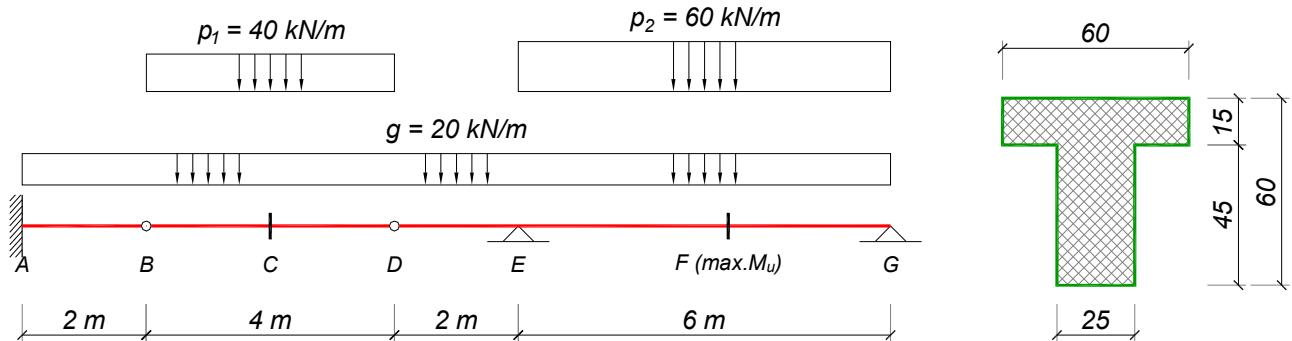
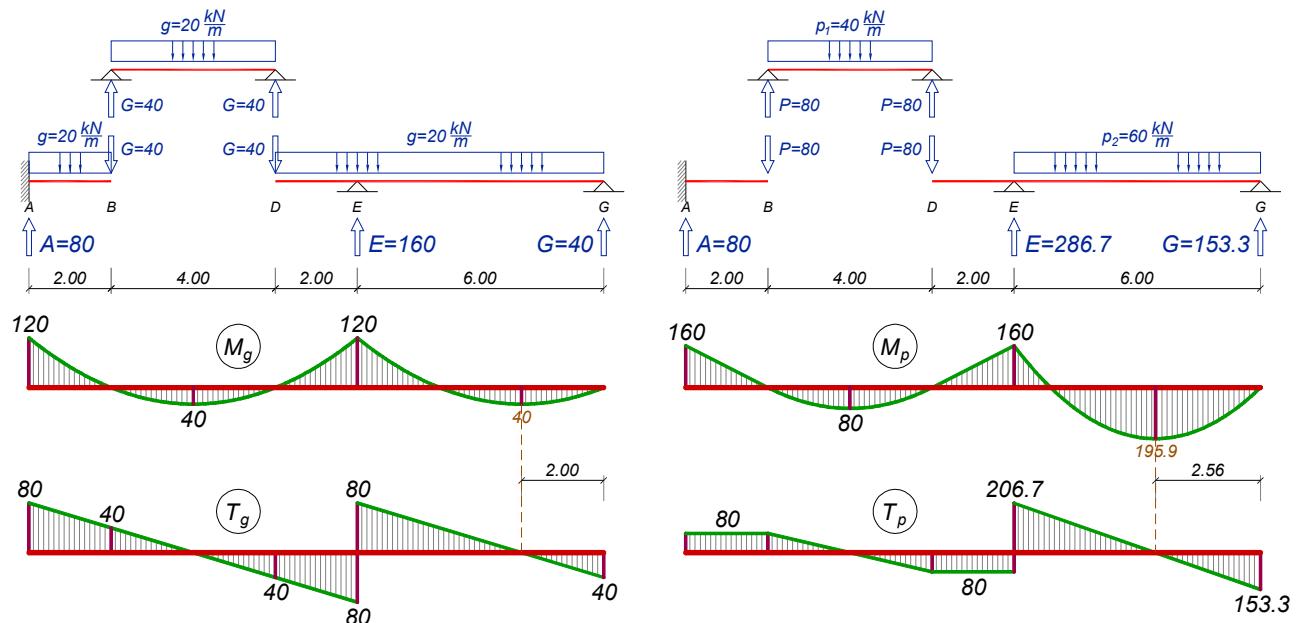


20 Nacrtati dijagrame presečnih sila za nosač čiji su statički sistem i opterećenje prikazani na skici. Opterećenja p_1 i p_2 deluju istovremeno. Dimenzionisati nosač u karakterističnim presecima prema M i T. Obezbediti u svim presecima $\varepsilon_{a1} \geq 7\%$.



