

Projektovanje i građenje betonskih konstrukcija 2

Industrijske montažne hale

PRORAČUN VITKIH ELEMENATA PREMA  
GRANIČNOJ NOSIVOSTI

Upotreba betona i čelika visokih mehaničkih karakteristika vodi ka AB elementima sa sa manjim dimenzijama poprečnih preseka:

- savijani elementi → veliki ugibi
- pritisnuti elementi → izvijanje, gubitak stabilnosti

Dva osnovna problema:

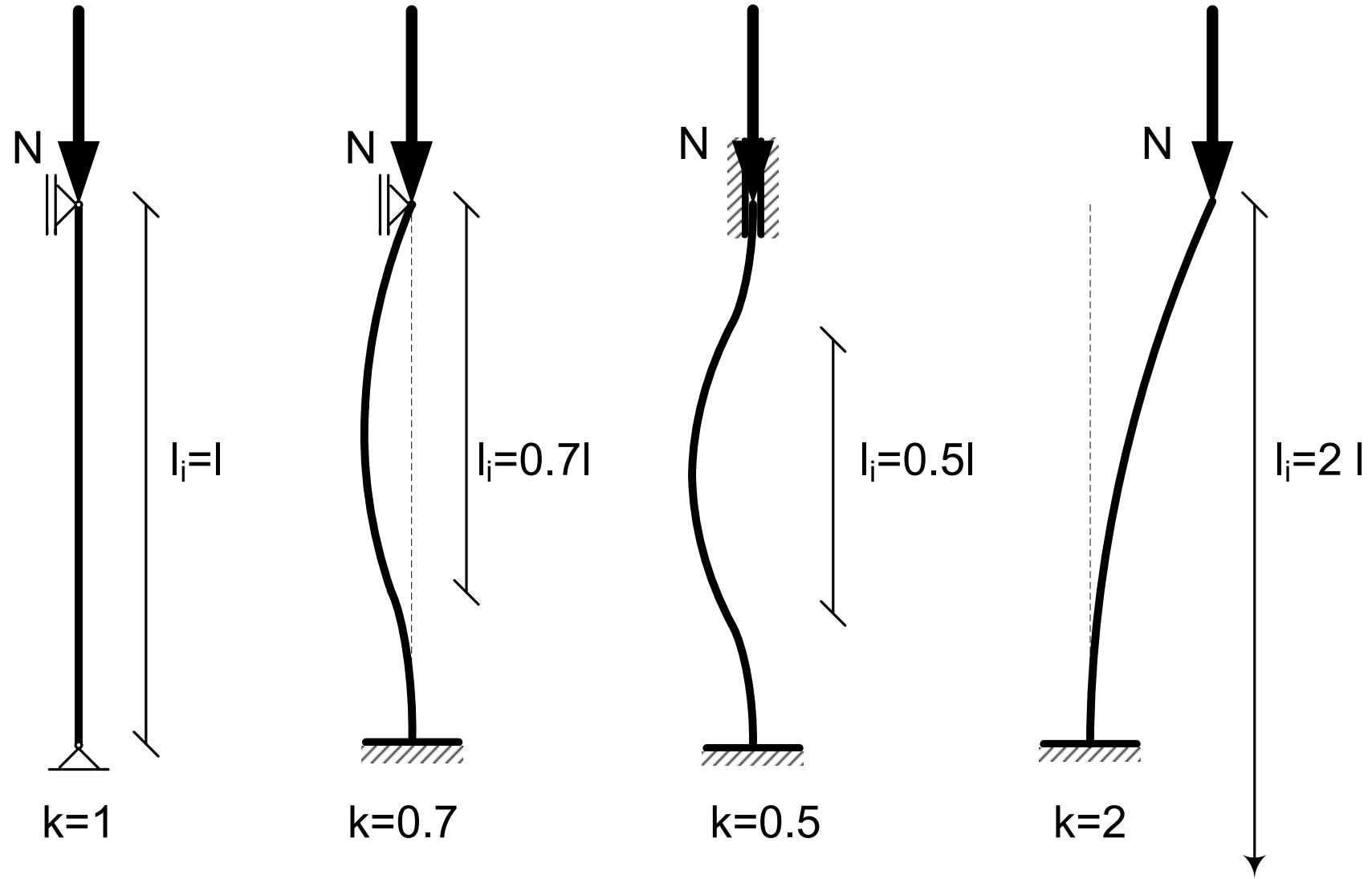
- uticaj normalne sile pritiska na stanje naprezanja i deformacija elementa koji je istovremeno savijan poprečnim opterećenjem,
- određivanje "kritične sile" pri kojoj dolazi do gubitka stabilnosti elementa, bez obzira na poprečno opterećenje.

STEPEN VITKOSTI se određuje preko VITKOSTI

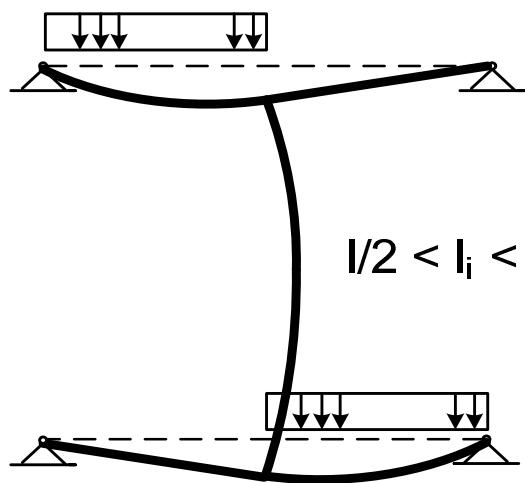
$$\lambda = \frac{l_i}{i_b} \quad , \text{ gde je } l_i - \text{efektivna dužina izvijanja.}$$

Za centrično pritisnute stubove Ojler je dao rešenja za određivanje kritičnih sila u obliku:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(k \cdot l)^2} \quad l_i = k \cdot l$$

