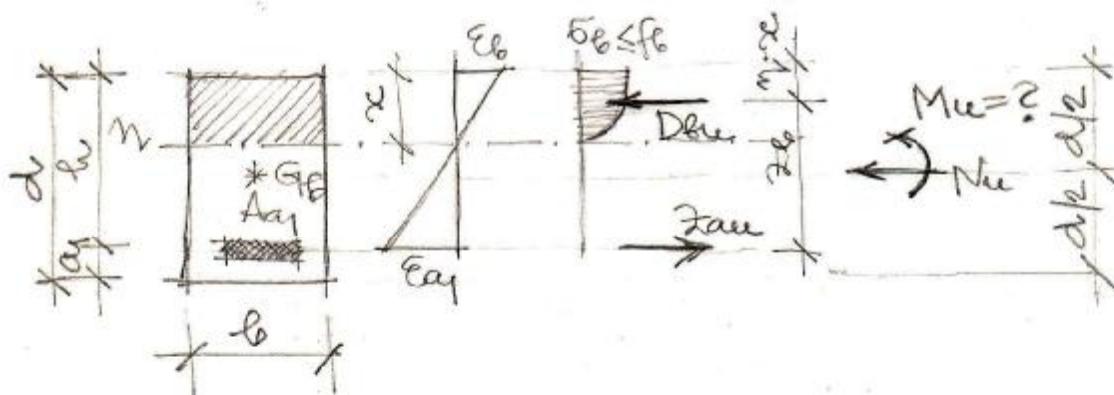
$$h = 60,0 - 6,07 = 53,93 \text{ cm}$$

$$A_a = 26,61 \text{ cm}^2$$

#### 5. ОДРЕЂИВАЊЕ МОМЕНТА ЛОМА

$$N_u = 1,6 \cdot 284,2 + 1,8 \cdot 86,4 = 610,28 \text{ kN}$$

$$M_R = ?$$



$$\sum N = 0: D_{bu} - Z_{au} = N_u$$

$$\sum M_{au} = 0: D_{bu} \cdot z_b = M_{au} = M_R + N_u \cdot y_{au}$$

ПОЛОЖАЈ НЕУТРАЛНЕ ЛИНИЈЕ, односно дистанције у бетону и арматури, одређујемо из услова РАВНОТЕЖЕ НОРМАЛНИХ СИЛА, а затим из услова РАВНОТЕЖЕ МОМЕНТА САВИЈАЊА одређујемо ТРАЖЕНИ МОМЕНТ ЛОМА  $M_R$ .

ИЗ УСЛОВА РАВНОТЕЖЕ НОРМАЛНИХ СИЛА ОЧИГЛЕДНО СЛЕДИ:

$$\left. \begin{array}{l} z_{\text{aue}}^{(1-1)} = z_{\text{aue}}^{(2-2)} \\ N_u^{(1-1)} < N_u^{(2-2)} \end{array} \right\} \rightarrow \varepsilon_b^{(2-2)} > \varepsilon_b^{(1-1)} = 2,475\%.$$

УЗ ПРЕТПОСТАВКУ ДА ЈЕ  $\varepsilon_{ay} \geq 3\%$ . (ОБЛАСТ ВАЖЕЊА ПРИМЕЂЕНИХ КОЕФИЦИЈЕНТА СИГУРНОСТИ), СЛЕДИ:

$$z_{\text{aue}}^{(2-2)} = 26,61 \cdot 24,0 = 638,62 \text{ mm}$$

$$D_{\text{fne}}^{(2-2)} = z_{\text{aue}}^{(2-2)} + N_u = 638,62 + 610,28 = 1248,9 \text{ kN}$$

$$D_{\text{fne}} = d_b \cdot s \cdot b \cdot f_b = d_b \cdot s \cdot 40,0 \cdot 53,93 \cdot 2,05 = 1248,9 \text{ kN}$$

$$d_b \cdot s = \frac{1248,9}{40,0 \cdot 53,93 \cdot 2,05} = 0,282$$

$$s = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ay} + \varepsilon_b} ; \quad d_b = \frac{3\varepsilon_b - 2}{3\varepsilon_b} \quad (\text{зa } 2\% \leq \varepsilon_b \leq 3,5\%)$$