Za usvojeni raspored armature u preseku F sračunati napone u betonu i armaturi ($t=0$). Proračunom obuhvatiti samo zadato opterećenje. Kvalitet materijala: MB 25, RA 400/500.

DIJAGRAMI PRESEČNIH SILA



DIMENZIONISANJE PREMA MOMENTIMA SAVIJANJA

preseci A, E – gornja zona

$$M_u = 1.6 \times 120 + 1.8 \times 160 = 480 \text{ kNm}$$

$$\text{MB 25} \Rightarrow f_B = 17.25 \text{ MPa} = 1.725 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{pretp. } a_1 = 7.5 \text{ cm} \Rightarrow b/d/h = 25/60/52.5 \text{ cm}$$

$$k = \frac{52.5}{\sqrt{\frac{480 \times 10^2}{25 \times 1.725}}} = 1.574 \Rightarrow \varepsilon_a < 7.0\% \Rightarrow A_{a2} > 0^1$$

¹ Uslovom zadatka je zahtevano $\varepsilon_{a1} \geq 7\%$. Kada je dimenzija preseka zadata, ovaj uslov je moguće zadovoljiti "dvostrukim" armiranjem (u opštem slučaju, tako se obezbeđuje $\varepsilon_{a1} \geq 3\%$).

$$usv. \varepsilon_{a1}^* = 7\% \Rightarrow k^* = 2.074 ; \bar{\mu}^* = 26.984\%$$

$$\Delta M_u = 480 - 276.3 = 203.7 \text{ kNm} \Rightarrow A_{a2} = \frac{203.7 \times 10^2}{(52.5 - 5) \times 40} = 10.72 \text{ cm}^2$$

$$A_{a1} = 26.984 \times \frac{25 \times 52.5}{100} \times \frac{1.725}{40} + 10.72 = 26.00 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **6RØ25** (29.45 cm^2) – gornja zona

3RØ25 (14.73 cm^2) – donja zona

presek F – donja zona

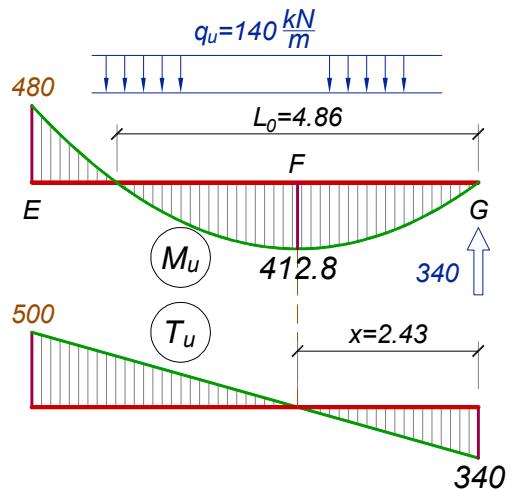
$$q_u = 1.6 \times 20 + 1.8 \times 60 = 140 \text{ kN/m}$$

$$G_u = 1.6 \times 40 + 1.8 \times 153.3 = 340 \text{ kN}$$

$$x = \frac{G_u}{q_u} = \frac{340}{140} = 2.43 \text{ m}$$

$$M_{u,max} = 340 \times 2.43 - \frac{140 \times 2.43^2}{2} = 412.8 \text{ kNm}$$

$$B = \min \left\{ \begin{array}{l} 25 + 20 \times 15 = 325 \\ 25 + 486 / 4 = 146 \\ B = 60 \end{array} \right\} = 60 \text{ cm}$$