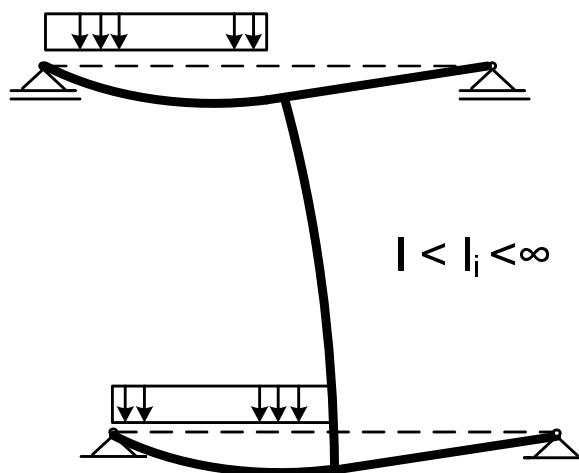


Nepomerljivi

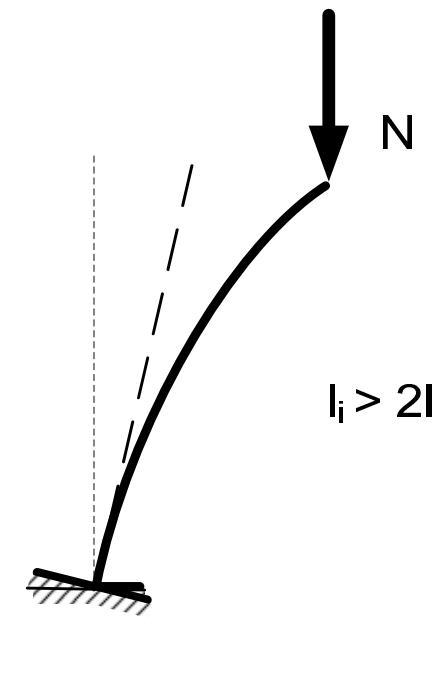


$$1/2 < k < 1$$

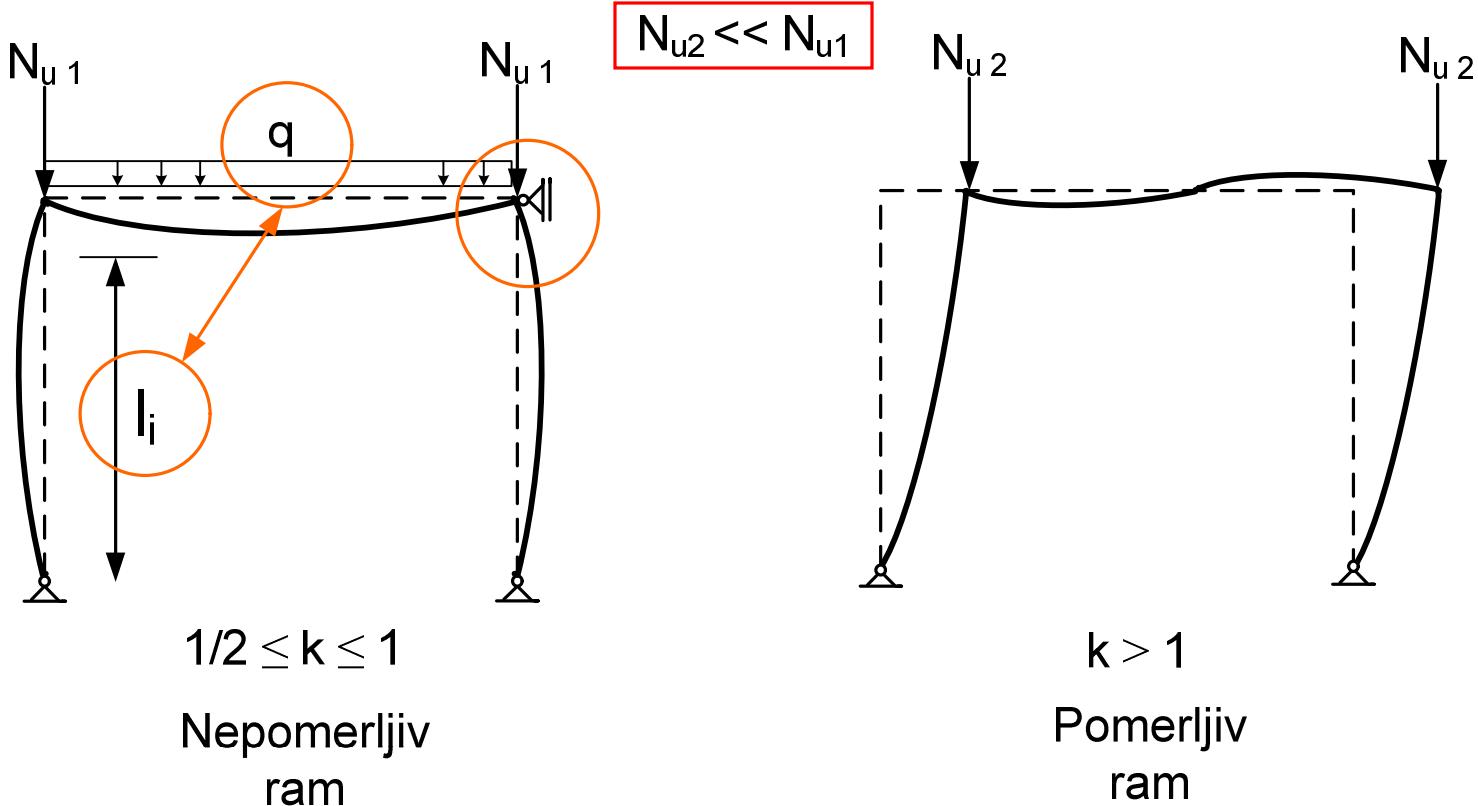
Pomerljivi



$$1 < k < \infty$$



# Dužina izvijanja stubova nepomerljivih i pomerljivih ramova



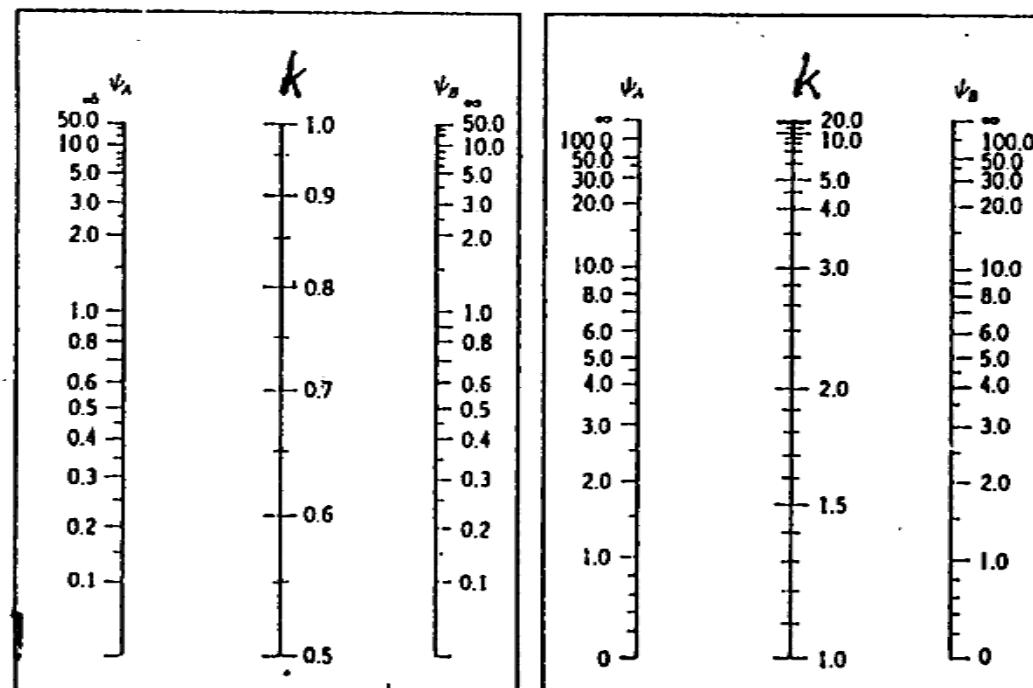
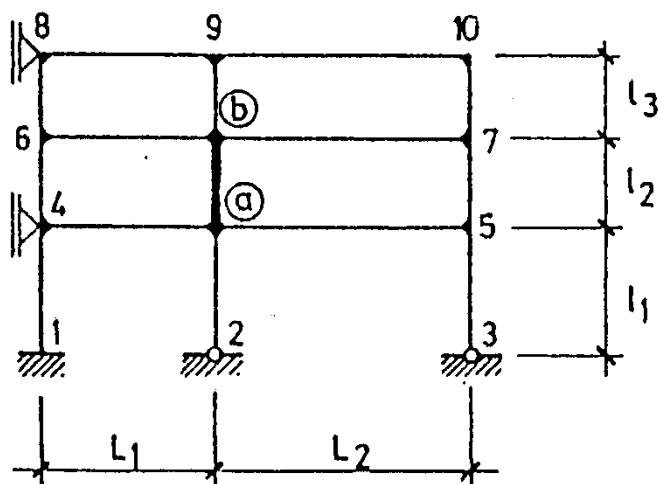
# Nomogram za određivanje faktora efektivne dužine izvijanja stubova (k) ramovske konstrukcije

$$\Psi_A = \frac{EI_{a2}/l_1 + EI_{ab}/l_2}{EI_{a4}/L_1 + EI_{a5}/L_2}$$

$$\Psi_B = \frac{EI_{b9}/l_3 + EI_{ab}/l_2}{EI_{b6}/L_1 + EI_{b7}/L_2}$$

$\Psi_1 = 0$  ("beskonačno kruta rigla")

$\Psi_2 = \infty$  Zglobna veza



a) NEPOMERLJIVI SISTEMI

b) POMERLJIVI SISTEMI

## Proračun vitkih elemenata prema graničnoj nosivosti – EVROKOD EC2

- Efektivna dužina izvijanja  $l_i$  je dužina na kojoj se uzima u obzir dužina deformacione krive,
- Deformacije moraju da se računaju uzimajući u obzir uticaj prslina, nelinearno ponašanje materijala i tečenje betona,
- Uticaji II reda mogu da se zanemare kada su manji od 10% odgovarajućih uticaja I reda.