У СЛУЧАЈУ ИСТОВРЕМЕНОГ ИСПРГЛЮЕЊА ЧОСИВОСТИ БЕТОНА И АРМА-  
ТУРЕ СЛЕДИ:

$$s = \frac{3,5}{10,0 + 3,5} = 0,259 \quad \left. \begin{array}{l} s \cdot d_b = 0,259 \cdot 0,810 = 0,210 < 0,282 \rightarrow \\ \varepsilon_b = 3,5 \quad \varepsilon_{ay} < 10\% \end{array} \right\}$$

$$d_b = \frac{3 \cdot 3,5 - 2}{3 \cdot 3,5} = 0,810$$

$$s = \frac{0,282}{d_b} = \frac{0,282}{0,810} = 0,349 \rightarrow \varepsilon_{ay} = \varepsilon_b \frac{1-s}{s} = 3,5 \cdot \frac{1-0,349}{0,349} = 6,532\%$$

УЧИЊЕНА ПРЕТПОСТАВКА ЈЕ ЗАДОВОЉЕНА, ПА ДО ЛОМА ПРЕСЕКА ДОЛАЗИ ПРИ ДИЛАТАЦИЈАМА:

$$\varepsilon_b / \varepsilon_{ay} = 3,5 / 6,532\%.$$

КРАК УНУТРАШНИХ СИЛА  $z_b$  ОДРЕЂУЈЕМО ИЗ ИЗРАЗА:

$$z_b = h - \gamma_s s = h [1 - \gamma_s s]$$

ПРИ ЧЕМУ ЈЕ; ЗА  $\varepsilon_b \geq 2\%$ :

$$\gamma_s = \frac{3\varepsilon_b^2 - 4\varepsilon_b + 2}{2\varepsilon_b(3\varepsilon_b - 2)} = \frac{3 \cdot 3,5^2 - 4 \cdot 3,5 + 2}{2 \cdot 3,5 \cdot (3 \cdot 3,5 - 2)} = 0,416$$

$$z_b = 53,93 \cdot [1 - 0,416 \cdot 0,349] = 46,1 \text{ см.}$$

$$M_{ax} = D_{ax} \cdot z_{c6} = 1248,9 \cdot 46,1 = 57577 \text{ kNm} = 575,77 \text{ kNm}$$

$$y_{ay} = y_{6,1} - a_1 = \frac{60,0}{2} - 6,07 = 23,93 \text{ cm}$$

$$M_R = M_{ax} - N_e \cdot y_{ay} = 575,77 - 610,28 \cdot 23,93 \cdot 10^{-2} = 429,74 \text{ kNm}$$

$$\boxed{M_R = 429,74 \text{ kNm}} \quad \text{npr } N_e = 610,28 \text{ kN}$$

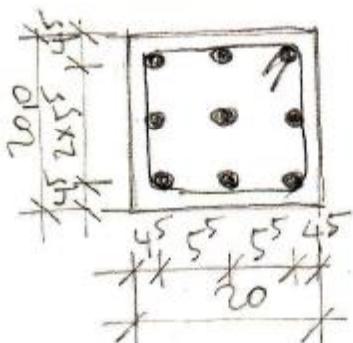
## POS 2 - ЗАТЕТА

### 1. ДИМЕРИЗМОНСАНДЕ

$$Z_{ax} = 1,6 \cdot 355,28 + 1,8 \cdot 108,0 = 762,84 \text{ kN}$$

$$A_a = \frac{762,84}{24,0} = 31,79 \text{ cm}^2$$

УСВОЈЕНО 9φ22 (34,21 cm<sup>2</sup>)