Pretpostavlja se da se neutralna linija nalazi u ploči:

$$pretp. a_1 = 7 \text{ cm} \Rightarrow b/d/h = 60/60/53 \text{ cm}$$

$$k = \frac{53}{\sqrt{\frac{412.8 \times 10^2}{60 \times 1.725}}} = 2.629 \Rightarrow \varepsilon_b / \varepsilon_a = 2.666 / 10\% ; s = 0.211 ; \bar{\mu} = 15.787\%$$

$$x = s \times h = 0.211 \times 53 = 11.1 \text{ cm} < d_p = 15 \text{ cm}$$

Uslov $\varepsilon_{a1} \geq 7\%$ je zadovoljen, a pretpostavka o položaju neutralne linije je tačna, pa sledi:

$$A_a = 15.787 \times \frac{60 \times 53}{100} \times \frac{1.725}{40} = 21.45 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **5RØ25** (24.54 cm^2)

presek C – donja zona

$$M_u = 1.6 \times 40 + 1.8 \times 80 = 208 \text{ kNm}$$

$$pretp. a_1 = 4.5 \text{ cm} \Rightarrow b/d/h = 60/60/55.5 \text{ cm}$$

$$k = \frac{55.5}{\sqrt{\frac{208 \times 10^2}{60 \times 1.725}}} = 3.915 \Rightarrow \varepsilon_b / \varepsilon_a = 1.432 / 10\% ; s = 0.125 ; \bar{\mu} = 6.831\%$$

$$x = s \times h = 0.125 \times 55.5 = 7.0 \text{ cm} < d_p = 15 \text{ cm}$$

Uslov $\varepsilon_{a1} \geq 7\%$ je zadovoljen, a pretpostavka o položaju neutralne linije je tačna. Doduše, ove pretpostavke su sigurno zadovoljene, jer je presek iste geometrije kao F, dok je moment savijanja manji (pri manjem momentu savijanja neutralna linija se približava pritisnutoj ivici, pa uslov formalno ne mora da se ispituje). Sledi:

$$A_a = 6.831 \times \frac{60 \times 55.5}{100} \times \frac{1.725}{40} = 9.81 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **2RØ25** (9.82 cm^2)

KONTROLA GLAVNIH NAPONA ZATEZANJA

$$\text{MB } 25 \Rightarrow \tau_r = 0.95 \text{ MPa} = 0.095 \text{ kN/cm}^2$$

usvojeno duž čitavog raspona: $z \approx 0.9 \times 52.5 = 47.3 \text{ cm} = \text{const.}$

deo E-G

$$T_u^{E,\text{levo}} = 1.6 \times 80 + 1.8 \times 206.7 = 500 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^{E,\text{levo}} = \frac{500}{25 \times 47.3} = 0.423 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \begin{cases} > \tau_r = 0.95 \text{ MPa} \\ < 5\tau_r \end{cases}$$

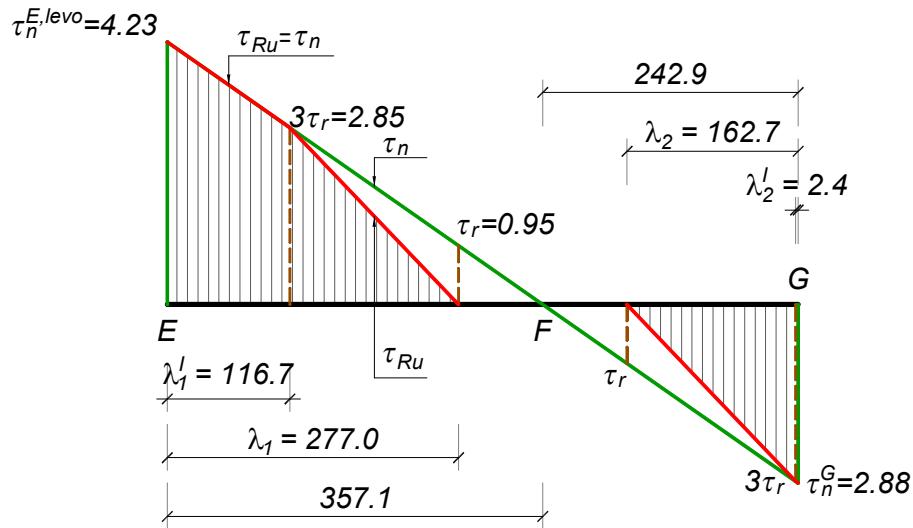
$$T_u^G = 1.6 \times 40 + 1.8 \times 153.3 = 340 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^G = \frac{340}{25 \times 47.3} = 0.288 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \begin{cases} > \tau_r \\ < 5\tau_r \end{cases}$$

Položaj preseka F ($M_{u,\text{max.}}$) je ranije određen. Dužine osiguranja:

$$\lambda_1 = 357.1 \times \left(1 - \frac{0.95}{4.23}\right) = 277.0 \text{ cm} ; \lambda_2 = 242.9 \times \left(1 - \frac{0.95}{2.88}\right) = 162.7 \text{ cm}$$