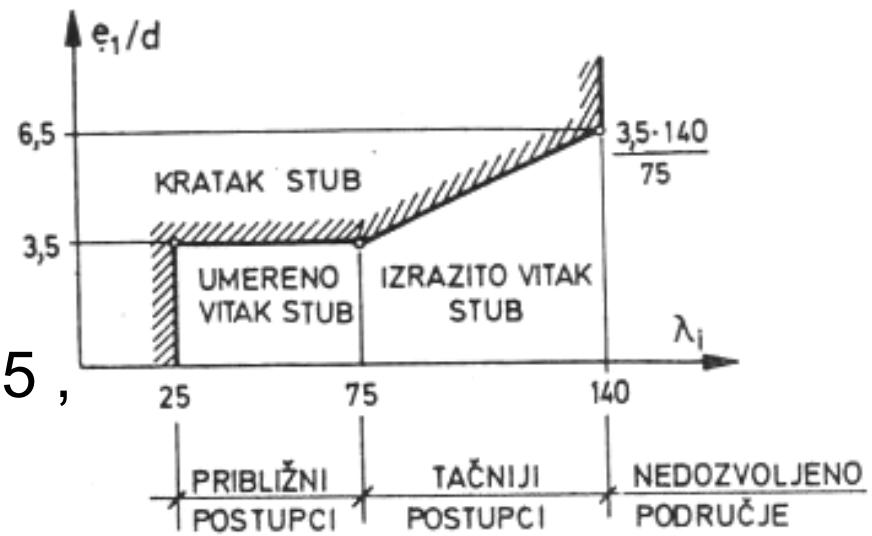
## Proračun vitkih elemenata prema graničnoj nosivosti – BAB 87

Od člana 103 do 109 pravilnika – analiza granične nosivosti AB sistema kada se uslovi ravnoteže spoljačnjih i unutrašnjih sila uspostavljaju na deformisanom sistemu uzimajući u obzir materijalnu nelinearnost i tečenje betona (skupljanje se zanemaruje).

Član 105 – provera stabilnosti

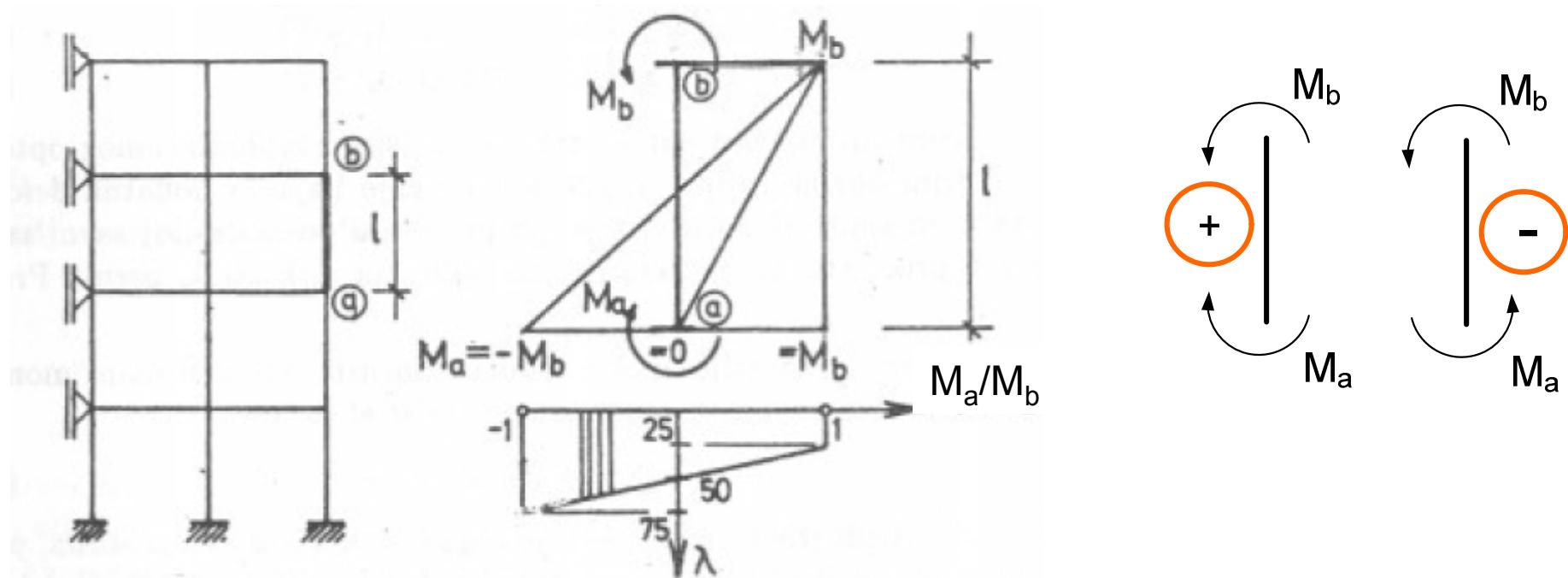
se ne vrši kada je:

- $\lambda_i \leq 25$
- $\lambda_i \leq 75$  i  $e / d \geq 3.5$ ,
- $\lambda_i > 75$  i  $e / d \geq 3.5 \cdot \lambda_i / 75$ ,



c.  $\lambda_i > 75$  i  $e/d \geq 3.5 \cdot \lambda_i / 75$ ,

d.  $\lambda_i \leq 50 - 25 \cdot M_a / M_b$ ;  $|M_b| \geq |M_a|$



Tečenje betona se zanemaruje kada je ispunjen bar jedan uslov:

- a.  $\lambda_i \leq 50$ ,
- b.  $e / d > 2$ ,
- c.  $N_g \leq 0.2 \cdot N_q$

Postupci proračuna:

- a.  $25 \leq \lambda_i \leq 75$  – umereno vitki stubovi → približni postupci proračuna i tečenje se zanemaruje,
- b.  $75 < \lambda_i \leq 140$  – izrazito vitki stubovi → teorija II reda,
- c.  $\lambda_i > 140$  ne dopušta se (izuzetno  $140 < \lambda_i \leq 200$  u fazi montaže – prolazna faza)

## Proračun vitkih elemenata prema graničnoj nosivosti – BAB 87

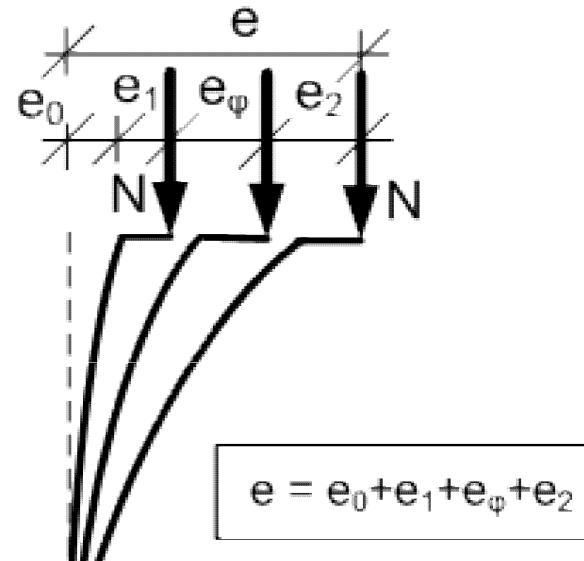
AB konstrukcije se dele na:

- a) nepomerljive,
- b) pomerljive.

Kriterijum: konstrukcija je praktično nepomerljiva kada elementi za ukrućenje prihvate 80 – 90% ukupnih horizontalnih dejstava bez većih horizontalnih deformacija.