УСВОЈЕНО  $b/d = 20/20 \text{ cm}$

### 2. ПРОРАЧУН ПРСЛИНА

$$\mu_{z,ref.} = \mu = \frac{34,21}{20,0 \cdot 20,0} = 0,086 = 8,6\%$$

$$a_0 = 4,5 - \frac{22}{2} = 3,4 \text{ cm} ; \quad k_1 = 0,8 \text{ (GA 240/360)}$$

$$e_\phi = 5,5 \text{ cm} ; \quad k_2 = 0,25 \text{ (ЗАТЕЗАНДЕ)}$$

$$x_{ps} = 2 \cdot \left( 3,4 + \frac{5,5}{10} \right) + 0,8 \cdot 0,25 \cdot \frac{2,2}{0,086} = 13,04 \text{ cm}$$

$$MB 30 \rightarrow E_B = 31,5 \text{ GPa} \rightarrow n = \frac{210,0}{31,5} = 6,67$$

$$A_i = 20,0 \cdot 20,0 + 6,67 \cdot 34,21 = 628,1 \text{ cm}^2$$

$$f_{bx} = 0,7 \cdot f_{bxm} = 0,7 \cdot 2,40 = 1,68 \text{ MPa} = 1,68 \text{ MN/cm}^2$$

$$Z_{CRC} = 0,168 \cdot 628,1 = 105,52 \text{ kN}$$

$$Z = 355,28 + 108,0 = 463,28 \text{ kN} > Z_{CRC}$$

$$\sigma_a = \frac{463,28}{34,21} = 13,54 \text{ kN/cm}^2 = 135,4 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_a = \frac{135,4}{210,0 \cdot 10^3} = 0,645\%$$

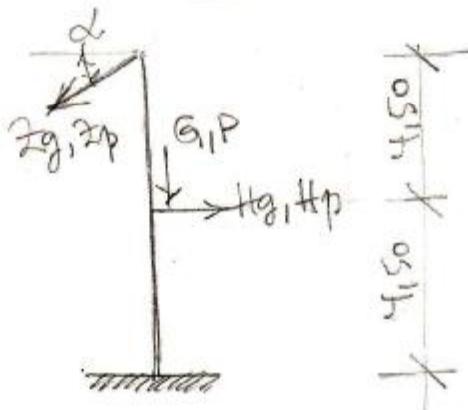
$$\beta_1 = 0,5 \quad (\text{GA } 240/360) \quad \beta_2 = 1,0 \quad (t=0) \quad \rightarrow \gamma_a = 1 - 0,5 \cdot 1,0 \cdot \left( \frac{105,52}{463,28} \right)^2 = 0,974$$

$$\alpha_{pk} = 1,7 \cdot 0,974 \cdot 0,645 \cdot 10^{-3} \cdot 13,04 = 13,9 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

$$\boxed{\alpha_{pk} = 0,14 \text{ mm}} < \alpha_c = 0,2 \text{ mm}$$

POS 5 - СТУБ

### 1. СТАТИЧКИ СИСТЕМ И АНАЛИЗА ОПРЕДЕЛЕЊА



$$Zg = 355,28 \text{ kN}$$

$$G_1 = Bg^{(4)} = 40,83 \text{ kN}$$

$$Hg = Hg^{(4)} = 284,2 \text{ kN}$$

$$Zp = 108,0 \text{ kN}$$

$$P = Bp^{(4)} = 21,6 \text{ kN}$$

$$Hp = Hp^{(4)} = 86,4 \text{ kN}$$

$$\text{Сопств. теж. } 0,40 \cdot 1,20 \cdot 25,0 = 12,0 \text{ kN/m}$$

⊗ ЗАНЕМАРУЈЕМО МОМЕНТ САВИЈАЊА КОЈИ СЕ УЖОСИ У СТУБ ПРЕКО ИРАТНОГ ЕЛЕМЕНТА, А КОЈИ ИЖОСИ:

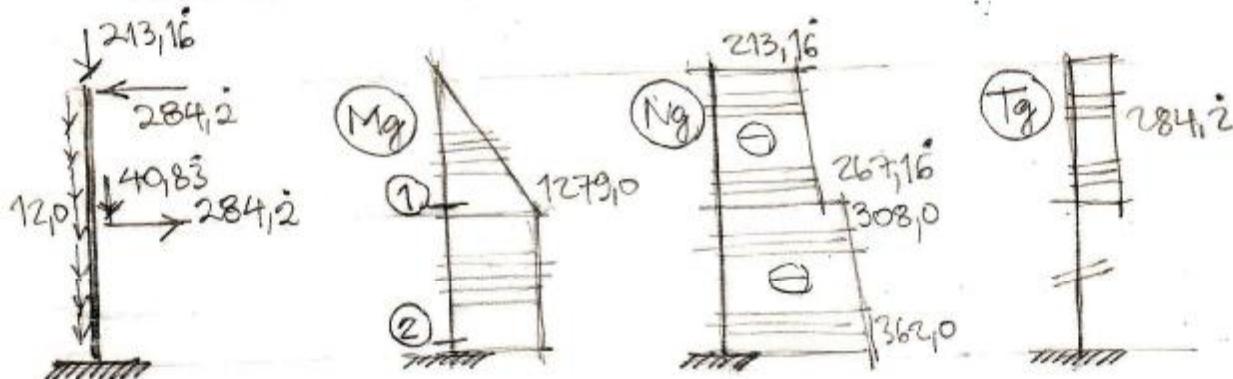
$$M_g = G_1 \cdot \left( \frac{0,30}{2} + \frac{1,20}{2} \right) = 30,62 \text{ kNm}$$

$$M_p = P \cdot (0,30 + 1,20)/2 = 16,2 \text{ kNm}$$

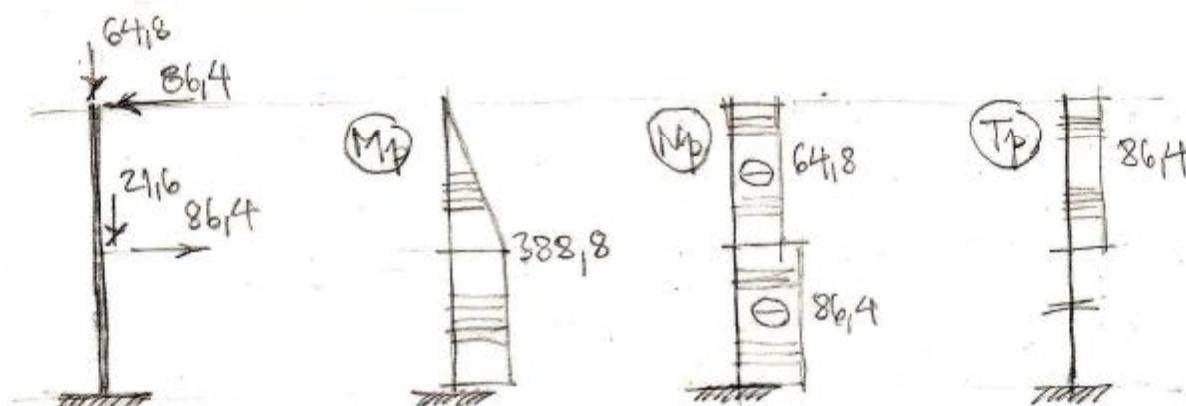
- ⊗ НАЧЕЛНО, И СОПСТВЕНА ТЕХИЧНА СТУБА СЕ ЧЕСТО ЗАНЕМАРУЈЕ. У СЛУЧАЈУ ЈЕДНОСТРУКО АРМИРАНИХ ПРЕСЕКА ТАКО ДОБИЈЕНО РЕШЕЊЕ ЈЕ НА СТРАНИ СИГУРНОСТИ, ЈЕВ СЕ ДОБИЈА НЕЧТО ВЕЋА ПЛОВРШИНА АРМАТУРЕ ОД СТВАРНО ПОТРЕБНЕ. МЕЂУТИМ, У ОВОМ СЛУЧАЈУ СОПСТВЕНА ТЕХИЧНА СТУБА ЧИНИ Око 30% УКУПНЕ НОРМАЛНЕ СИЛЕ, ШТО НИЈЕ ЗАНЕМАРЉИВО. У СЛУЧАЈУ ДВОСТРУКО АРМИРАНИХ ПРЕСЕКА, ЗАНЕМАРИВАЊЕ СИЛЕ ПРИПСКА УЧИНИЛИ БИСМО ОДСТУПАЊЕ КОЈЕ НИЈЕ НА СТРАНИ СИГУРНОСТИ.