Kako je i u preseku E^{levo} i G prekoračen napon $3\tau_r$, sledi:

$$\tau_{Ru}^{E,\text{levo}} = \tau_n^{E,\text{levo}} = 4.23 \text{ MPa} ; \tau_{Ru}^G = \tau_n^G = 2.88 \text{ MPa}$$



Međutim, u zonama na kojima nije prekoračen napon $3\tau_r$, potrebno je izvršiti odgovarajuću redukciju i obavezno nacrtati dijagram napona τ_{Ru} (crvena linija). Potrebno je odrediti dužine na kojima je prekoračen napon $3\tau_r$:

$$\lambda'_1 = 357.1 \times \left(1 - \frac{3 \times 0.95}{4.23}\right) = 116.7 \text{ cm} ; \lambda'_2 = 242.9 \times \left(1 - \frac{3 \times 0.95}{2.88}\right) = 2.4 \text{ cm}$$

Osiguranje armaturom se, kad god je moguće, vrši postavljanjem vertikalnih uzengija:

usvojeno: $m = 2$; $\alpha = 90^\circ$; $\theta = 45^\circ$:

$$e_u = \frac{m \times a_u^{(1)}}{b \times \tau_{Ru}} \times (\cos \alpha + \sin \alpha \times \cot \theta) \times \sigma_v = \frac{2 \times 40}{25 \times 0.423} \times (0 + 1 \times 1) \times a_u^{(1)} = 7.56 \times a_u^{(1)}$$

pretp. $UR\varnothing 12 \Rightarrow e_u = 7.56 \times 1.13 \text{ cm} = 8.55 \text{ cm}$

usvojeno: **$UR\varnothing 12/7.5$ (m=2)**

$\Delta A_a = 0$ ("špic" momenta)

Korišćenje uzengija najvećeg mogućeg prečnika (član 145 PBAB 87), na minimalno mogućem rastojanju, na relativno velikoj dužini osiguranja ($\lambda = 277 \text{ cm}$), svakako nije najrazumno rešenje. Sečnost uzengija se ne može povećati, s obzirom na širinu rebra preseka, tako da ostaje mogućnost da se razmak uzengija postepeno povećava, u skladu sa promenom napona τ_{Ru} , ili da se primene i koso povijeni profili. Ovo rešenje će biti prikazano kao varijantno rešenje, nakon usvajanja uzengija na delu G-F:

$$e_u^{G-F} = \frac{2 \times 40}{25 \times 0.288} \times (0 + 1 \times 1) \times a_u^{(1)} = 11.12 \times a_u^{(1)}$$

pretp. $UR\varnothing 12 \Rightarrow e_u = 11.12 \times 1.13 \text{ cm} = 12.57 \text{ cm}$

usvojeno: **$UR\varnothing 12/12.5$ (m=2)**

$$\Delta A_a = \frac{T_{mu}}{2 \times \sigma_v} \times (\cot \theta - \cot \alpha) = \frac{340}{2 \times 40} \times (1 - 0) = 4.25 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **$2R\varnothing 25$ (9.82 cm^2)**

Varijanta sa koso povijenim profilima na delu E-F:

Na čitavoj dužini osiguranja su usvojene dvosečne vertikalne uzengije $UR\varnothing 12/12.5 \text{ cm}$ (kao na delu G-F). Nosivost usvojenih uzengija:

$$\tau_{u,u} = \frac{2 \times 1.13}{25 \times 12.5} \times 40 \times (0 + 1 \times 1) = 0.290 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

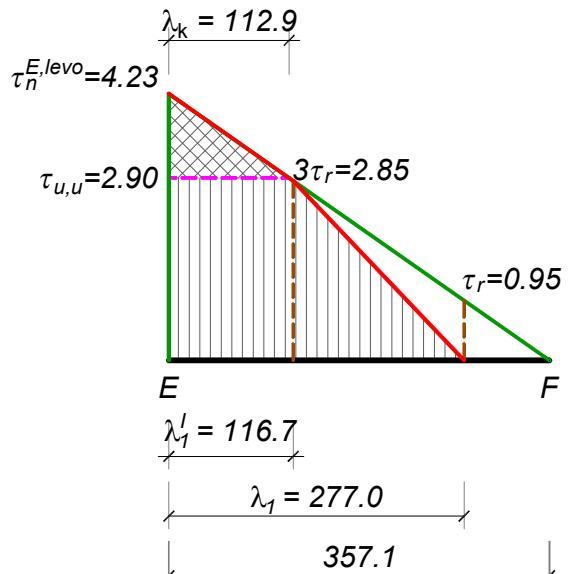
Potrebno je naći dužinu na kojoj je napon τ_{Ru} veći od sračunatog $\tau_{u,u}$ (oblast šrafirana ukrštenom šrafurom). Kako je $\tau_{u,u} > 3\tau_r$, tražena dužina λ_k se dobija kao:

$$\lambda_k = 357.1 \times \left(1 - \frac{2.9}{4.23}\right) = 112.9 \text{ cm}$$

$$H_{vu,k} = \frac{0.423 - 0.29}{2} \times 112.9 \times 25 = 188.7 \text{ kN}$$

$$\alpha_k = 45^\circ \Rightarrow A_{ak} = \frac{188.7}{40 \times \sqrt{2}} = 3.34 \text{ cm}^2$$

usvojeno: **$1R\varnothing 25$ (4.91 cm^2)**



deo A-B, D-E

$$T_u^A = 1.6 \times 80 + 1.8 \times 80 = 272 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^A = \frac{272}{25 \times 47.3} = 0.230 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$T_u^B = 1.6 \times 40 + 1.8 \times 80 = 208 \text{ kN} \Rightarrow \tau_n^B = \frac{208}{25 \times 47.3} = 0.176 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Kako je na čitavom delu A-B prekoračen napon τ_r , dužina osiguranja je $\lambda = 2.0 \text{ m}$.

$$\tau_{Ru}^A = 1.5 \times (0.230 - 0.095) = 0.203 \text{ kN/cm}^2$$

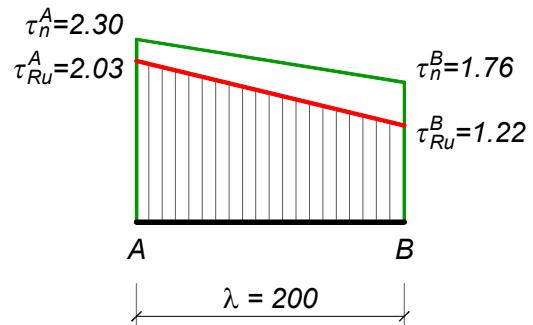
$$\tau_{Ru}^B = 1.5 \times (0.176 - 0.095) = 0.122 \text{ kN/cm}^2$$

$$e_u^{A-B} = \frac{2 \times 40}{25 \times 0.203} \times (0 + 1 \times 1) \times a_u^{(1)} = 15.8 \times a_u^{(1)}$$

$$UR\varnothing 10 \Rightarrow e_y = 15.8 \times 0.79 \text{ cm} = 12.5 \text{ cm}$$

usvojeno: URØ10/12.5 (m=2)

$$\Delta A_a = 0 \text{ ("špic" momenta)}$$



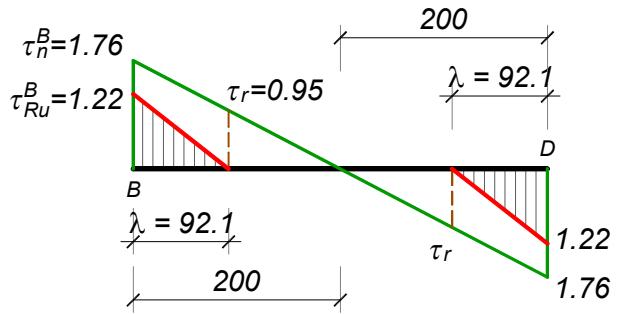
deo B-D

$$T_u^B = 208 \text{ kN} \implies \tau_n^B = 0.176 \text{ kN/cm}^2$$

$$\lambda = 200 \times \left(1 - \frac{0.95}{1.76}\right) = 92.1\text{cm}$$

$$\tau_{Ru}^B = 0.122 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{vidi deo A-B})$$

$$e_u = \frac{2 \times 40}{25 \times 0.122} \times 0.785 = 20.7 \text{ cm}$$



usvojeno: **URØ10/20 (m=2)**

$$\Delta A_a = \frac{208}{2 \times 40} \times (1 - 0) = 2.60 \text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{usvojeno: } 2R\varnothing 25 \text{ (9.82 cm}^2\text{)}$$