- a) **Nepomerljivi sistemi** - algoritam preoračuna se zasniva na izdvajanju stuba iz konstrukcije → izolovani stub. Zatim se granični uticaji određuju u preseku preko ekscentriciteta normalne sile koji se definiše kao moguće odstupanje od vertikale (videti sledeću skicu):

- imperfekcije pri izvođenju ose stuba -  $e_0$
- povećanje ekscentriciteta usled vremenskih deformacija betona –  $e_\varphi$
- povećanje ekscentriciteta usled efekata II reda –  $e_2$



1.  $e_0$

- kod nepomerljivih sistema →
- kod pomerljivih sistema

$$tg\alpha = 1/150$$

$$tg\alpha = 1/200$$

$$e_0 = \frac{l_i}{300} \begin{cases} \geq 2cm \\ \leq 10cm \end{cases}$$

- jednospratni ramovi

- ostali

$$2. \quad e_1 = M/N$$

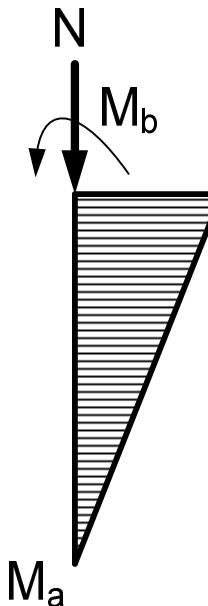
gde je:

$$e_1 = (0.65 \cdot M_b + 0.35 \cdot M_a) / N$$

ekscentricitet u srednjoj trećini dužine

izvijanja usled uticaja I reda

$$(e_1 = 0.6 \cdot M_b / N, \text{ za } M_a = 0)$$



$$|M_b| > |M_a|$$

$$3. \quad e_\phi$$

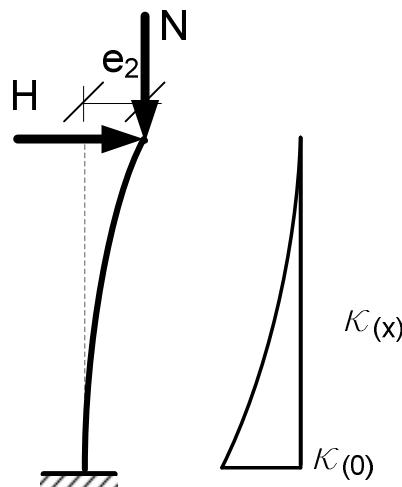
ekscentricitet u srednjoj trećini dužine izvijanja:

$$e_\phi = (e_{1g} + e_0) \cdot \left( e^{\frac{\alpha_E \cdot \varphi}{1 - \alpha_E}} - 1 \right)$$

$$\text{gde je:} \quad \alpha_E = \frac{N_g}{N_E} \quad \text{i} \quad N_E = E_b \cdot I_b \cdot \pi^2 / l_i^2$$

#### 4. $e_2$ povećanje ekscentriciteta usled efekata II reda

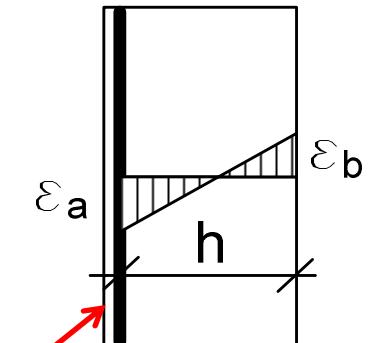
Stabilnost se analizira na osnovu pomeranja vrha konzolnog stuba za veličinu  $e_2$  koja se dobija integracijom krivine:



$$e_2 = \int_l \bar{M}_{(x)} \frac{M_{(x)}}{E_b J_{(x)}} \cdot dx = \int_l \bar{M}_{(x)} \cdot \kappa_{(x)} \cdot dx$$

krivina:  $\kappa_{(x)} = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{h} \cdot dx$

zavisi od  $M$ ,  $N$  ali i armature!



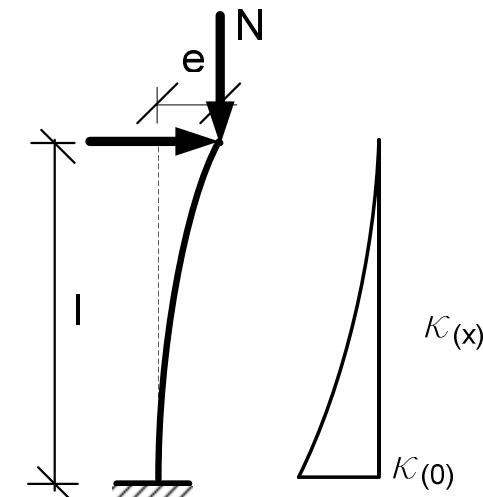
Za određivanje  $e_2$  može se koristiti približni postupak proračuna prema EC2, nazvan "metoda nominalne krivine", koji se primenjuje za izdvojene stubove nepomerljivih ramova sa  $N=\text{const.}$  i za vitkosti  $\lambda_i \leq 140$ .

Konačan oblik deformisane ose vitkog stuba pod dejstvom ukupnih graničnih uticaja I i II reda, aproksimira se sinusnom funkcijom.

Kako je izdvojeni stub konzolni, najveći momenti i I i II reda su u uklještenju.

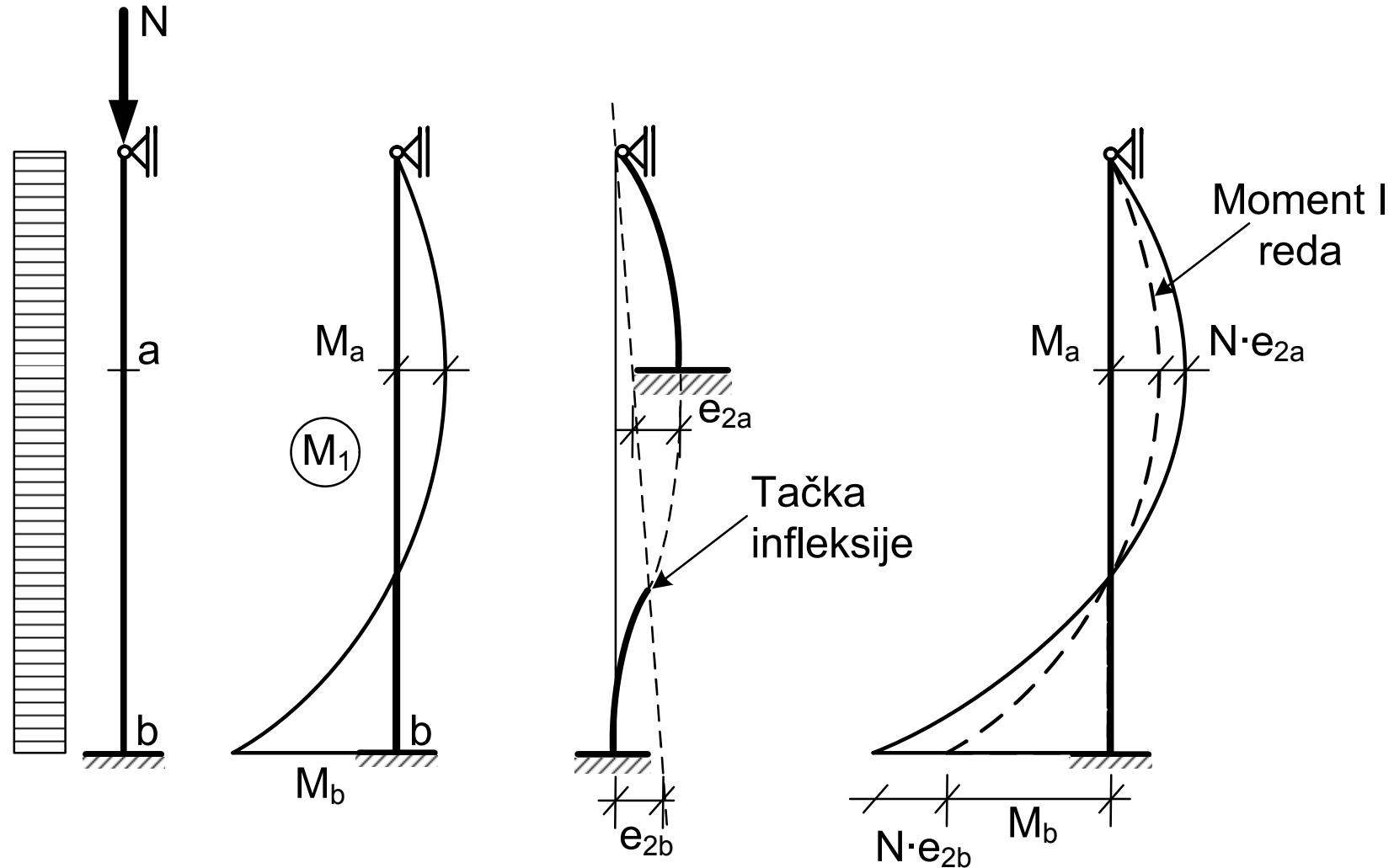
Pomeranje vrha konzolnog stuba može se aproksimirati u funkciji krivine u uklještenju ( $\kappa_0$ ) kao:

$$e_2 = 0.4 \cdot \kappa_{(0)} \cdot l^2 = 0.1 \cdot \kappa_{(0)} \cdot l_i^2$$

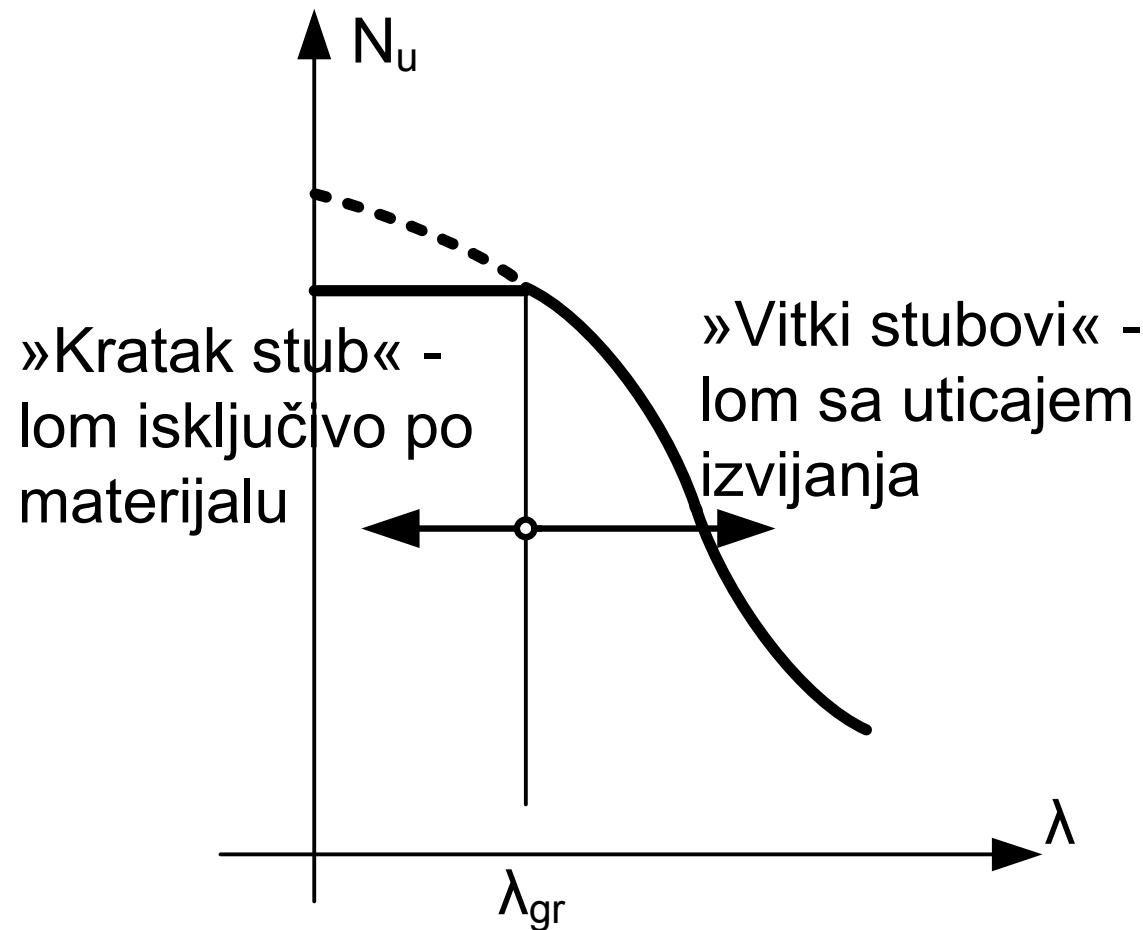


gde su:  $l_i = 2 \cdot l$        $\kappa_{(0)} = \frac{1}{r_{(0)}} = \frac{\varepsilon_y}{0.45 \cdot h}$        $\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_a}$

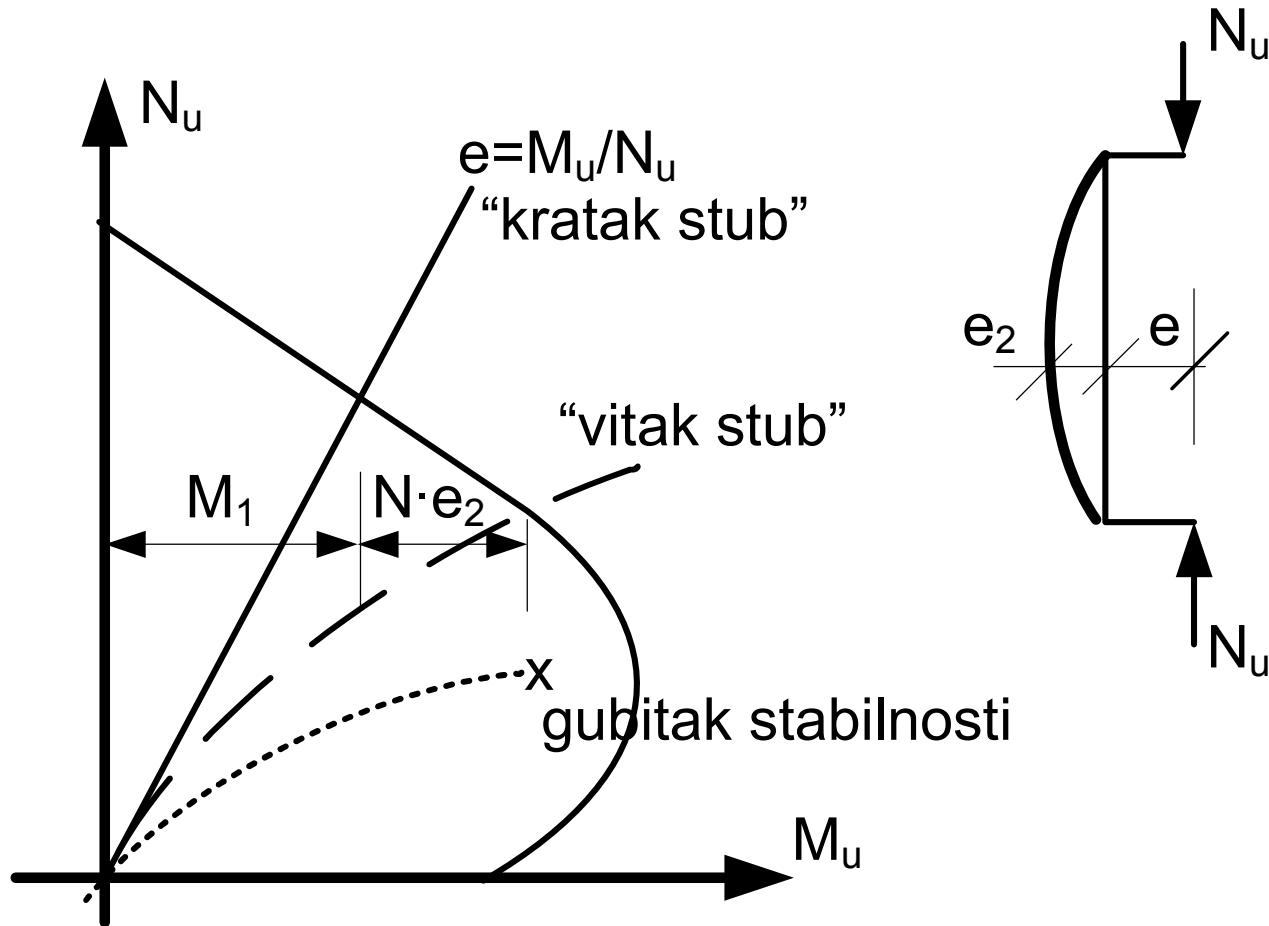
Primer – za statički neodređen štap deformacija ose može da se opiše sa konzolnim stubovima:



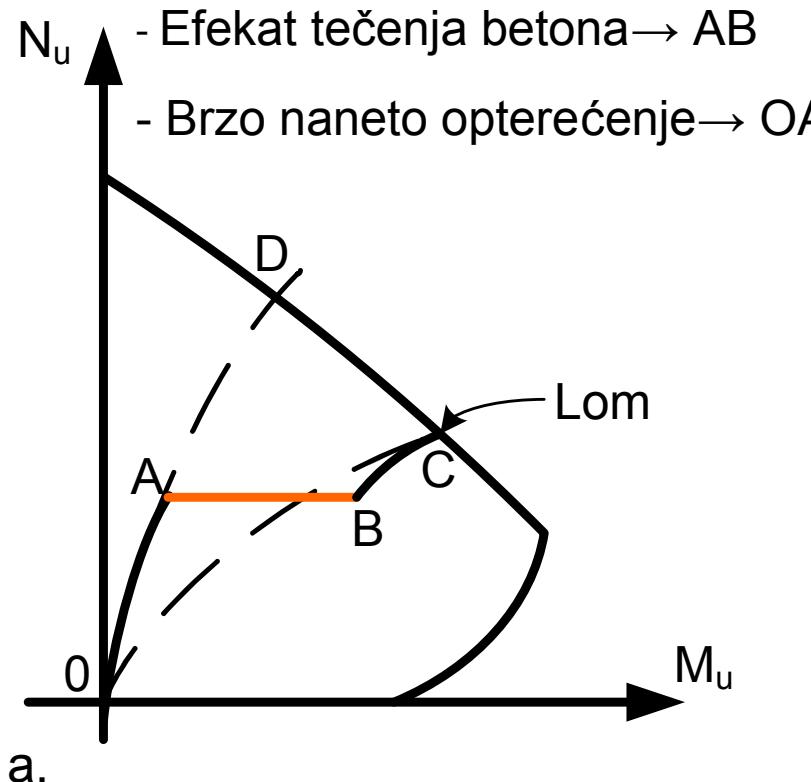
## Uticaj vitkosti $\lambda$ na veličinu granične sile pritiska centrično opterećenog stuba



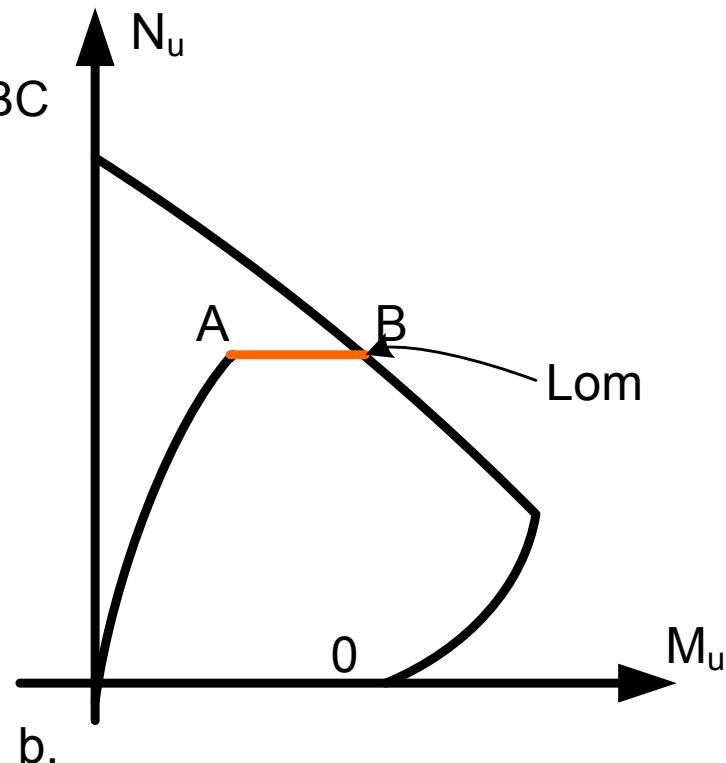
## Dijagram interakcije kratkog i vitkog ekscentrično pritisnutog stuba



# Uticaj tečenja betona na lom stuba pod dejstvom stalnog opterećenja



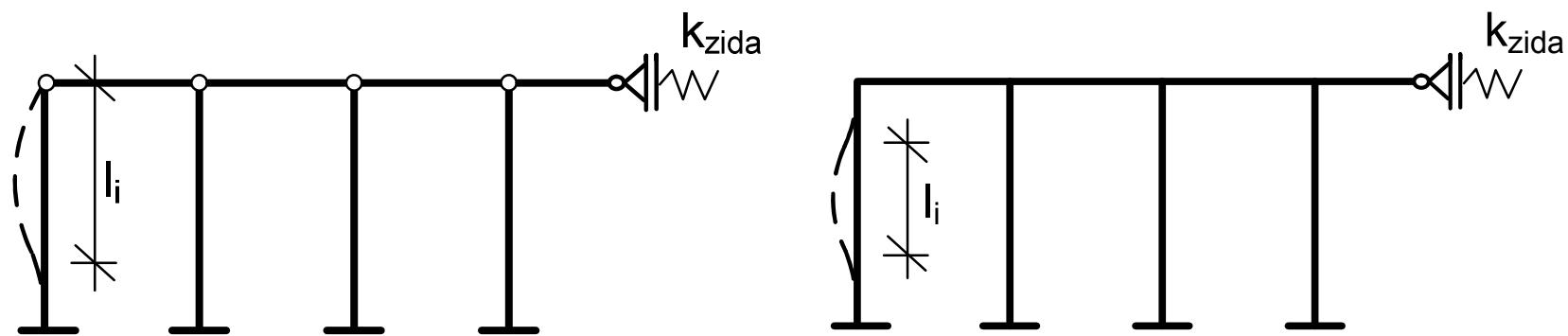
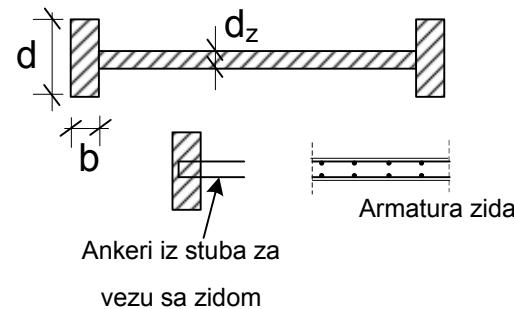
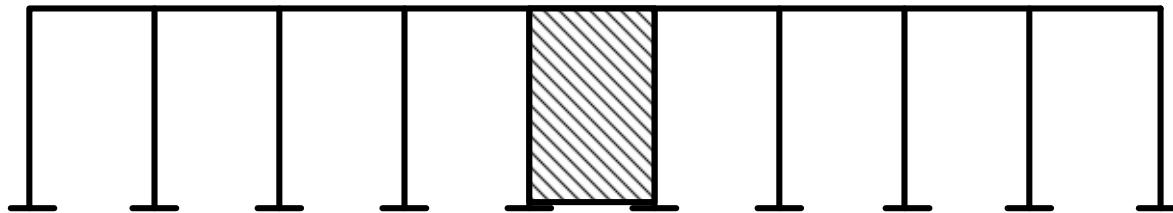
Istorija opterećenja:  
brzo – dugotrajno – brzo