## 2. ДИЈАГРАМИ ПРЕСЕЧНИХ СИЛА

### a) СТАЛНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ



### б) ПОВРЕМЕНО ОПТЕРЕЋЕЊЕ



## 3. ДИМЕНЗИОНИСАЊЕ

ОД СВИХ ПРЕСЕКА СА КОНСТАНТНИМ МОМЕНТОМ САВИЈАЊА, МЕРОДАВАМ ЗА ОДРЕДИВАЊЕ ПОТРЕБНЕ ПОВРШИНЕ ЗАТЕГНУТЕ АРМАТУРЕ ЈЕ ПРЕСЕК СА МИНИМАЛНОМ СИЛОМ ПРИТИСКА, ДАКЛЕ ПРЕСЕК 1-1 (непосредно изнад кратког елемента):

$$M_{sh}^{11} = 1,6 \cdot 1279,0 + 1,8 \cdot 388,8 = 2746,24 \text{ кНм}$$

$$N_{sh}^{11} = 1,6 \cdot 267,16 + 1,8 \cdot 64,8 = 544,11 \text{ кН}$$

ПРЕДП.  $\alpha_1 = 12 \text{ см} \rightarrow h = 120 - 12 = 108 \text{ см}$

$$M_{sh} = 2746,24 + 544,11 \cdot \left( \frac{120}{2} - 0,12 \right) = 3007,4 \text{ кНм}$$

$$K_r = \frac{108,0}{\sqrt{\frac{3007,4 \cdot 10^2}{40,0 \cdot 2,05}}} = 1,783 \rightarrow \varepsilon_b / \varepsilon_{ay} = 3,5 / 3,7 \%$$

КАКО ЈЕ ДИЛАТАЦИЈА У АРМАТУРИ МАЊА ОД ЗАХТЕВАНИЕ, ПОТРЕБНО је пресек двојно армирати. При томе је, од свих пресека са константним моментом савијања, за одређивање потребне површине прилисните арматуре мериодаван пресек са максималном силом прилиска, дакле пресек 2-2 (у уклештењу). На основу тога закључујемо да је до-  
вовоно срачунати само:

$A_{ay}$ , потр. у пресеку 1-1

$A_{az}$ , потр. у пресеку 2-2

$$\text{УСВОЈЕНО } \xi_b / \xi_a = 3,5 / 5,0 \% \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} K = 1,903 \\ \bar{\mu} = 33,333 \% \\ \xi_b = 0,829 \end{array} \right.$$

$$M_{bue}^{(1-1)} = \left( \frac{108,0}{1,903} \right)^2 \cdot 40,0 \cdot 10^2 \cdot 205 = 2641,1 \text{ иНм}$$