PRORAČUN NAPONA U PRESEKU F

MB 25 \Rightarrow $E_b = 30 \text{ GPa}$ (čl. 52, BAB 87)

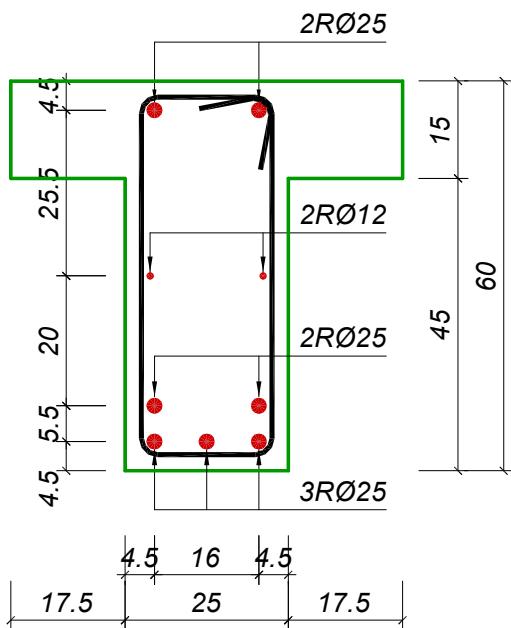
$$n = \frac{E_a}{E_h} = \frac{210}{30} = 7.0$$

$$A_{a1} = 24.54 \text{ cm}^2 (5R\varnothing 25)$$

$$a_1 = \frac{3 \times 4.5 + 2 \times 10}{5} = 6.7 \text{ cm}$$

$$h = 60 - 6.7 = 53.3 \text{ cm}$$

Pritisnuta je gornja ivica nosača, pa je oblik pritisnute zone preseka ili pravougaoni, širine **60 cm**, ili oblika T. Iz praktičnih razloga, pretpostavlja se da je neutralna linija u ploči.



$$\mu_1 = \frac{24.54}{60 \times 53.3} = 0.0077 = 0.77\% ; \quad \mu_2 = 0$$

$$s^2 + 2 \times 7.0 \times 0.0077 \times s - 2 \times 7.0 \times 0.0077 = 0 \Rightarrow s = 0.279$$

$$x = 0.279 \times 53.3 = 14.89 \text{ cm} < d_p = 15 \text{ cm}$$

Pretpostavka o položaju neutralne linije je dobra, pa se naponi proračunavaju kao za pravougaoni presek širine 60 cm:

$$J_{Ib} = \frac{s^2}{2} \times \left(1 - \frac{s}{3}\right) = \frac{0.279^2}{2} \times \left(1 - \frac{0.279}{3}\right) = 0.035$$

Potrebno je sračunati momente M_g i M_p u preseku F ($x=2.43 \text{ m}$ od oslonca G):

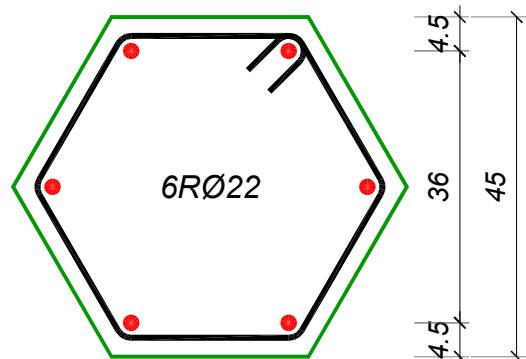
$$\left. \begin{aligned} M_g &= 40 \times 2.43 - \frac{20 \times 2.43^2}{2} = 48.6 \text{ kNm} \\ M_p &= 153.3 \times 2.43 - \frac{60 \times 2.43^2}{2} = 186.2 \text{ kNm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M = 48.6 + 186.2 = 234.8 \text{ kNm}$$

$$\sigma_b = \frac{M_a}{b \times h^2} \times \frac{s}{J_{Ib}} = \frac{234.8 \times 10^2}{60 \times 53.3^2} \times \frac{0.279}{0.035} = 1.09 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{10.9}{30 \times 10^3} = 0.363\%$$

$$\sigma_{a1} = 7.0 \times 10.9 \times \frac{1 - 0.279}{0.279} = 197.5 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{a1} = \frac{197.5}{210 \times 10^3} = 0.940\%$$

21

Stub preseka prema skici, opterećen je silom $N_G = 1200 \text{ kN}$ usled stalnog opterećenja. Odrediti koliku silu od povremenog opterećenja stub može prihvatići uz zadovoljenje propisanih koeficijenata sigurnosti. Uticaj izvijanja zanemariti. Sračunati napone u betonu i armaturi usled ukupnog (G+P) opterećenja (trenutak $t=0$). Kvalitet materijala: MB 25, RA 400/500.