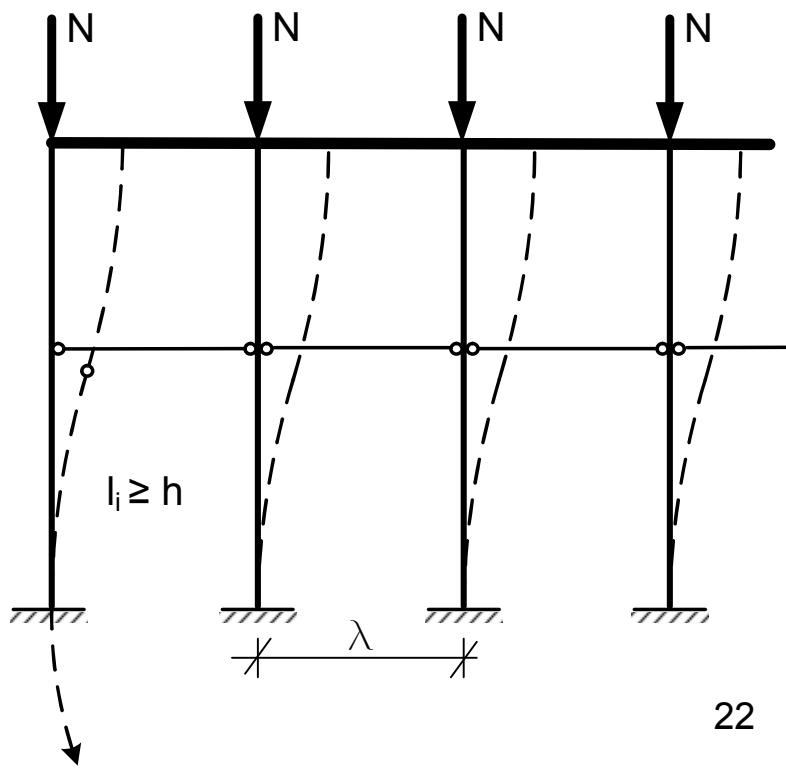
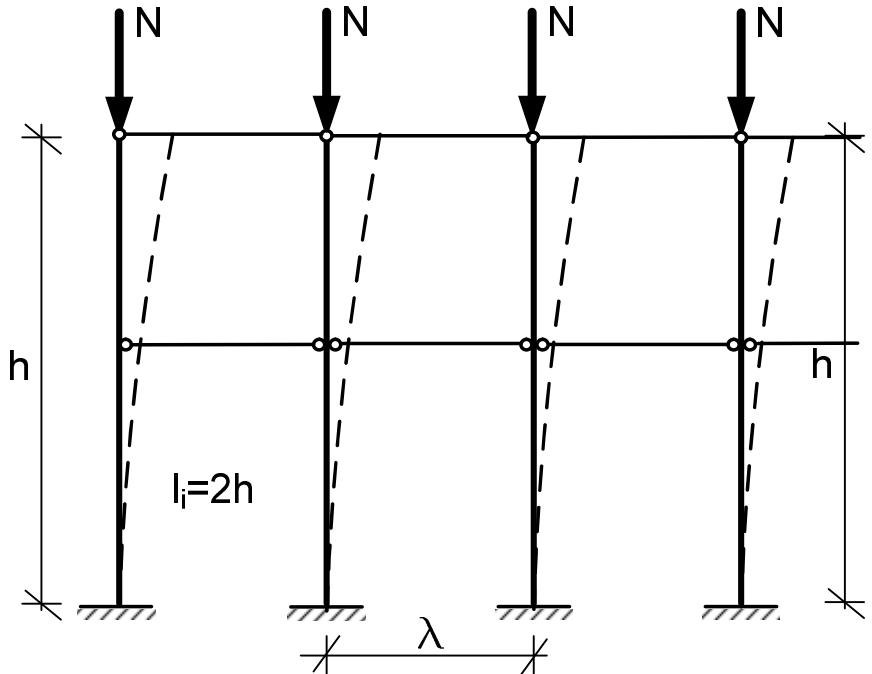
Lom vitkog stuba usled  
tečenja betona

## Hale sa ukrućenjima

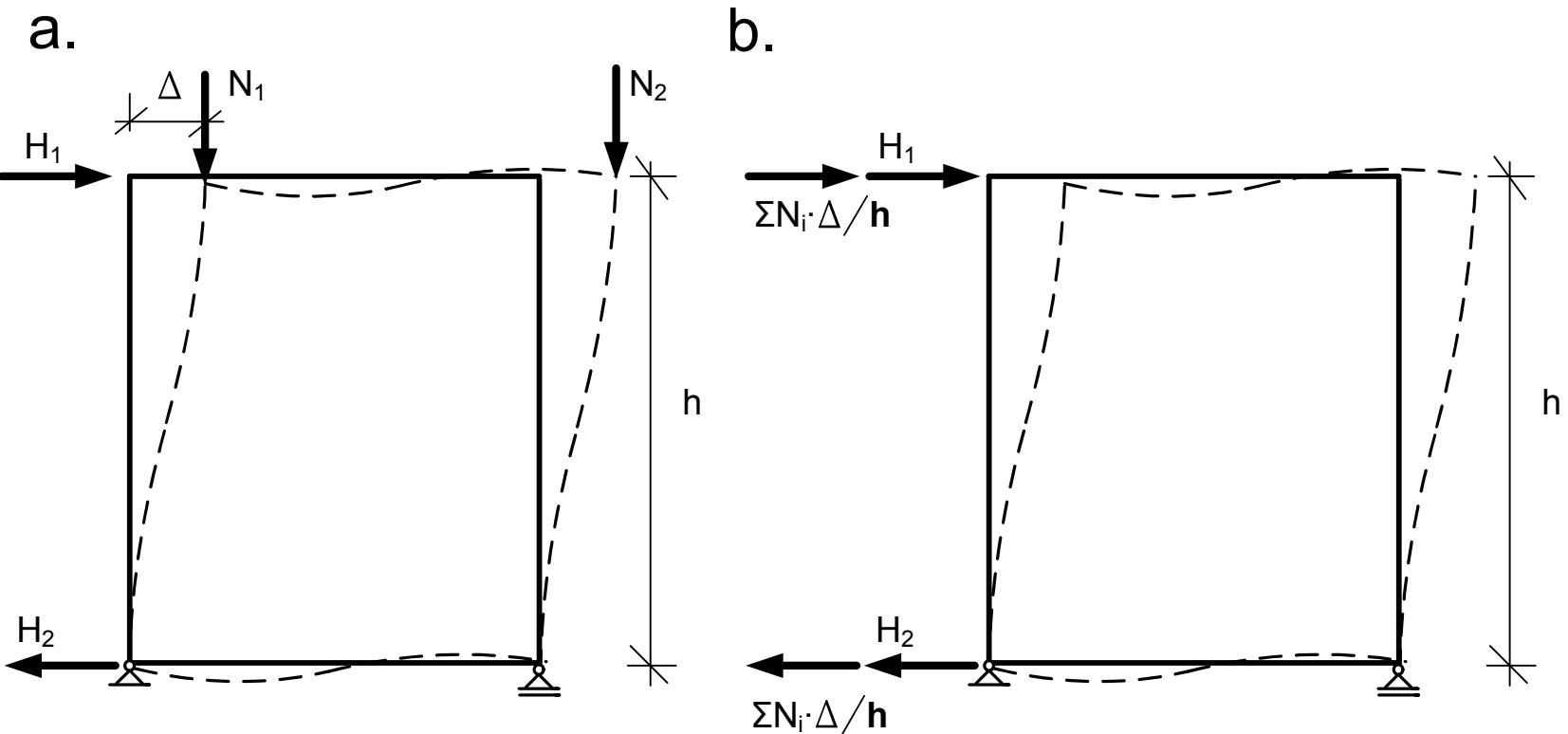
N - malo!  $\rightarrow$  veza sa stubovima  
 $M$