$$\Delta M_{bue}^{(1-1)} = 3007,4 - 2641,1 = 366,3 \text{ иНм}$$

$$A_{ay} = 33,333 \cdot \frac{40,0 \cdot 108,0}{100} \cdot \frac{205}{24,0} + \frac{366,3 \cdot 10,0}{(108-5) \cdot 24} - \frac{544,11}{24,0} = 115,29 \text{ см}^2$$

$$\text{УСВОЈЕНО } \boxed{13 \phi 28} (117,0 \text{ см}^2)$$

ПРЕСЕК 2-2 (max  $A_{az}$ ):

$$M_{ue}^{(2-2)} = M_{ue}^{(1-1)} = 2746,24 \text{ иНм}$$

$$N_{ue}^{(2-2)} = 1,6 \cdot 362,0 + 1,8 \cdot 86,4 = 734,72 \text{ иН}$$

$$M_{aue}^{(2-2)} = 2746,24 + 734,72 \cdot \left( \frac{1,20}{2} - 0,12 \right) = 3098,9 \text{ иНм}$$

$$\Delta M_{aue}^{(2-2)} = 3098,9 - 2641,1 = 457,8 \text{ иНм}$$

$$A_{az} = \frac{457,8 \cdot 10^2}{(108,0 - 50) \cdot 24,0} = 18,70 \text{ см}^2$$

$$\text{УСВОЈЕНО } \boxed{3 \phi 28} (18,47 \text{ см}^2)$$

### 3.1. КОНТРОЛА ГЛАВНИХ НАПОНА ЗА ТЕЗАЊА

$$T_u = 1,6 \cdot 284,2 + 1,8 \cdot 86,4 = 610,24 \text{ иН}$$

$$z_b = \xi_b \cdot h = 0,829 \cdot 108,0 = 89,5 \text{ см}$$

$$T_n = \frac{610,24}{40,0 \cdot 89,5} = 0,170 \text{ иН/см}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} > T_n = 0,11 \text{ иН/см}^2 \\ < z_n \end{array} \right\}$$

$$T_{\text{ave}} = \frac{1}{2} \cdot (3,0,11 - 0,170) \cdot 40,0 \cdot 89,5 = 285,8 \text{ kN}$$

$$T_{\text{ru}} = 610,24 - 285,8 = 324,44 \text{ kN}$$

$$T_{\text{ru}} = \frac{324,44}{40,0 \cdot 89,5} = 0,091 \text{ kN/cm}^2$$

Осигурање од главних напона затезања потребно је извршити нитавом горњем делу стуба ( $\lambda = 4,50 \text{ m}$ ). Осигурање вршимо вертикалним узентијама:

Усвојено:  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 90^\circ; \quad n_c = 4 \\ \theta = 45^\circ; \quad U\phi 10 \quad (\alpha_a^{(1)} = 0,785 \text{ cm}^2) \end{array} \right\}$

$$e_u = \frac{4 \cdot 0,785}{40,0 \cdot 0,091} \cdot 24,0 \cdot (0 + 1,0 \cdot 1,0) = 20,8 \text{ cm}$$

Усвојено  $U\phi 10/20 \quad (n=4)$

$$\mu_{uz.} = \frac{4 \cdot 0,785}{40,0 \cdot 20,0} \cdot 100\% = 0,393\% > 0,2\% = \mu_{uz, \text{min}}$$

$$T_{\text{per}} = \frac{4 \cdot 0,785}{40,0 \cdot 20,0} \cdot 24,0 = 0,094 \text{ kN/cm}^2 > T_{\text{ru}} = 0,091 \text{ kN/cm}^2$$

- ⊗ Ради бољег утврђивања бетона у овако јако армиран пресек, упутније је усвојити двосечаче узентије на двоструко мањем растојању.

$$\Delta A_a = \frac{610,24}{2 \cdot 24,0} \cdot (1,0 - 0) = 12,71 \text{ cm}^2$$

Усвојено  $3\phi 28 \quad (18,47 \text{ cm}^2)$