ODREĐIVANJE SILE N_P

Normalna sila koju dati presek može prihvatići određena je izrazom:

$$N_u = A_b \times f_b + A_a \times \sigma_v$$

pri čemu su sve veličine s desne strane izraza poznate.

Dužina stranice preseka je:

$$a = h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{45}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 26.0 \text{ cm} \Rightarrow A_b = 6 \times \frac{26.0 \times 22.5}{2} = 1754 \text{ cm}^2$$

$$A_a = 22.80 \text{ cm}^2 (6RØ22) \Rightarrow N_u = 1754 \times 1.725 + 22.80 \times 40 = 3937 \text{ kN}$$

Granična računska sila usled spoljašnjeg opterećenja određena je izrazom:

$$N_u = \gamma_{u,G} \times N_G + \gamma_{u,P} \times N_P = 1.9 \times 1200 + 2.1 \times N_P \Rightarrow N_P = \frac{3937 - 1.9 \times 1200}{2.1} = 790 \text{ kN}$$

PRORAČUN NAPONA U BETONU I ARMATURI

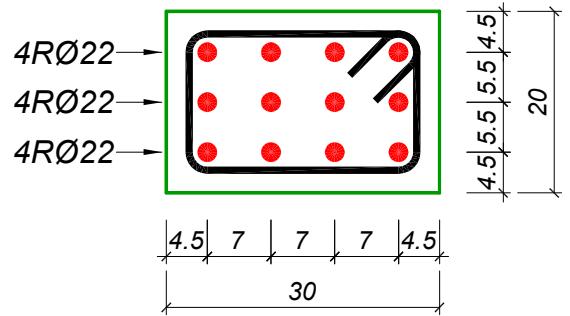
$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{210}{30} = 7 \Rightarrow A_i = A_b + n \times A_a = 1754 + 7.0 \times 22.80 = 1913 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{G + P}{A_i} = \frac{1200 + 790}{1913} = 1.04 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 10.4 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{10.4}{30 \times 10^3} = 0.35\%$$

$$\sigma_a = n \times \sigma_b = 7.0 \times 10.4 = 72.8 \text{ MPa}$$

22

Zatega preseka prema skici, opterećena je silom $Z_G=600 \text{ kN}$ usled stalnog opterećenja. Odrediti koliku silu usled povremennog opterećenja zatega može prihvatiti uz zadovoljenje propisanih koeficijenata sigurnosti. Odrediti srednje rastojanje i karakterističnu širinu prslina samo usled stalnog opterećenja ($t=0$). Kvalitet materijala: MB 25, RA 400/500.



$$A_a = 45.60 \text{ cm}^2 (12\varnothing 22) ; RA 400/500 \Rightarrow \sigma_v = 400 \text{ MPa} = 40 \text{ kN/cm}^2$$

$$Z_u = A_a \times \sigma_v = 45.60 \times 40 = 1824 \text{ kN}$$

$$Z_u = \gamma_{u,G} \times Z_G + \gamma_{u,P} \times Z_P = 1.6 \times 600 + 1.8 \times Z_P \Rightarrow Z_P = \frac{1824 - 1.6 \times 600}{1.8} = 480 \text{ kN}$$

ODREĐIVANJE ŠIRINE PRSLINA

$$MB 25 \Rightarrow f_{bzm} = 2.1 \text{ MPa} \Rightarrow f_{bz} = 0.7 \times f_{bzm} = 1.47 \text{ MPa} = 0.147 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_i = A_b + n \times A_a = 30 \times 20 + 7.0 \times 45.60 = 919 \text{ cm}^2$$

$$Z_r = 0.147 \times 919 = 135.1 \text{ kN} < Z_g = 600 \text{ kN} \Rightarrow \text{presek sa prslinom}$$

$$a_0 = a' - \varnothing/2 = 4.5 - 2.2/2 = 3.4 \text{ cm}$$

$$\varnothing = 22 \text{ mm} = 2.2 \text{ cm} ; e_{\varnothing} = 7.0 \text{ cm}$$