## b) Pomerljivi sistemi -



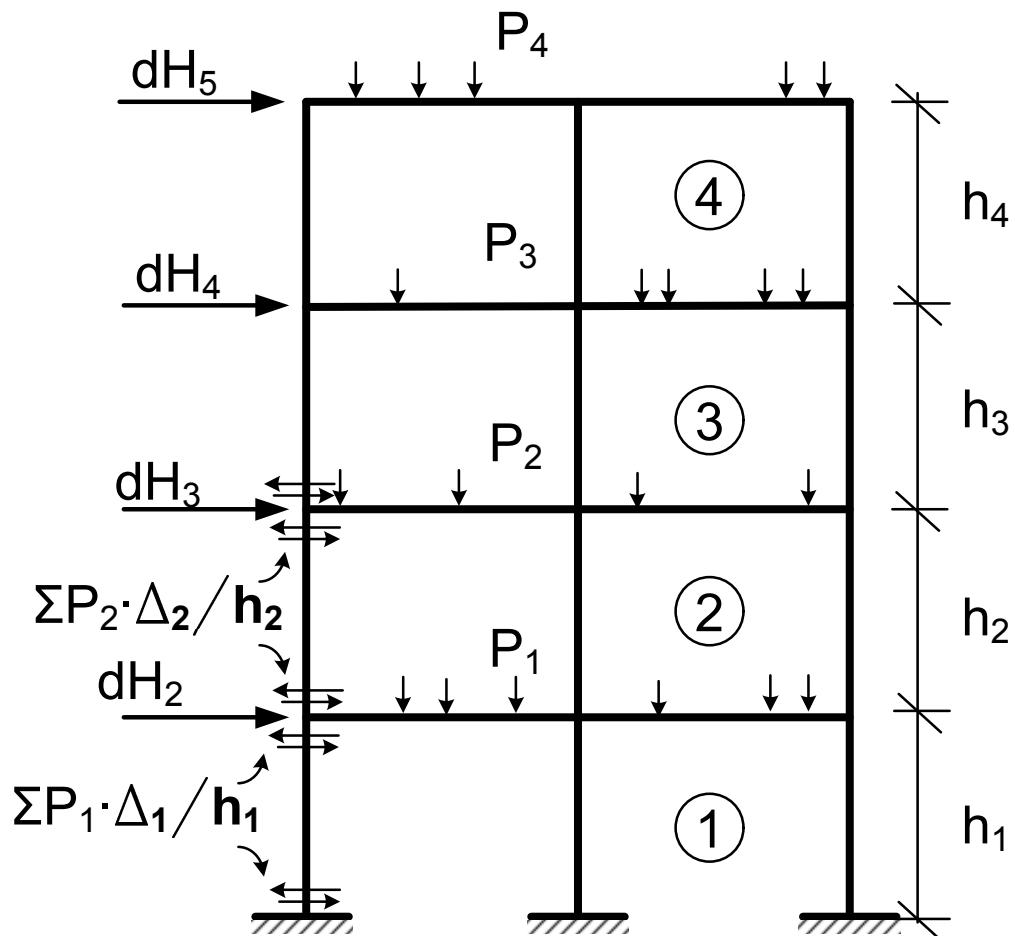
# Približna analiza pomerljivih ramova



$H$  - spoljašnje horizontalno opterećenje;

$\Delta$  – pomeranje od sila  $H$

$\sum N_i \Delta$  – dodatne horizontalne sile kao uticaji II reda

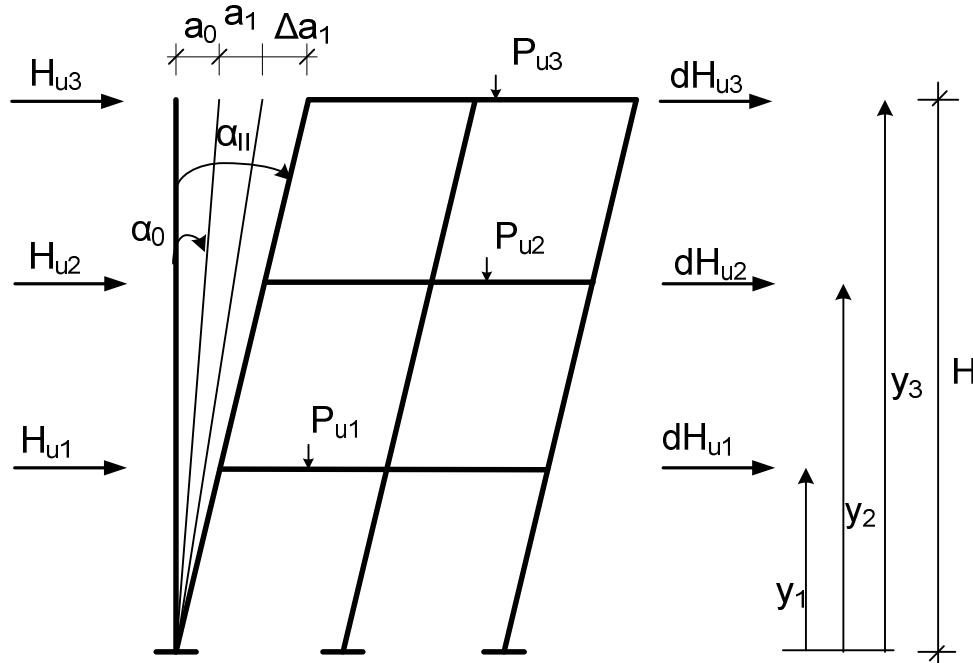


Fiktivne sile:

$$dH_2 = \Sigma P_1 \cdot \Delta_1 / h_1 - \Sigma P_2 \cdot \Delta_2 / h_2$$

Uticaji II reda mogu se približno sračunati kada se u nivou svake tavanice dodaju horizontalne fiktivne sile, a zatim sračunaju uticaji u presecima za vertikalno i ukupno horizontalno dejstvo (uključujući i fiktivne sile)

## Približna metoda proračuna EVROPSKOG KOMITETA ZA BETON pomoću modifikovanih fiktivnih sila i prepostavljene deformacije rama



$a_0$  – početna imperfekcija  
( $\operatorname{tg}\alpha_0 = 1/200$ )

$a_1$  – pomeranje vrha rama od dejstva spoljašnjih graničnih sila I reda ( $H_{ui}$ )

$\Delta a_1$  - pomeranje vrha rama od dejstva fiktivnih sila ( $dH_i$ )

$\alpha_{II}$  - ukupan nagib rama u odnosu na vertikalu

Ukupne spratne modifikovane sile su:  $H_{ui,m} = H_{ui} + dH_{ui} = H_{ui} + \alpha_{II} \cdot P_{ui}$

$$\text{gde je: } \alpha_{II} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_0) + a_1 / H}{1 - \frac{a_1}{H} \cdot \sum_i^i \frac{P_{ui} \cdot y_i}{\sum_i H_{ui} \cdot y_i}}$$

U proračunu važi prepostavka da su pomeranja vrha rama od fiktivnih sila proporcionalna pomeranjima od spoljašnjih horizontalnih sila

Primer jako opterećenog stuba visoke hale, koji je zbog velike vitkosti projektovan kao "Virendel" sistem – ivični i srednji stubovi hale