$$k_1 = 0.4 \text{ (RA 400/500)} ; k_2 = 0.25 \text{ (čisto zatezanje)}$$

$$A_{bz,ef} = A_b = 30 \times 20 = 600 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mu_{z,ef.} = \frac{A_a}{A_{bz,ef.}} = \frac{45.60}{600} = 0.076 = 7.6\%$$

$$I_{ps} = 2 \times \left(3.4 + \frac{7}{10} \right) + 0.4 \times 0.25 \times \frac{2.2}{0.076} = 11.1 \text{ cm}$$

$$\sigma_{a,G} = \frac{Z_G}{A_a} = \frac{600}{45.60} = 13.15 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 131.5 \text{ MPa} \Rightarrow \varepsilon_{a,G} = \frac{\sigma_{a,G}}{E_a} = \frac{131.5}{210 \times 10^3} = 0.626\%$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 1.0 \text{ (RA 400 / 500)} \\ \beta_2 = 1.0 \text{ (t = 0)} \end{array} \right\} \Rightarrow \zeta_a = 1 - 1.0 \times 1.0 \times \left(\frac{135.1}{600} \right)^2 = 0.984$$

$$a_{pk} = 1.7 \times \zeta_a \times \varepsilon_{a1} \times I_{ps} = 1.7 \times 0.984 \times 0.626 \times 10^{-3} \times 11.1 = 12 \times 10^{-3} \text{ cm} = 0.12 \text{ mm}$$

23 Dimenzionisati stub pravougaonog poprečnog preseka $b/d=25/60$ cm, opterećen momentom savijanja od veta $M_w = \pm 200$ kNm, i vertikalnom silom usled povremenog opterećenja $P = 1000$ kN. Uticaj sopstvene težine se može zanemariti, a vertikalno i horizontalno opterećenje ne moraju delovati istovremeno. Uticaj izvijanja se može zanemariti. Kvalitet materijala: MB 25, RA 400/500.

Sva potrebna objašnjenja data su u Primeru 10. Ovde su sračunate neophodne vrednosti.

$$\text{pretp. } a_1 = 6 \text{ cm} \Rightarrow a/d = 6 / 60 = 0.1$$

Kombinacija sa MINIMALNOM normalnom silom

$$M_u = \pm 1.8 \times 200 = \pm 360 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{360 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 1.725} = 0.232$$

$$N_u = 0 \quad \Rightarrow \quad n_u = 0$$

$$\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2 = 0.285 \Rightarrow A_{a1} = A_{a2} = 0.285 \times 25 \times 60 \times \frac{1.725}{40} = 18.42 \text{ cm}^2$$

Kombinacija sa MAKSIMALNOM normalnom silom

$$M_u = \pm 2.1 \times 200 = \pm 420 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad m_u = \frac{420 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 1.725} = 0.271$$

$$N_u = 2.1 \times 1000 = 2100 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad n_u = \frac{2100}{25 \times 60 \times 1.725} = 0.812$$

Tačka nalazi u oblasti promenljivih koeficijenata sigurnosti ($0.5\% < \epsilon_{a1} < 1\%$) pa sledi:

$$\epsilon_{a1} \approx 0.65\% \Rightarrow \gamma_{u,P} = 1.8 + \frac{3\% - 0.65\%}{3\% - 0\%} \times (2.1 - 1.8) = 2.035$$

$$M_u = \pm 2.035 \times 200 = \pm 407 \text{ kNm}$$

$$m_u = \frac{407 \times 10^2}{25 \times 60^2 \times 1.725} = 0.262$$

$$N_u = 2.035 \times 1000 = 2035 \text{ kN}$$

$$n_u = \frac{2035}{25 \times 60 \times 1.725} = 0.786$$

Tačka je ponovo u oblasti između 0.5 i 1% i može se smatrati da su dilatacije, pa samim tim i koeficijenti sigurnosti, tačno određeni. Sledi:

$$\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2 = 0.275 < 0.285$$

odnosno merodavna je prva kombinacija uticaja. Stoga dalje iteracije nisu potrebne, jer se u svakoj iteraciji koeficijenti sigurnosti smanjuju i dobija manja potrebna površina armature.

usvojeno: $\pm 5R\varnothing 22$ ($\pm 19.00 \text{ cm}^2$)

